



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

# Υλικά

## Ενότητα 10: Ερπυσμός

*Νικόλαος Ζαχαρόπουλος  
Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης  
Προϊόντων και Συστημάτων*



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

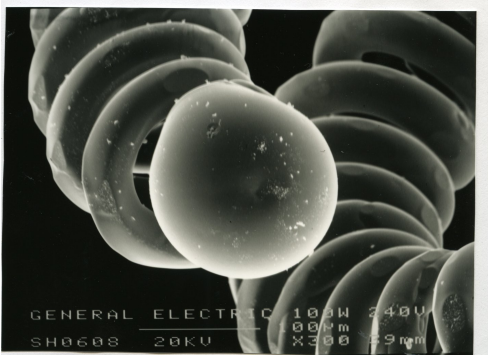
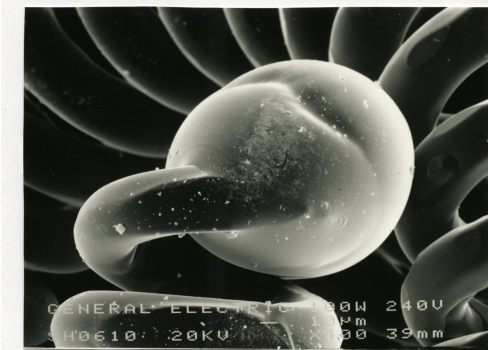


ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Ερπυσμός

σε υψηλές θερμοκρασίες, τάσεις χαμηλότερες του ορίου διαρροής προκαλούν ερπυσμό :  
αργή, συνεχής παραμόρφωση με τον χρόνο

$$\varepsilon = f(\sigma, t, T)$$

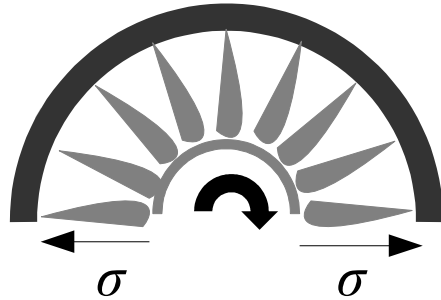


<https://bainite.wordpress.com/2008/03/05/images-of-tungsten-filament-lamps/>

σύρμα βολφραμίου

παγετώνας Perito Moreno, Παταγωνία

# Σχεδίαση για ερπυσμό



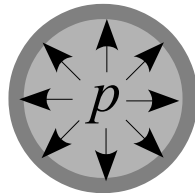
εφαρμογές περιορισμένης ανοχής, όπου πρέπει να διατηρούνται ακριβείς διαστάσεις ή μικρά διάκενα

πτερύγια τουρμπίνας



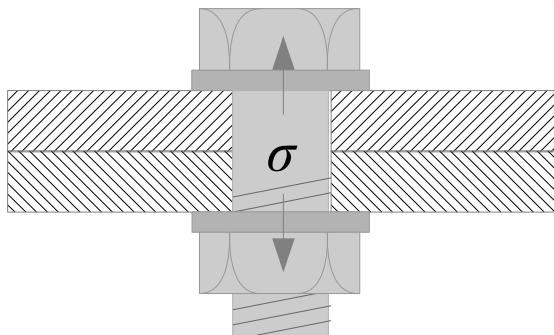
εφαρμογές περιορισμένες από διάρρηξη

σωλήνας υπό πίεση



εφαρμογές περιορισμένες από χαλάρωση τάσεων

προένταση βιδών

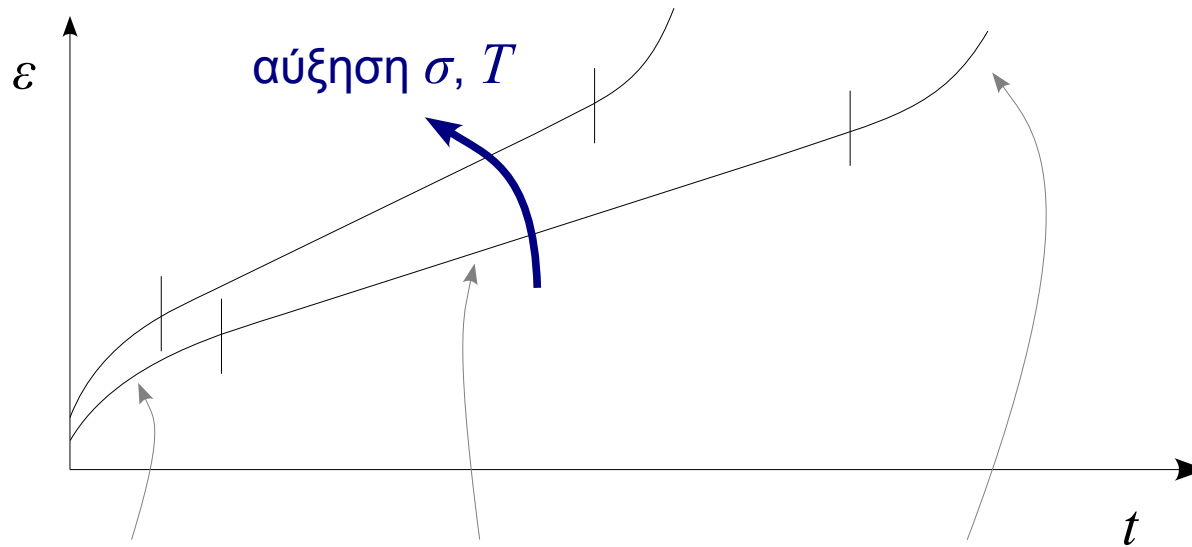


εφαρμογές περιορισμένες από λυγισμό

επιδερμίδα αεροσκάφους



# Περιγραφή ερπυσμού (1)



πρωτεύων  
ερπυσμός  
(μεταβατικός)

εργοσκλήρυνση

γρήγορο στάδιο –  
μπορεί να αγνοηθεί  
στα πλαίσια  
απόκλισης από την  
ελαστική συμπεριφορά

ερπυσμός σταθερής  
κατάστασης

σταθερός ρυθμός  
παραμόρφωσης,  $\dot{\epsilon}_{ss}$

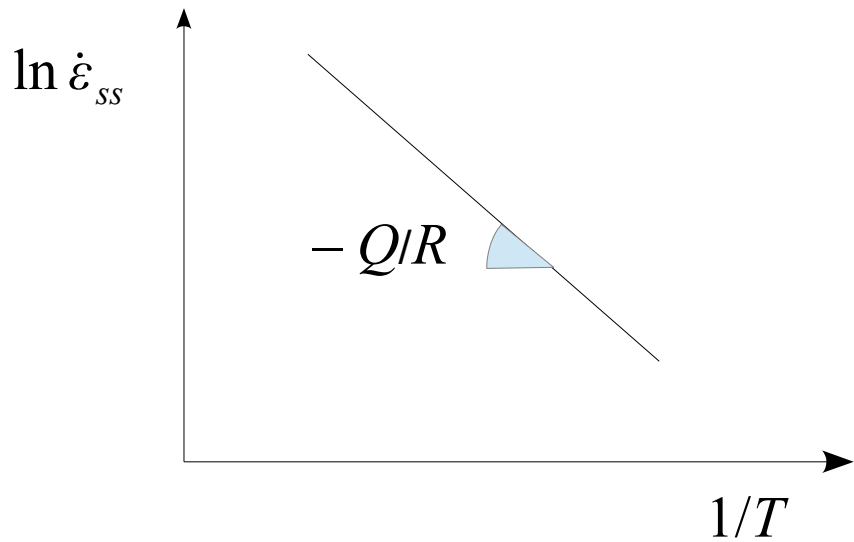
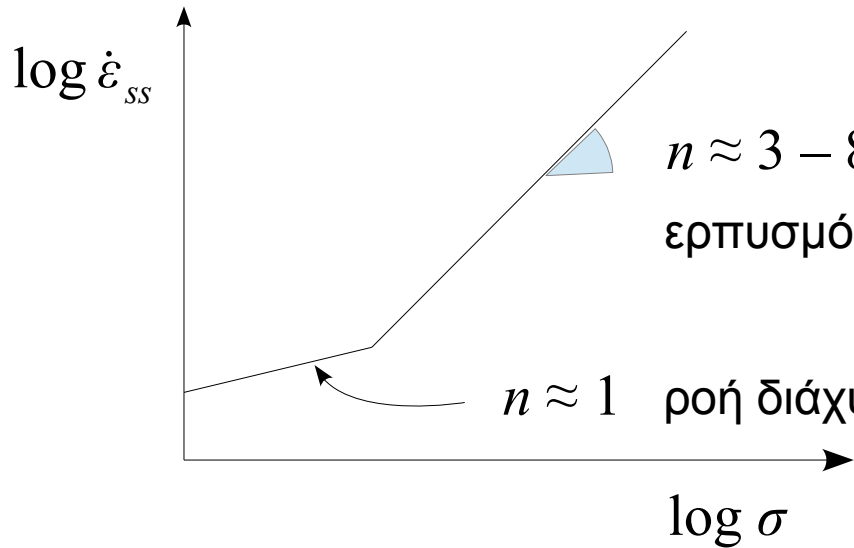
εργοσκλήρυνση  
εξισορροπείται από  
ανόπτηση :  
διαταραχές που  
δημιουργούνται  
ξεπερνάνε εμπόδια\*  
και αλληλοαναιρούνται

τριτεύων ερπυσμός

χρόνος έως την  
ρήξη,  $t_f$

ανακρυστάλλωση,  
μεγέθυνση  
δευτερευόντων  
σωματιδίων,  
σχηματισμός  
εσωτερικών ρωγμών  
και κενών

