



Πανεπιστήμιο
Αιγαίου

Ανοικτά
Ακαδημαϊκά
Μαθήματα



ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ

Διδάσκων: Επίκουρος Καθηγητής Αθ. Στασινάκης



Άδειες Χρήσης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, διαγράμματα, κείμενα, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα. Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.



Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





Ρυθμοί Εξέλιξης

- Πρόβλεψη εξέλιξης πληθυσμού (σχεδιασμός ΜΕΥΑ, ΜΕΝΥ, ΧΥΤΑ...)
- Πρόβλεψη αύξησης μικροοργανισμών (σχεδιασμός βιοαντιδραστήρων...)
- Πρόβλεψη κατανάλωσης πόρων

Εκθετική Αύξηση

$$\boxed{\frac{dN}{dt} = rN} \Rightarrow \int \frac{dN}{N} = \int (r) dt$$

$$\ln N - \ln N_0 = rt \Rightarrow \ln \left(\frac{N}{N_0} \right) = rt$$

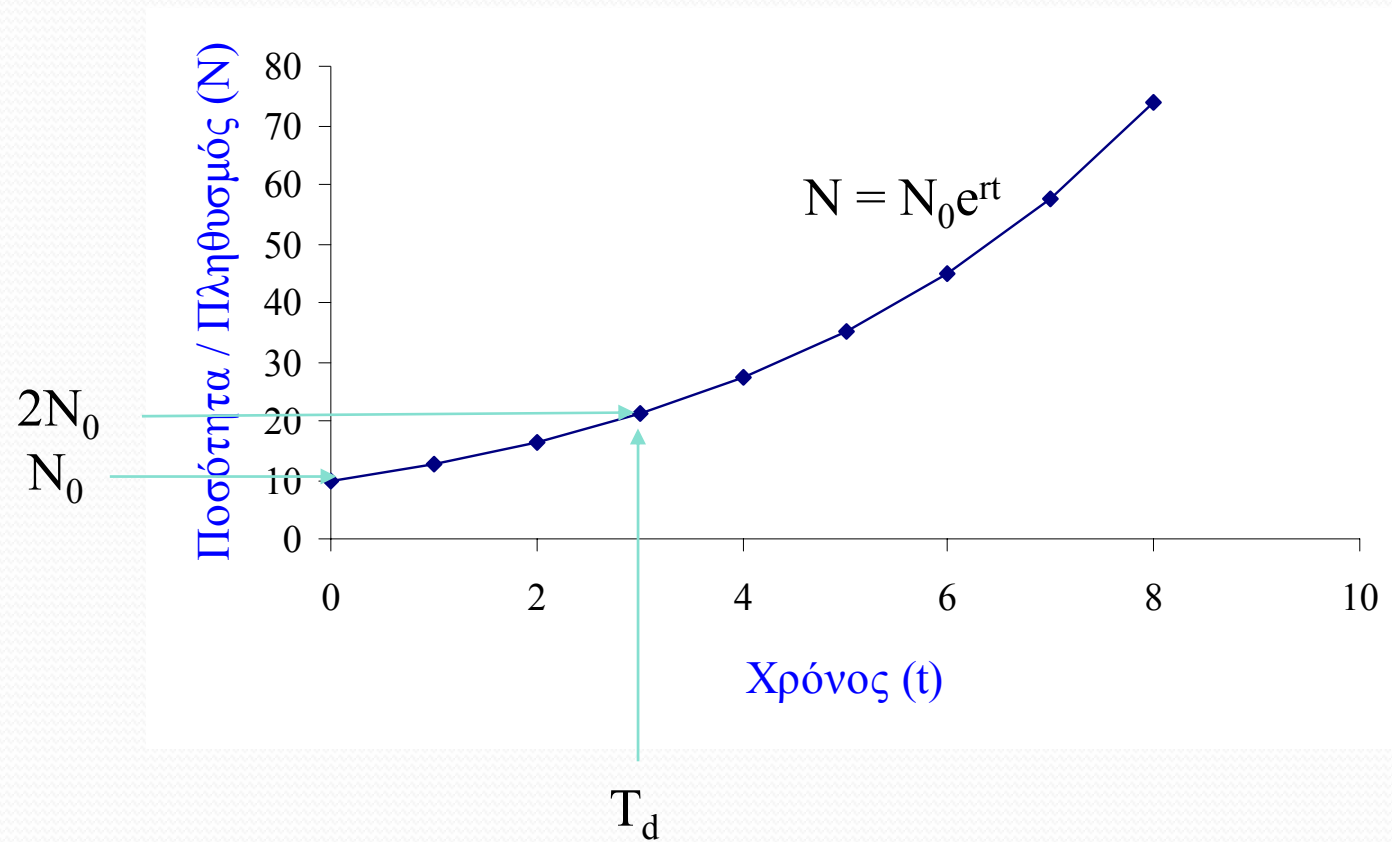
$$N = N_0 e^{rt}$$

r = ταχύτητα αύξησης (χρόνος⁻¹)

N = ποσότητα / πληθυσμός τη χρονική στιγμή t

N_0 = ποσότητα / πληθυσμός τη χρονική στιγμή t_0

Εκθετική Αύξηση



Παράδειγμα 2.1

Εκθετική Αύξηση

Υπολογισμός χρόνου διπλασιασμού, T_d

$$\text{για } N = 2N_0 \quad N = N_0 e^{rT_d} \quad \Rightarrow$$

$$2 N_0 = N_0 e^{rT_d} \quad \Rightarrow$$

$$\ln 2 = r T_d \quad \Rightarrow$$

$$T_d = \frac{0,693}{r}$$

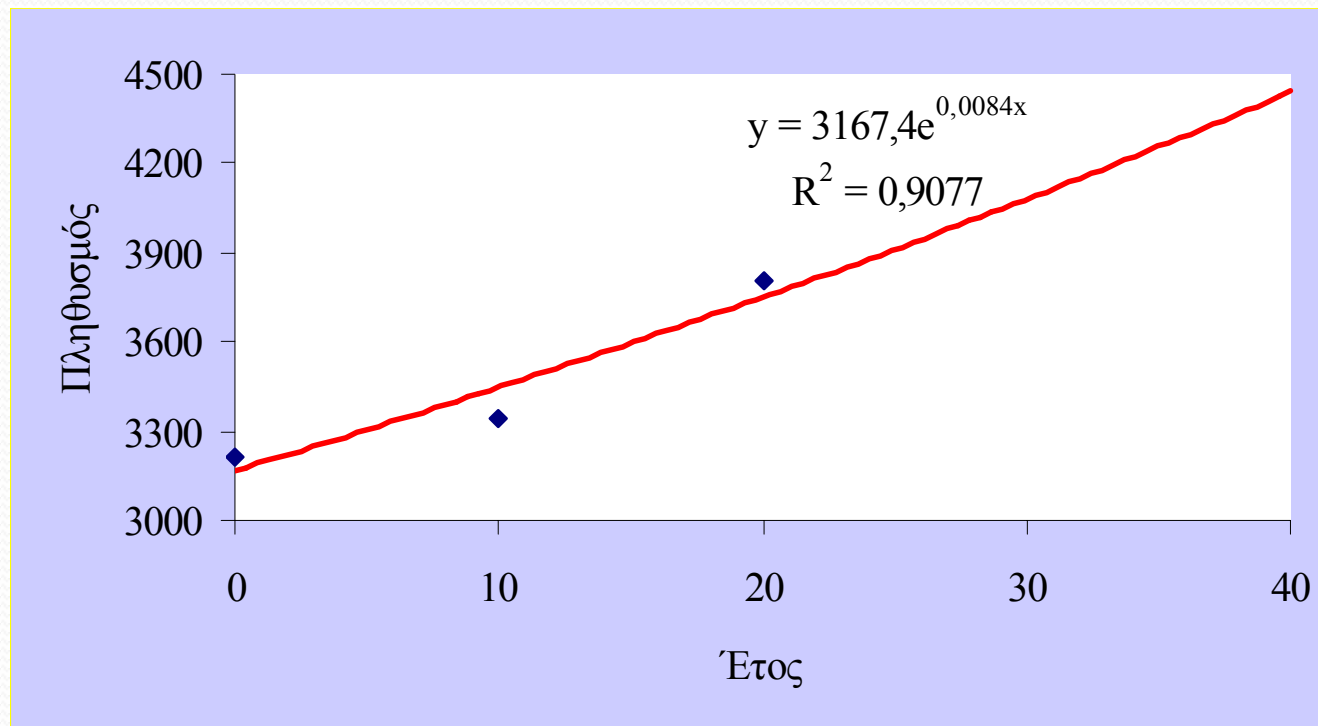
Εκτίμηση πληθυσμού για σχεδιασμό συστήματος επεξεργασίας ΥΑ Δήμου Θερμής