## Περιγραφή ερπυσμού (2)



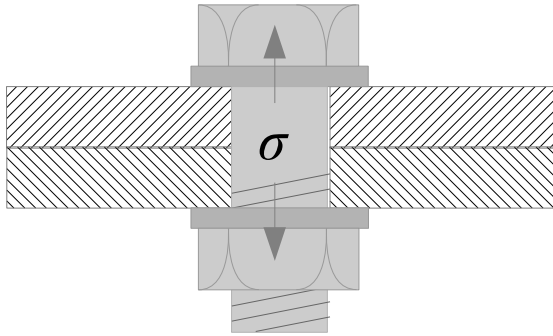
$$\dot{\epsilon}_{ss} = C \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right)$$

$Q$ , ενέργεια ενεργοποίησης ερπυσμού (J/mol)

$R$ , παγκόσμια σταθερά αερίων  
8.314 J/mol·K

$$\dot{\epsilon}_{ss} = A \sigma^n \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right)$$

## Παράδειγμα ερπυσμού : χαλάρωση τάσεων



σε σταθερή μετατόπιση ο ερπυσμός προκαλεί χαλάρωση τάσεων με τον χρόνο (μεταλλικές βίδες σε υψηλή θερμοκρασία, πολυμερικοί συνδετήρες σε θερμοκρασία δωματίου)

ορίζουμε αυθαίρετα χρόνο χαλάρωσης  $\tau$  ως τον χρόνο ώστε η τάση να αποκτήσει το  $1/e$  της αρχικής της τιμής στην γεωμετρία του σχήματος το μήκος του άξονα της βίδας παραμένει σταθερό με τον χρόνο :  $\varepsilon = \text{σταθ.}$

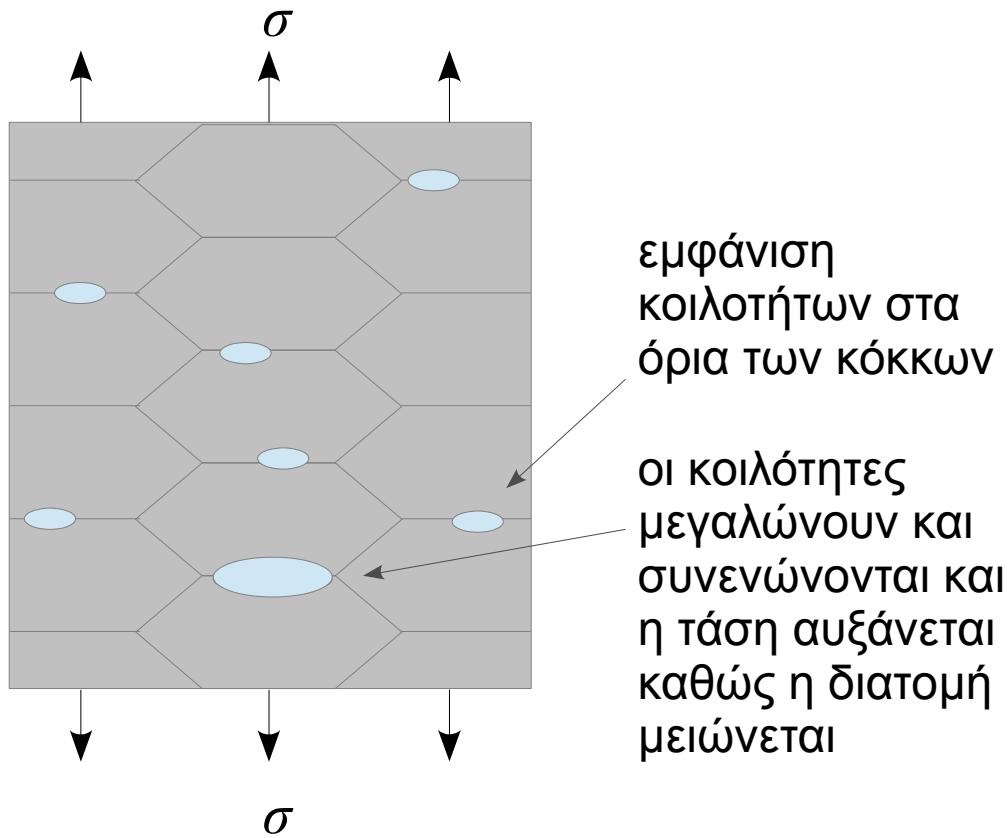
$\varepsilon = \varepsilon^{\varepsilon\lambda} + \varepsilon^{\varepsilon\rho\pi}$  καθώς το υλικό έρπει, η παραμόρφωση ερπυσμού αντικαθιστά σταδιακά την ελαστική παραμόρφωση

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} = 0 &\quad \Rightarrow \quad \frac{d\varepsilon^{\varepsilon\lambda}}{dt} = - \frac{d\varepsilon^{\varepsilon\rho\pi}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} = - B \sigma^n \\ &\quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\sigma^{n-1}} - \frac{1}{\sigma_o^{n-1}} = (n-1) B E t \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{(e^{n-1} - 1)}{(n-1) B E \sigma_o^{n-1}} \end{aligned}$$



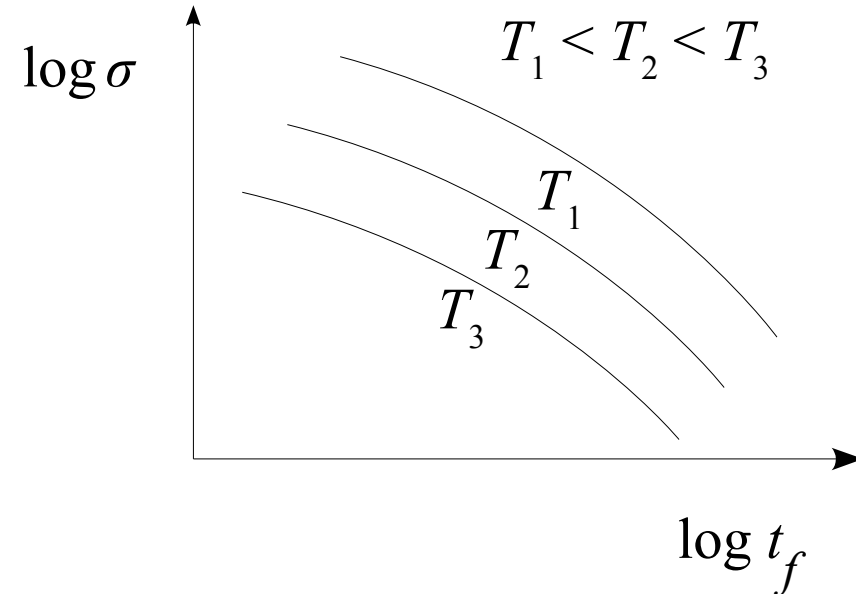
# Αστοχία και θραύση από ερπυσμό

κατά τον ερπυσμό συσσωρεύεται αστοχία στο υλικό με την μορφή κοιλοτήτων  
η αστοχία ξεκινάει κατά την έναρξη του τριτεύοντος ερπυσμού και αυξάνεται με  
αυξανόμενο ρυθμό

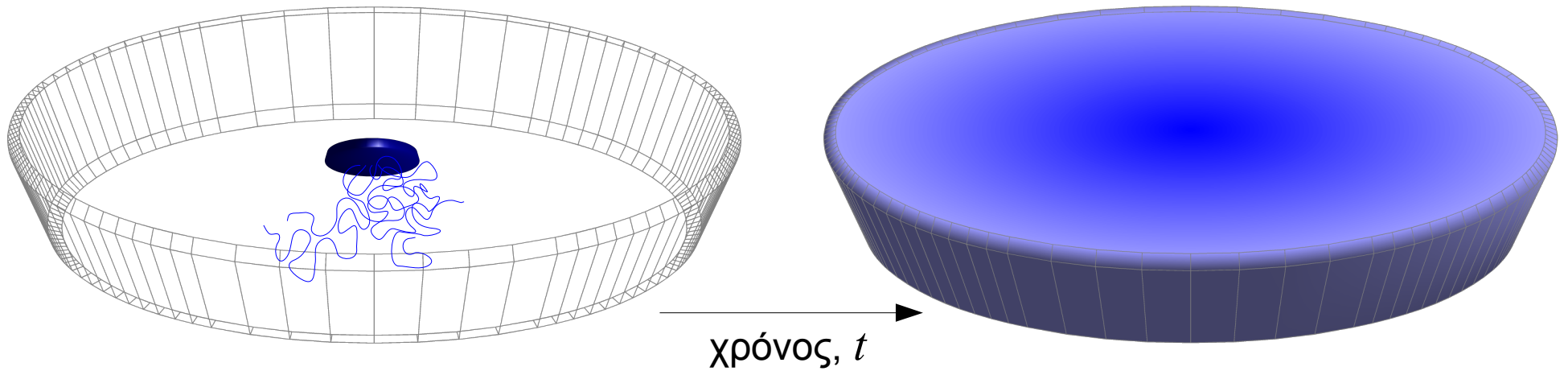


καθώς  $\dot{\epsilon}_{ss} \propto \sigma^n$   
ο ρυθμός ερπυσμού αυξάνεται πολύ  
γρηγορότερα της τάσης

$$t_f = A' \sigma^{-m} \exp\left(\frac{Q}{RT}\right)$$



# Διάχυση και νόμος του Fick



σταγόνα από μελάνη σε δοχείο νερού

διάχυση μελάνης σε νερό

μόρια μελάνης ανταλλάσσουν θέση με μόρια νερού – από περιοχές μεγάλης συγκέντρωσης σε περιοχές μικρής

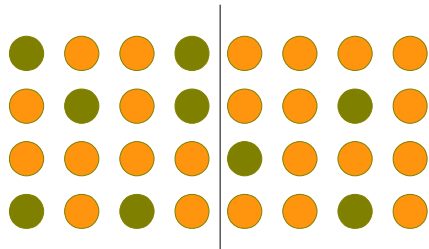
η μελάνη διαχέεται “κυλώντας” σε βαθμίδα συγκέντρωσης (σε μία διάσταση  $dC/dx$ ) :

$$J = - D \frac{dC}{dx} \quad \text{1ος νόμος διάχυσης του Fick}$$

$D$  : συντελεστής διάχυσης,  
 $[D] = \text{m}^2/\text{s}$

# Διάχυση σε στερεά κατάσταση (1)

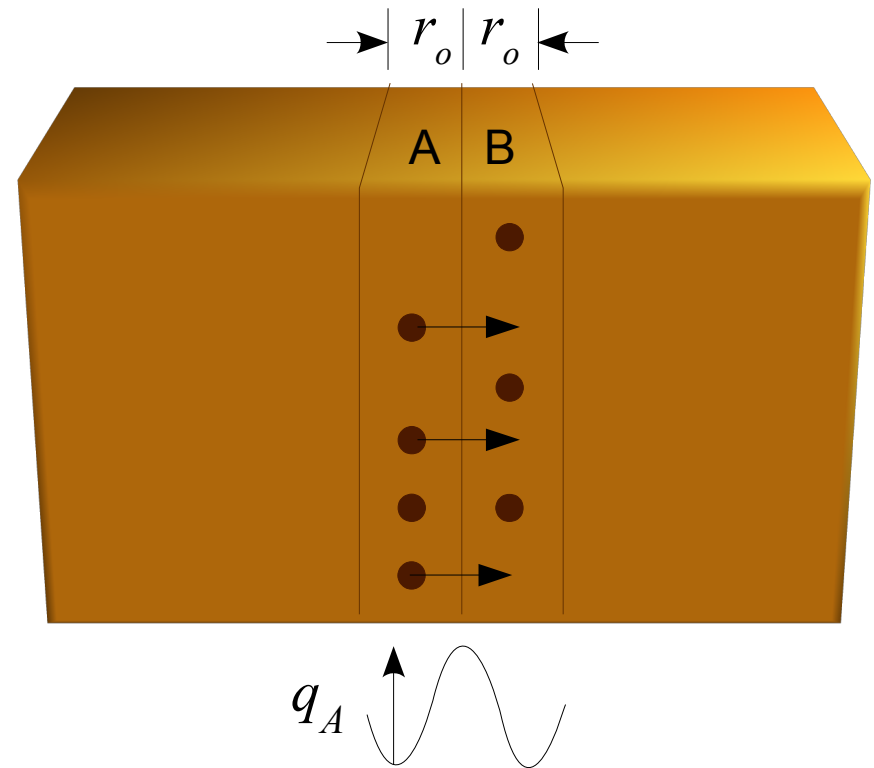
δύο ημιεπίπεδα μπρούτζου (στερεό διάλυμα Zn ● σε Cu ●) σε επαφή



καθαρή ροή ατόμων Zn προς την περιοχή μικρότερης συγκέντρωσης

τα άτομα ταλαντώνονται γύρω από την θέση ισορροπίας τους με συχνότητα  $\nu$  σε θερμοκρασία  $T$  η μέση ενέργεια ταλάντωσης κάθε ατόμου είναι  $3 k_B T$  μεταφέρεται ενέργεια από άτομο σε γειτονικό : πεπερασμένη πιθανότητα για μεγαλύτερη ή μικρότερη ενέργεια  $q$

$$p = \exp\left(-\frac{q}{k_B T}\right)$$



από τα  $n_A$  άτομα του επιπέδου A αποκτούν ενέργεια  $q_A$  :

$$n_A p = n_A \exp\left(-\frac{q_A}{k_B T}\right)$$

μόνο μία στις έξι φορές από το A στο B

$$\frac{\nu}{6} n_A \exp\left(-\frac{q_A}{k_B T}\right)$$

## Διάχυση σε στερεά κατάσταση (2)

από τα  $n_B$  άτομα του επιπέδου B  
ρέουν από το B στο A :

$$\frac{v}{6} n_B \exp\left(-\frac{q_A}{k_B T}\right)$$

η ροή ατόμων από το A στο B  
ανά μονάδα εμβαδού διατομής :

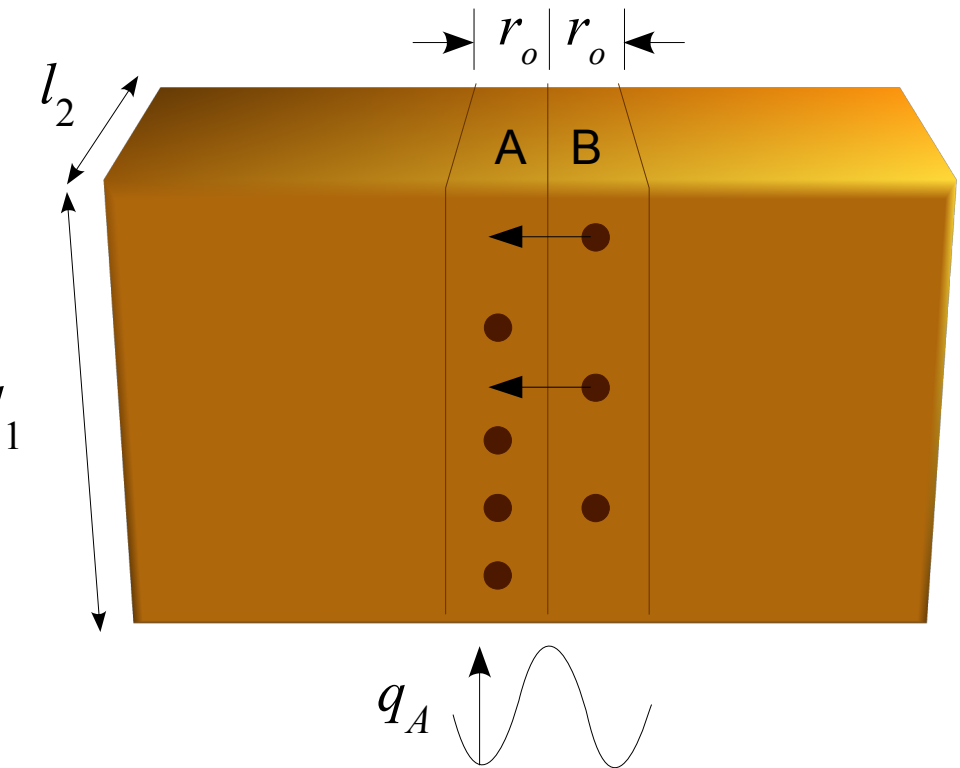
$$J = v \frac{(n_A - n_B)}{6 l_1 l_2} \exp\left(-\frac{q_A}{k_B T}\right)$$

$$C_A = \frac{n_A}{l_1 l_2 r_o} \quad C_B = \frac{n_B}{l_1 l_2 r_o}$$

$$J = \frac{v}{6} r_o (C_A - C_B) \exp\left(-\frac{q_A}{k_B T}\right)$$

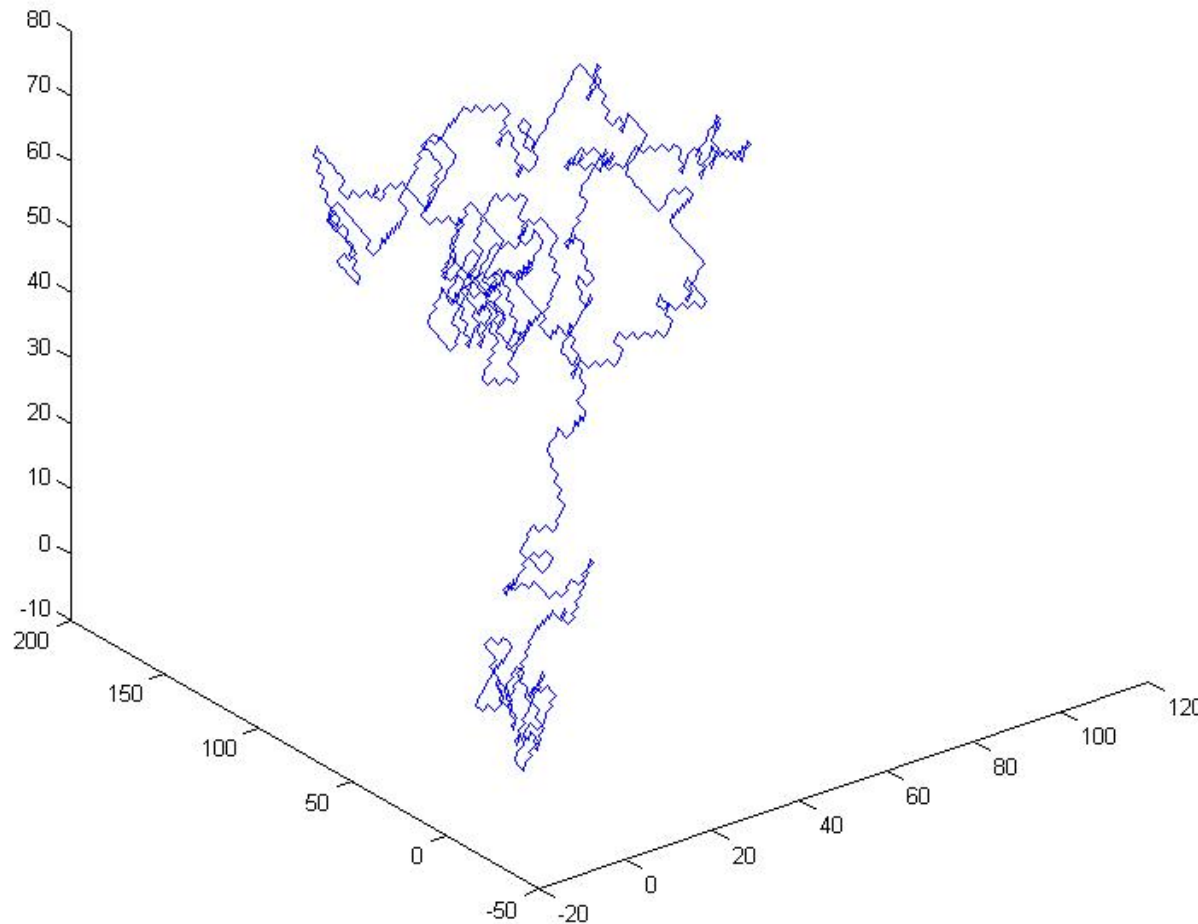
$$\frac{(C_A - C_B)}{r_o} = \frac{dC}{dx}$$