Βήμα 1: Συλλογή στοιχείων μόνιμου πληθυσμού (ΕΣΥΕ, <http://www.statistics.gr/>)

Δημοτικό Διαμέρισμα	1981	1991	2001
Λουτρόπολη Θερμής	3217	3341	3809
Κώμη	149	222	227
Μιστεγνά	693	620	905
Νέες Κυδωνίες	447	492	643
Πηγή	576	568	502
Πύργοι Θερμής	328	415	419
Σύνολο	3217	3341	3809

Εκτίμηση πληθυσμού για σχεδιασμό συστήματος επεξεργασίας ΥΑ Δήμου Θερμής

Βήμα 2: Υπολογισμός εξίσωσης που περιγράφει μεταβολή πληθυσμού



$$r = 0,0084$$

$$N_{2021} = 4432$$

Εκτίμηση πληθυσμού για σχεδιασμό συστήματος επεξεργασίας ΥΑ Δήμου Θερμής

Βήμα 3: Συλλογή στοιχείων εποχιακού πληθυσμού 2001 (ΕΣΥΕ, ΕΟΤ)

Δ. Διαμέρισμα	Εξοχ. Κατοικίες	Κλίνες Ξενοδ.	Κλίνες Ενοικ.
Λουτρόπολη Θερμής	165	131	563
Κώμη	6	0	0
Μιστεγνά	187	50	218
Νέες Κυδωνίες	83	27	0
Πηγή	64	0	0
Πύργοι Θερμής	93	68	0
Σύνολο	598	276	781

Εκτίμηση πληθυσμού για σχεδιασμό συστήματος επεξεργασίας ΥΑ Δήμου Θερμής

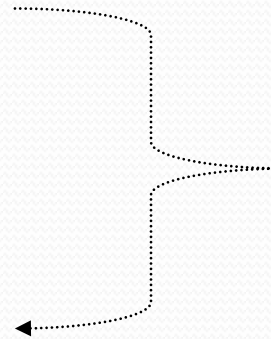
Βήμα 4: Υπολογισμός εποχιακού πληθυσμού 2021

$$N_0 = 1655$$

$$r = 0,0084$$

$$N = N_0 e^{rt}$$

$$N_{2021} = 1958 \text{ κάτοικοι}$$



Εκτίμηση πληθυσμού για σχεδιασμό συστήματος επεξεργασίας ΥΑ Δήμου Θερμής

Βήμα 5: Υπολογισμός πληθυσμός σχεδιασμού (2021)