$$J = -D_o \exp\left(-\frac{Q_A}{RT}\right) \left(\frac{dC}{dx}\right)$$



$$D_o = \frac{v r_o^2}{6} \quad \text{διαχυτικότητα}$$

# Διάχυση ως αλληλουχία βημάτων



η διάχυση μπορεί να περιγραφεί ως τυχαίος περίπατος

σε τυχαίο περίπατο  $n$  βημάτων μήκους βήματος  $\lambda$  η μέση απόσταση διάχυσης :

$$\bar{x} = \lambda \sqrt{n} = \lambda \sqrt{v t}$$

$$D_o = \frac{v r_o^2}{6}$$

$$\bar{x} = \sqrt{6 D_o t}$$

απόσταση όπου η συγκέντρωση έχει μειωθεί σε  $1/e$  της τιμής στο  $x = 0$

αυτοαποκλειόμενος περίπατος 1000 βημάτων σε πλέγμα δομής διαμαντιού  
Ειρήνη Παλιουδάκη, διπλωματική (2014)

## Διάχυση σε κρυσταλλικά υλικά

για κάθε  
κατηγορία υλικών

$D_o$  περίπου

σταθερό

ενέργεια

ενεργοποίησης

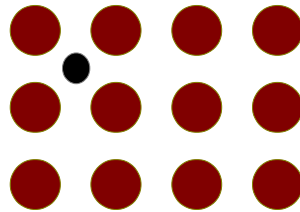
ανάλογη του

σημείου τήξης

κατηγορία υλικών	$D_o$ , m <sup>2</sup> /s	$Q_A / RT_m$
χκκ μέταλλα (W, Mo, α-Fe, κ.τ.λ.)	$1.6 \times 10^{-4}$	17.8
μπε μέταλλα (Zn, Mg, Ti, κ.τ.λ.)	$5 \times 10^{-5}$	17.3
εκκ μέταλλα (Cu, Al, γ-Fe, κ.τ.λ.)	$5 \times 10^{-5}$	18.4
αλκάλια-αλογόνα (NaCl, LiF, κ.τ.λ.)	$2.5 \times 10^{-3}$	22.5
Οξειδία (MgO, FeO, Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , κ.τ.λ.)	$3.8 \times 10^{-4}$	23.4

Μηχανισμοί διάχυσης

διαπλεγματικά

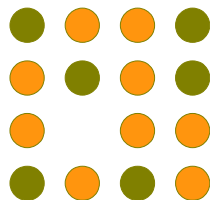


μικρά άτομα (C, O, H, B, N) στους  
περισσότερους κρυστάλλους

$$Q_A / RT_m \leq 10$$

διάχυση κενών

πλεγματικών θέσεων



γρήγορες διαδρομές : όρια κόκκων (έως και  $10^6$  μεγαλύτερη ταχύτητα διάχυσης)  
και διάχυση μέσω γραμμών διαταραχών

# Διάχυση σε άμορφα υλικά

μεγάλη ποικιλία μηχανισμών καθιστά δυσκολότερη την περιγραφή σε θερμοκρασίες μεγαλύτερες του  $T_g$ , εξαιτίας διακύμανσης των μετατοπίσεων, εμφανίζονται περιοχές ελεύθερου όγκου

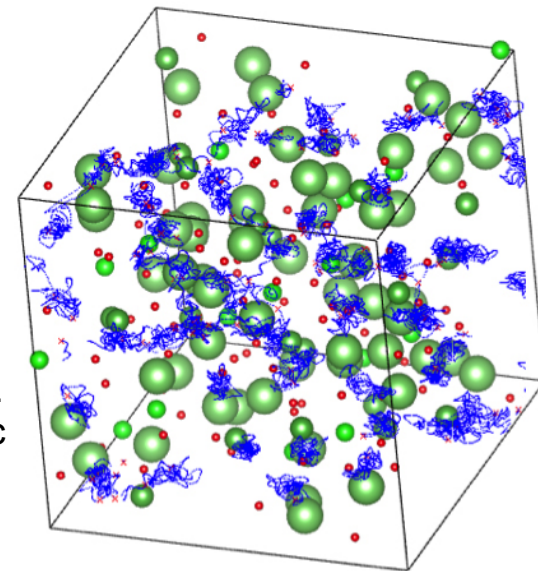
$$D = \frac{2}{3} \nu r_o^2 \exp\left(-\frac{\nu_a}{\nu_f}\right)$$

$\nu_a$  : μέσος ελεύθερος όγκος ανά σωματίδιο

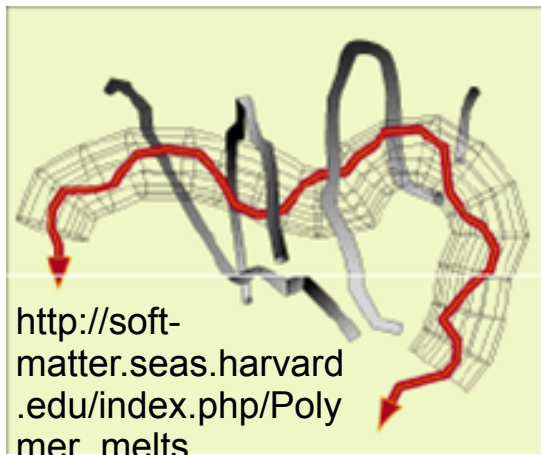
$\nu_f$  : ελεύθερος όγκος προσωρινής κενής θέσης

σε άμορφα μέταλλα και πολυμερή σε θερμοκρασίες μικρότερες του  $T_g$

η διάχυση γίνεται με συνεργατικές κινήσεις σε γυαλιά οξειδίων η προσθήκη κατιόντων σπάει κάποιους από τους ομοιοπολικούς δεσμούς και τα κατιόντα διατάσσονται με τρόπο ώστε να δημιουργούνται κανάλια διάχυσης



<http://www.asta.mse.berkeley.edu/research/energy.php>

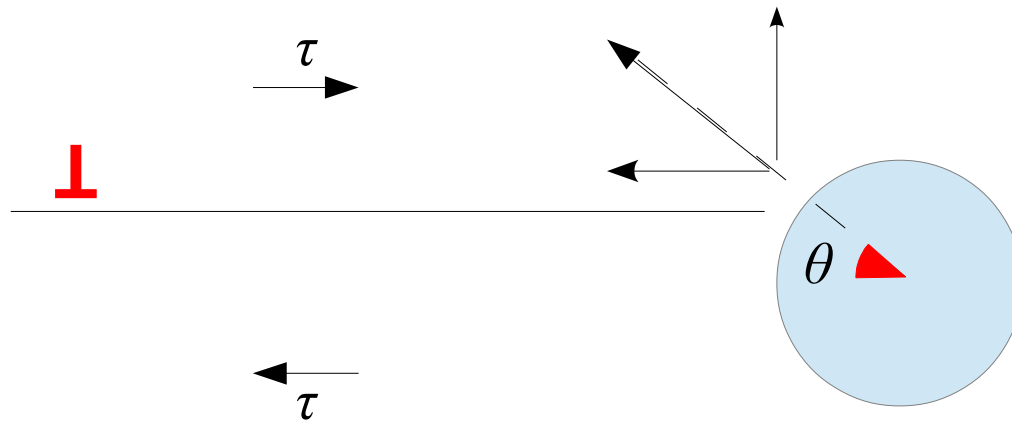


σε πολυμερή για  $T > T_g$  ένα μακρομόριο ματακινείται κατά μήκος καναλιού που δημιουργείται από την σχετική διάταξη του μακρομορίου με τα γειτονικά τμήματα άλλων μακρομορίων – μοντέλο “ερπυσμού” (reptation)



# Μηχανισμοί ερπυσμού σε μέταλλα και κεραμικά (1)

η διάχυση μπορεί να απελευθερώσει διαταραχές από εμπόδια – *ερπυσμός διαταραχών*



η διαταραχή κινείται υπό την επίδραση δύναμης ανά μονάδα μήκους διαταραχής  
 $f = \tau b$

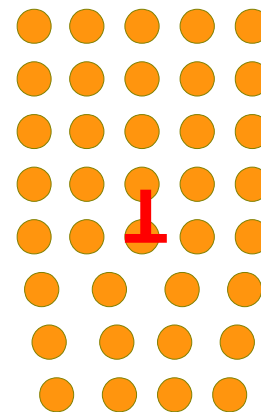
το εμπόδιο ασκεί μια ακτινική αντίσταση σε γωνία  $\theta$  ως προς το επίπεδο ολίσθησης

η αντίσταση του εμποδίου έχει μια κατακόρυφη συνιστώσα

$\tau b \tan\theta$  που προσπαθεί να σπρώξει την διαταραχή εκτός επιπέδου ολίσθησης

η διαταραχή ολισθαίνει πάνω σε συγκεκριμένα κρυσταλλογραφικά επίπεδα – η κατακόρυφη συνιστώσα δεν μπορεί να προκαλέσει ολίσθηση προς τα πάνω

η διαταραχή μπορεί να αναρριχηθεί προς τα πάνω αν άτομα του πυρήνα διαχυθούν μακριά του



η αναρρίχηση απαιτεί διάχυση :

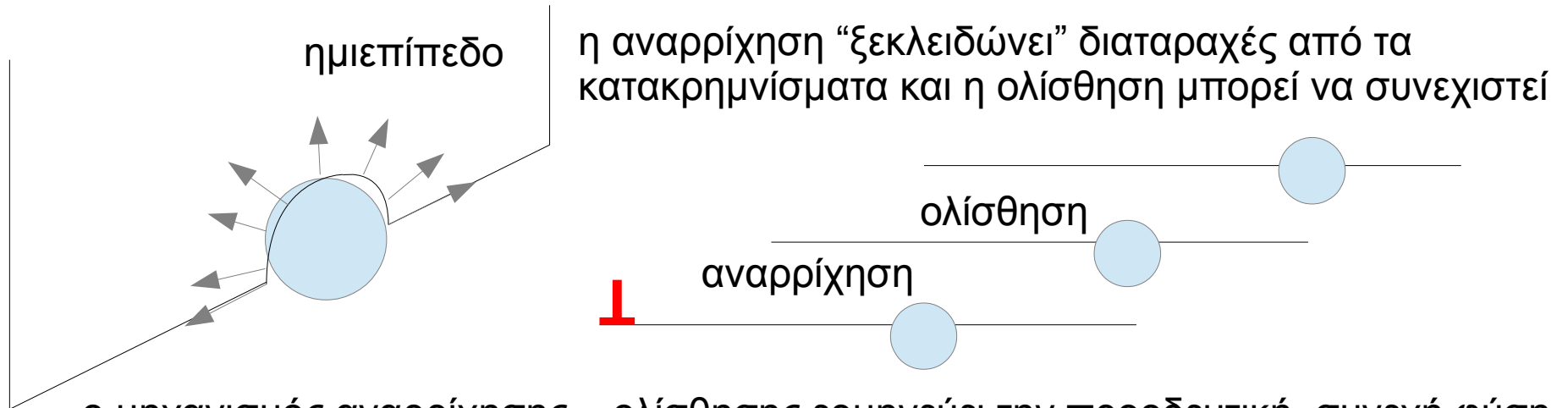
στην χαμηλή περιοχή θερμοκρασιών ερπυσμού

$(0.3-0.5)T_m$  διαμέσου του πυρήνα

στην υψηλή περιοχή θερμοκρασιών ερπυσμού

$(0.5-0.99)T_m$  διαμέσου του κυρίου όγκου

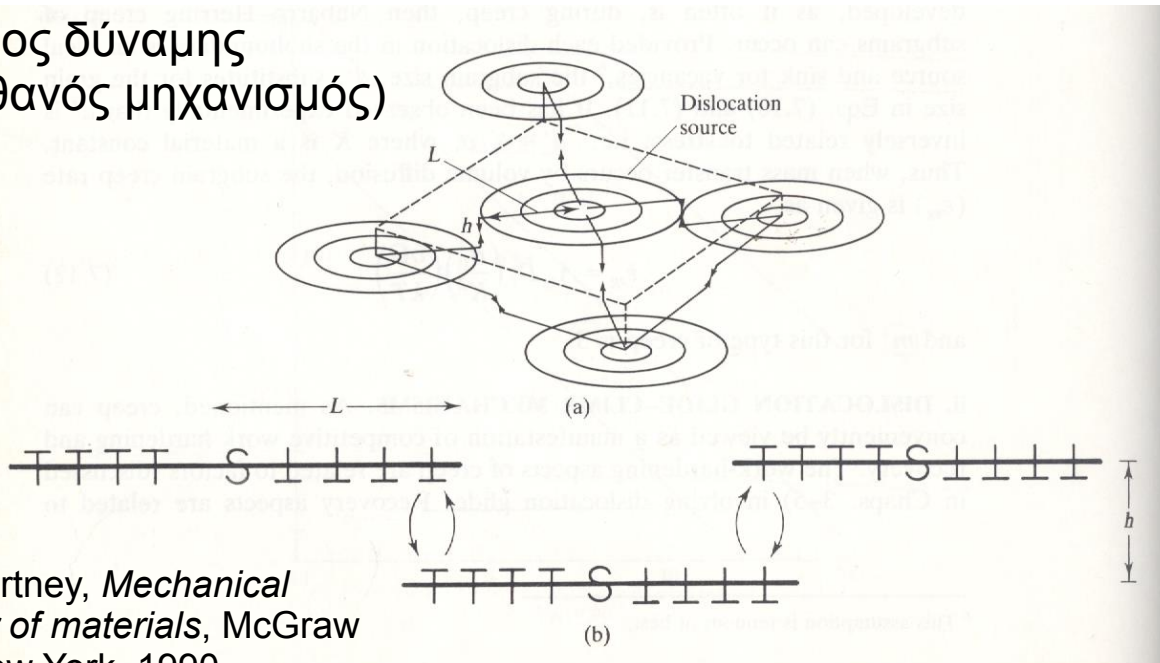
# Μηχανισμοί ερπυσμού σε μέταλλα και κεραμικά (2)



η αναρρίχηση “ξεκλειδώνει” διαταραχές από τα κατακρημνίσματα και η ολίσθηση μπορεί να συνεχιστεί

ο μηχανισμός αναρρίχησης – ολίσθησης ερμηνεύει την προοδευτική, συνεχή φύση του ερπυσμού και ο ρόλος της διάχυσης εξηγεί την εξάρτηση από την θερμοκρασία

νόμος δύναμης  
(πιθανός μηχανισμός)



$$\dot{\epsilon}_{GC} = \frac{A_{GC} D_L}{h^{3.5} M^{1/2}} \left( \frac{\sigma \Omega}{k_B T} \right)$$

$M$  : πηγές ανά μονάδα όγκου

$D_L$  : συντελεστής αυτοδιάχυσης

$\Omega$  : ατομικός όγκος

$h$  : απόσταση επιπέδων πηγών, αντιστρόφως ανάλογη της τάσης

# Μηχανισμοί ερπυσμού σε μέταλλα και κεραμικά (3)

ο γραμμικά ιξώδης ερπυσμός ωφείλεται σε *ερπυσμό διάχυσης*

καθώς μειώνεται η τάση ο ρυθμός ερπυσμού δύναμης μειώνεται γρήγορα και αντικαθίσταται από διάχυση εξαιτίας βαθμίδας στις τάσεις

$$\frac{\delta d}{\delta t} \propto \frac{\sigma}{d} \implies \left(\frac{\delta d}{d}\right) / \delta t \propto \frac{\sigma}{d^2}$$

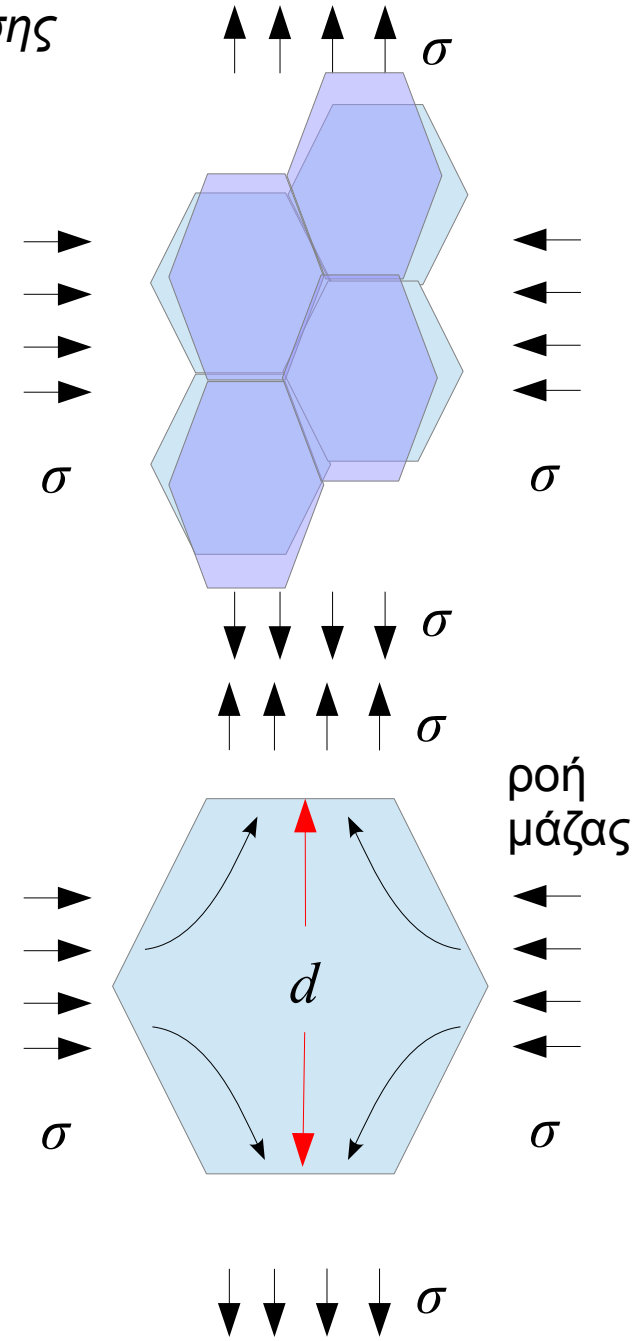
οι τάσεις μεταβάλλουν τον ατομικό όγκο,  $\Omega$  και η ενέργεια ενεργοποίησης για την δημιουργία κενών πλεγματικών θέσεων μεταβάλλεται κατά  $\pm \sigma\Omega$

$$N_v(\text{εφελκ.}) = \exp\left(-\frac{Q_f}{k_B T}\right) \left(\frac{\sigma \Omega}{k_B T}\right) \quad Q_f: \text{ενέργεια ενεργοποίησης για την δημιουργία}$$

$$N_v(\text{θλ.}) = \exp\left(-\frac{Q_f}{k_B T}\right) \left(-\frac{\sigma \Omega}{k_B T}\right)$$