$$N_{2021} = 4432 + 1958 = 6390 \text{ κάτοικοι}$$

Εκθετική Μείωση

$$\frac{dN}{dt} = -KN \quad \Rightarrow$$

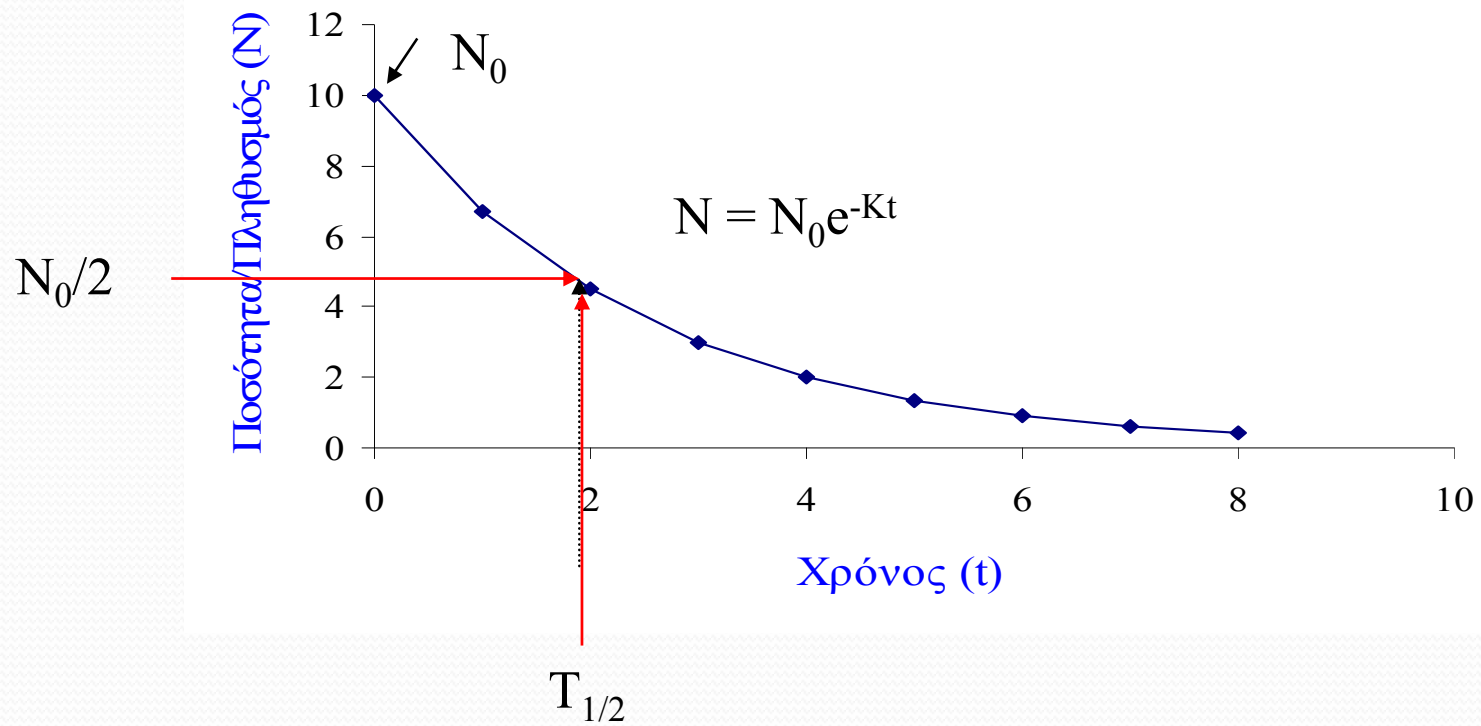
$$N = N_0 e^{-Kt}$$

K = ταχύτητα μείωσης (χρόνος⁻¹)

N = ποσότητα / πληθυσμός τη χρονική στιγμή t

N_0 = ποσότητα / πληθυσμός τη χρονική στιγμή t_0

Εκθετική Μείωση



Εκθετική Μείωση

Υπολογισμός χρόνου υποδιπλασιασμού, $T_{1/2}$

$$\text{για } N = N_0/2 \quad N = N_0 e^{-KT_{1/2}} \quad \Rightarrow$$

$$N_0/2 = N_0 e^{-KT_{1/2}} \quad \Rightarrow$$

$$\text{Ln}1/2 = -KT_{1/2} \quad \Rightarrow$$

$$T_{1/2} = \frac{0,693}{K}$$

Παράδειγμα 2.2

Ρυθμοί Εξέλιξης

- Πρόβλεψη χρήσης ορυκτών πόρων (φαινόμενο θερμοκηπίου)
- Πρόβλεψη μεταβολής δασικών εκτάσεων (φαινόμενο θερμοκηπίου)
- Πρόβλεψη μεταβολής οικονομικής κατάστασης πληθυσμού (φαινόμενο θερμοκηπίου)

Εκθετική Αύξηση – Επίδραση περισσότερων παραγόντων

Εκτίμηση Εκπομπών C:

Εκπομπές C =

Πληθυσμός × (Δαπανούμενη Ενέργεια / Άτομο) × (Άνθρακας / Δαπανούμενη Ενέργεια)

$$N = (N_1 e^{K_1 t}) \times (N_2 e^{K_2 t}) \times (N_3 e^{K_3 t}) \Rightarrow$$

$$N = (N_1 N_2 N_3) e^{(K_1 + K_2 + K_3) t}$$

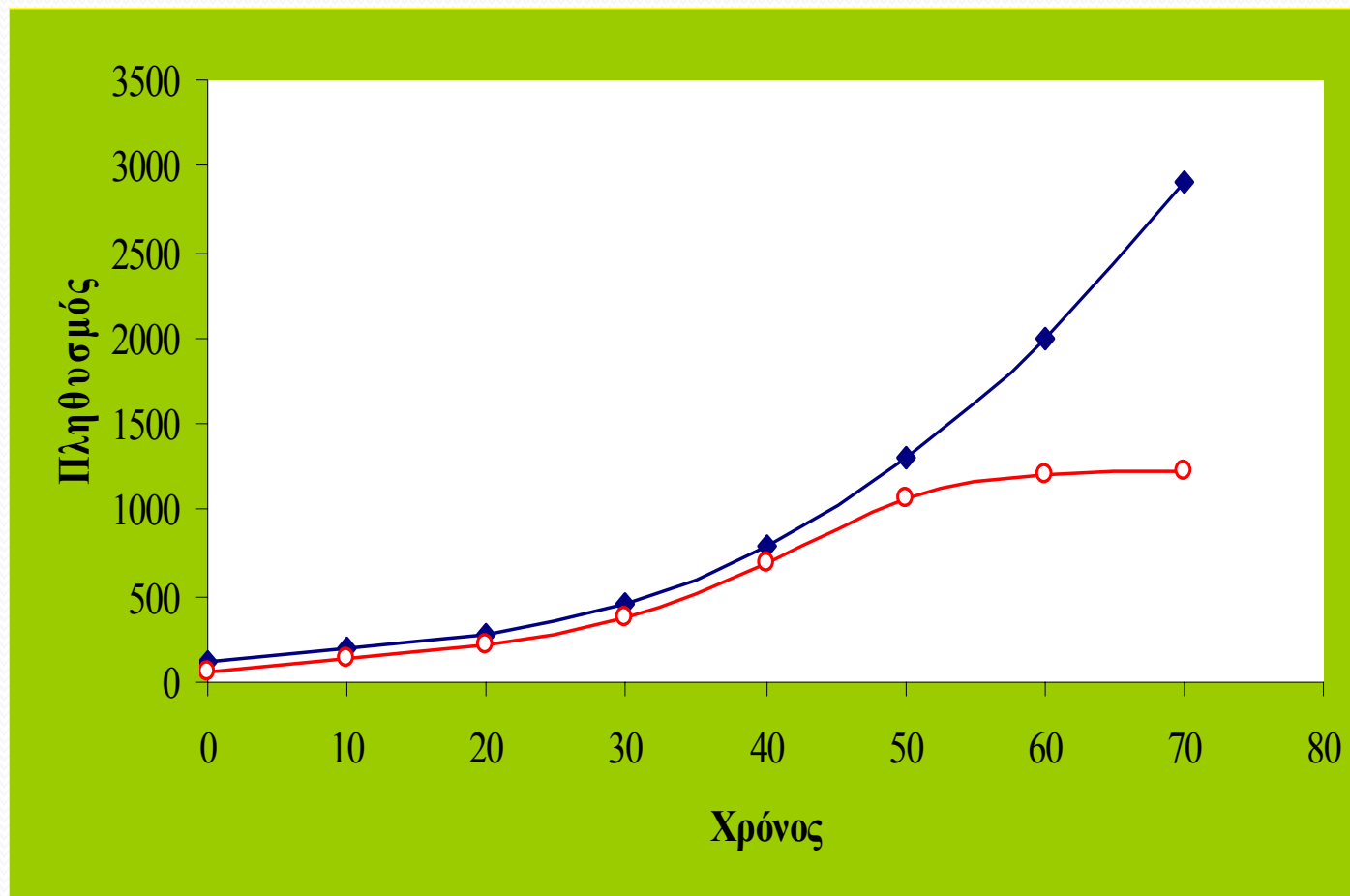


N_0

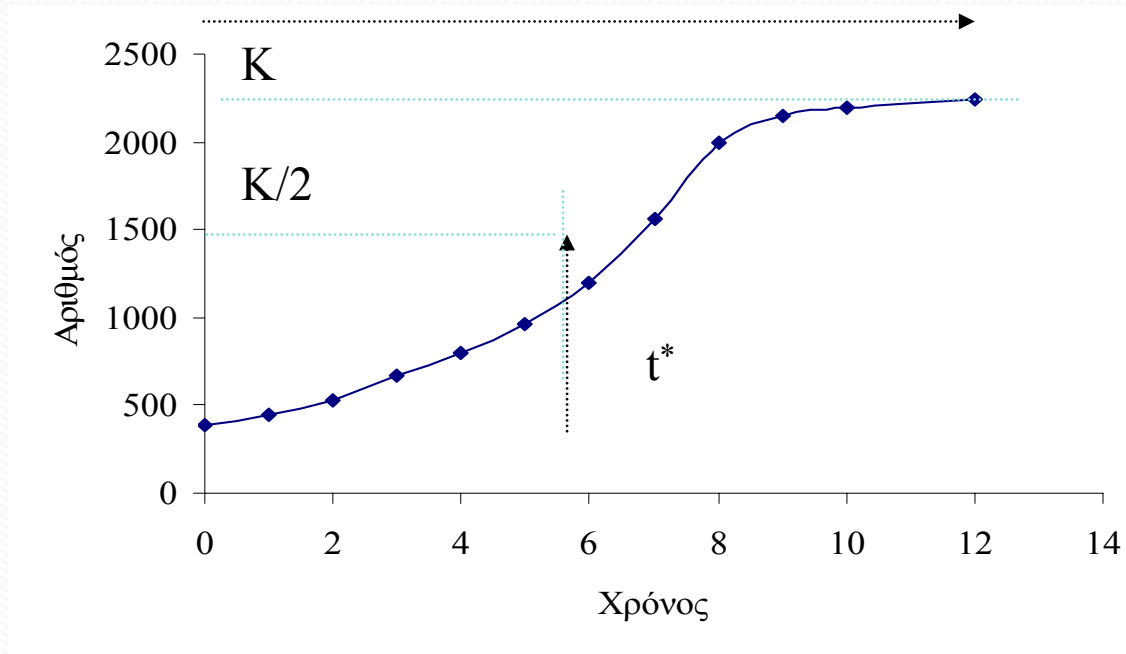
K

Παράδειγμα 2.3

Αδυναμία περιγραφής αύξησης πληθυσμού με εκθετική αύξηση



Αύξηση Πληθυσμού – Λογιστική ή Σιγμοειδής Καμπύλη



$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

$N \ll K$ δηλαδή $N/K=0$ τότε $dN/dt = rN$

$N=K$ δηλαδή $N/K=1$ τότε $dN/dt=0$

N = πληθυσμός

K = φέρουσα ικανότητα συστήματος

r = εκθετικός ρυθμός αύξησης όταν $N < K$

Αύξηση Πληθυσμού – Λογιστική ή Σιγμοειδής Καμπύλη