η καθαρή ροή κενών πλεγματικών θέσεων

$$J_v = -D_v \left(\frac{\delta N_v}{\delta x}\right) \quad D_v = D_{ov} \exp\left(-\frac{Q_m}{k_B T}\right)$$



## Μηχανισμοί ερπυσμού σε μέταλλα και κεραμικά (4)

$$\left(\frac{\delta V}{\delta t}\right) \approx J_v d^2 = -D_{ov} d \exp\left\{-\left(\frac{Q_f + Q_m}{k_b T}\right)\right\} \left[\exp\left(\frac{\sigma\Omega}{k_B T}\right) - \exp\left(-\frac{\sigma\Omega}{k_B T}\right)\right]$$

$$\delta V \approx (d^3)' = d^2 \delta d$$

$$\dot{\epsilon}_{NH} = \frac{1}{d} \frac{\delta d}{\delta t} = \underbrace{\left(\frac{D_{ov}}{d^2}\right) \exp\left\{-\left(\frac{Q_f + Q_m}{k_b T}\right)\right\}}_{D_L} \left[\exp\left(\frac{\sigma\Omega}{k_B T}\right) - \exp\left(-\frac{\sigma\Omega}{k_B T}\right)\right]$$

$D_L$  : συντελεστής αυτοδιάχυσης

για χαμηλές τάσεις και υψηλές θερμοκρασίες :

$$\exp\left(\frac{\sigma\Omega}{k_B T}\right) \approx 1 + \frac{\sigma\Omega}{k_B T}$$

διάχυση δια του κυρίου όγκου :

$$\dot{\epsilon}_{NH} = A_{NH} \left(\frac{D_L}{d^2}\right) \left(\frac{\sigma\Omega}{k_B T}\right) \text{ ερπυσμός Nabarro – Herring}$$

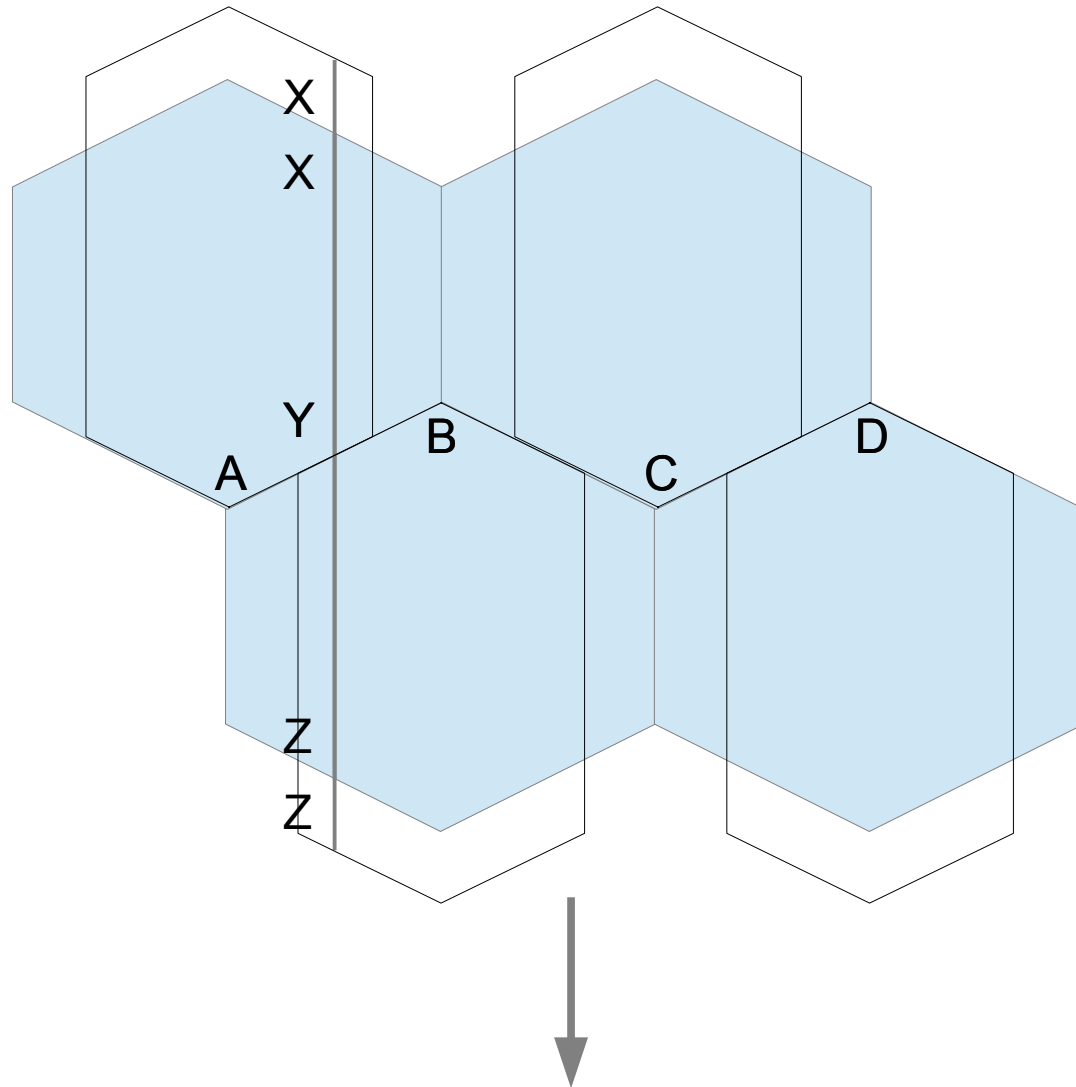
διάχυση δια του ορίων του κόκκου :

$$\dot{\epsilon}_C = A_C \left(\frac{D_{GB} \delta'}{d^3}\right) \left(\frac{\sigma\Omega}{k_B T}\right) \text{ ερπυσμός Coble}$$

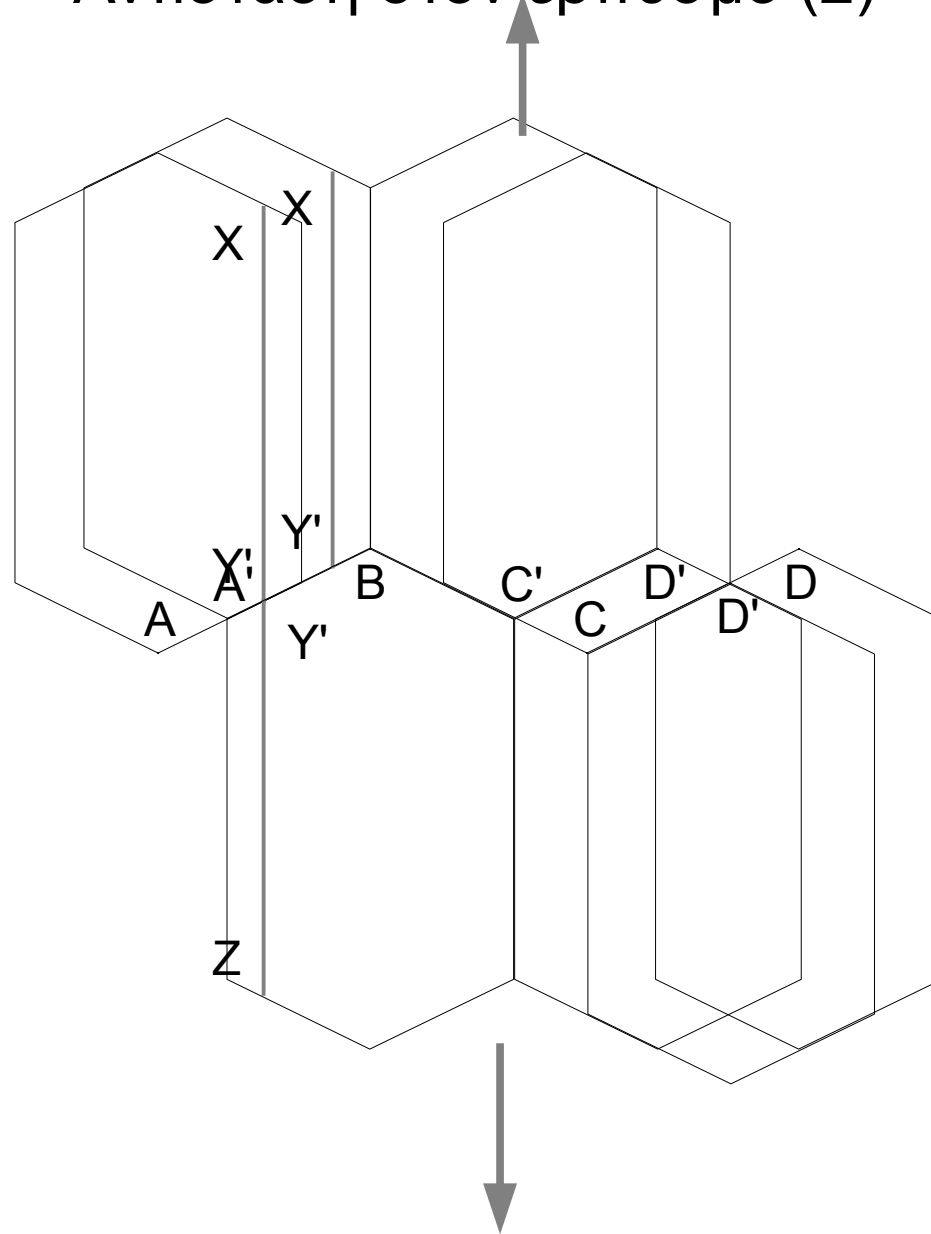
$D_{GB}$  : συντελεστής διάχυσης διά των ορίων

$\delta'$  : διάμετρος ορίων κόκκου

# Αντίσταση στον ερπυσμό (1)



# Αντίσταση στον ερπυσμό (2)

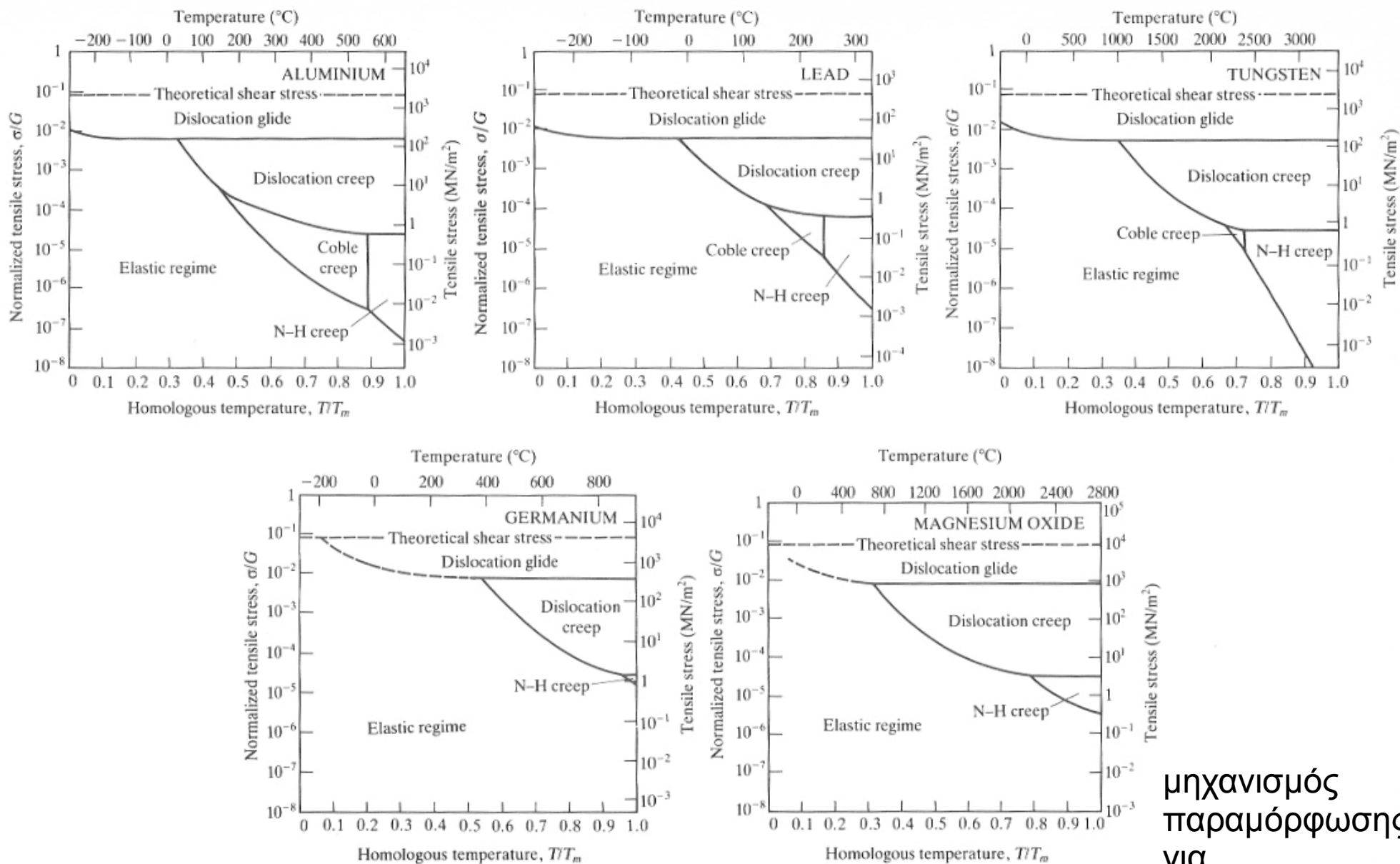


υψηλό σημείο τήξης

μεγάλο μέγεθος  
κόκκων

κατακρήμνιση  
σωματιδίων στα  
όρια των κόκκων

# Χάρτες μηχανισμών παραμόρφωσης (1)

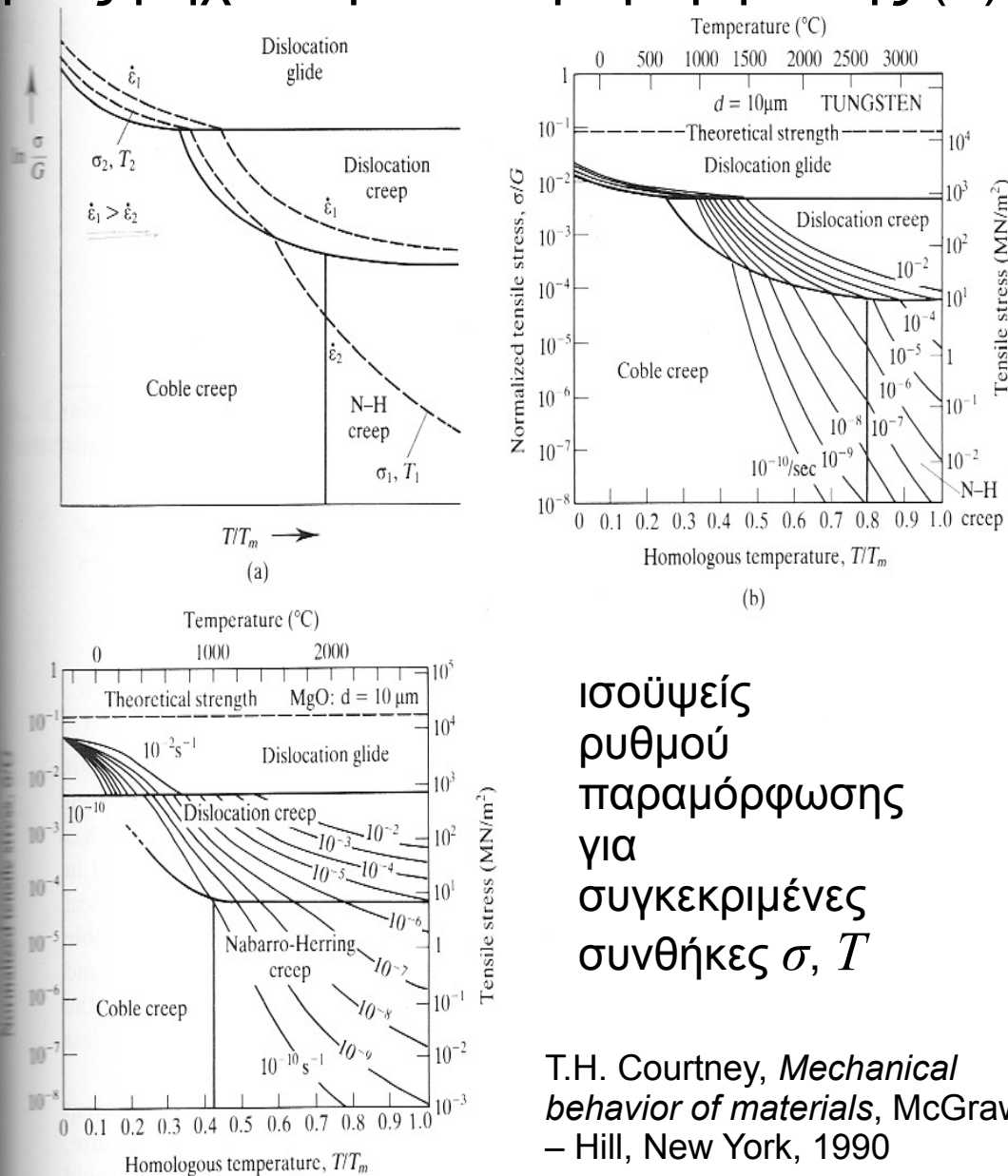


**FIGURE 7.17** Deformation mechanism maps for several metals (Al, Pb, and W) and nonmetals (Ge and MgO), all with a grain size of 32  $\mu\text{m}$ . Nonmetals are somewhat more resistant to dislocation glide than are metals and Ge is quite resistant to both dislocation and diffusional creep. (From M. F. Ashby, *Acta Metall.*, **20**, 887, 1972.)