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right) \quad \Rightarrow$$

t^* = χρόνος όπου $N=K/2$

$$N = \frac{K}{1 + e^{-r(t-t^*)}} \quad \Rightarrow$$

$$t = t^* - \frac{1}{r} \ln\left(\frac{K}{N} - 1\right)$$

Αύξηση Πληθυσμού – Λογιστική ή Σιγμοειδής Καμπύλη

$$N = \frac{K}{1 + e^{-r(t-t^*)}} \quad \Rightarrow$$

Για $t = 0$ προκύπτει

$$t^* = \frac{1}{r} \ln\left(\frac{K}{N_0} - 1\right)$$

t^* = χρόνος όπου $N=K/2$

N_0 = πληθυσμός τη χρονική στιγμή $t=0$

Αύξηση Πληθυσμού – Λογιστική ή Σιγμοειδής Καμπύλη

Αν R_0 ο στιγμιαίος ρυθμός αύξησης σε $t=0$ όπου η αύξηση είναι εκθετική, ισχύει:

$$\frac{dN}{dt} = R_0 \times N_0$$

Επίσης ισχύει,

$$\frac{dN}{dt} = rN_0 \left(1 - \frac{N_0}{K}\right)$$

Άρα

$$r = \frac{R_0}{\left(1 - \frac{N_0}{K}\right)}$$

Παράδειγμα 2.6