μηχανισμός  
παραμόρφωσης  
για  
συγκεκριμένες  
συνθήκες  $\sigma$ ,  $T$



# ΧΡΕΙΣ ΜΗΧΑΝΙΣΜΩΝ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ (2)



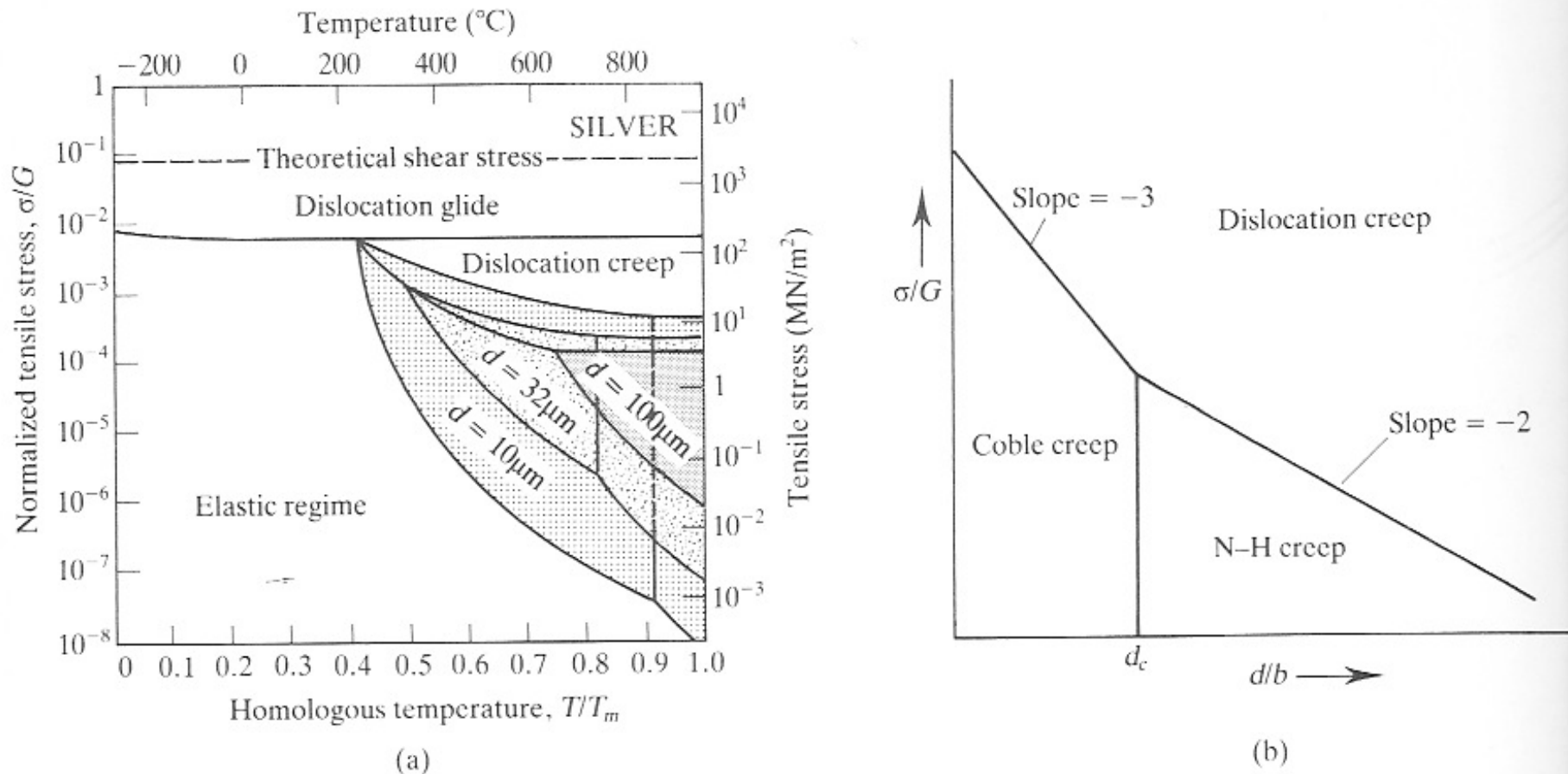
ισοϋψείς  
 ρυθμού  
 παραμόρφωσης  
 για  
 συγκεκριμένες  
 συνθήκες  $\sigma, T$

T.H. Courtney, *Mechanical behavior of materials*, McGraw – Hill, New York, 1990

**FIGURE 7.18** (a) Schematic deformation mechanism map with isostrain-rate contours imposed on it. For example the strain rate  $\dot{\epsilon}_2$  is obtained at the stress–temperature combination  $(\sigma_1, T_1)$  and the mechanism is Nabarro–Herring creep. The same strain rate is obtained by dislocation glide at the stress  $\sigma_2$  and temperature  $T_2$ . (b) and (c) Deformation mechanism maps for W and MgO, both of  $10 \mu\text{m}$  grain size, with strain-rate contours imposed on them. (Part (b) from M. F. Ashby, *Acta Metall.*, **20**, 887, 1972; (c) from A. G. Evans and T. G. Langdon, *Prog. Mats. Sc.*, **21**, 171, 1976.)

# Χάρτες μηχανισμών παραμόρφωσης (3)

αύξηση της διαμέτρου των κόκκων μειώνει την σημασία του ερπυσμού διάχυσης



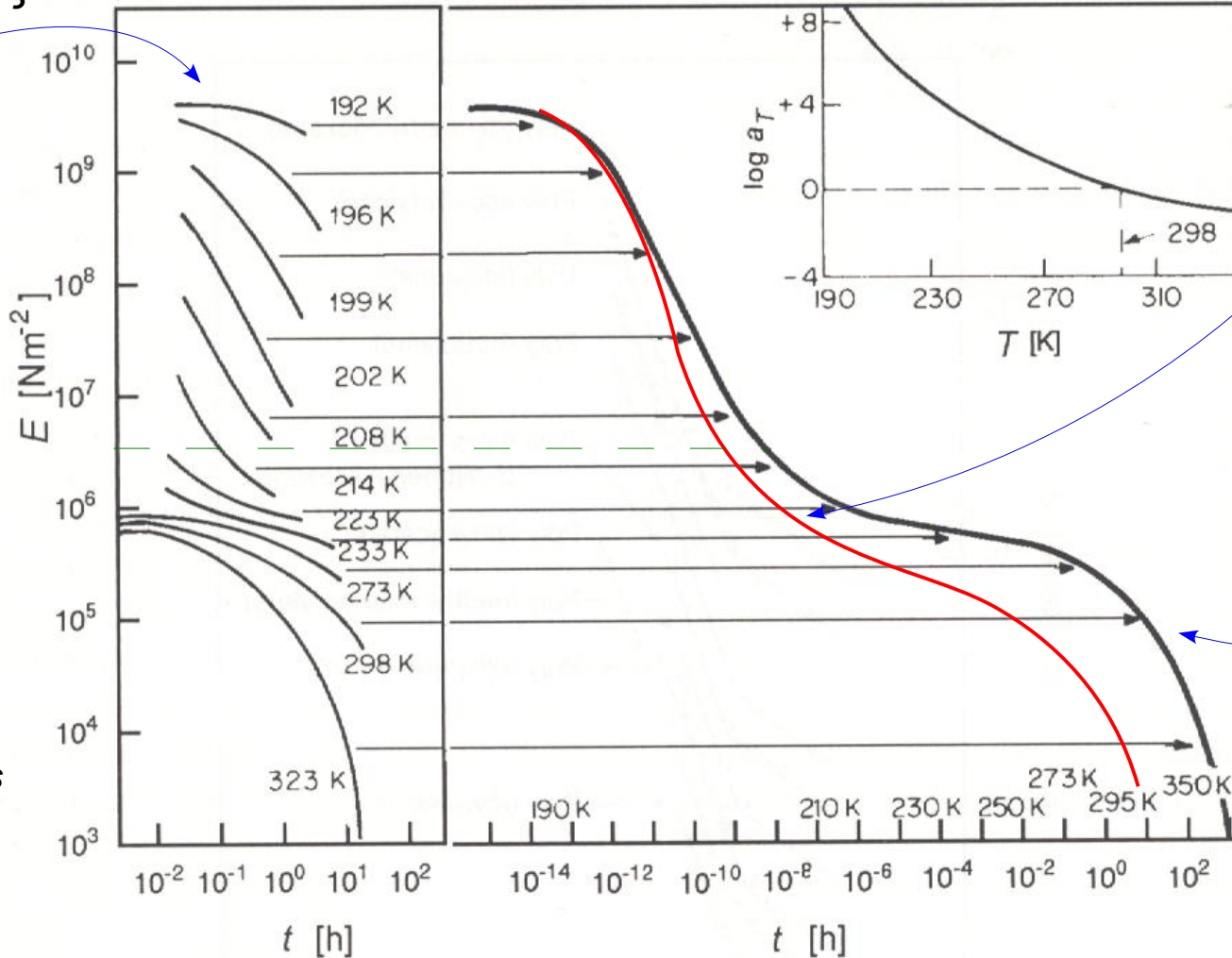
**FIGURE 7.19** (a) A deformation mechanism map depends on grain size. Finer grain sizes expand the regions of Nabarro–Herring and, particularly, Coble creep. (b) An alternative formulation of a deformation mechanism map has axes of normalized stress and grain size at a specified temperature. In the figure, the dominant creep mechanisms are identified for various stress–grain size combinations. (Part (a) from M. F. Ashby, *Acta Metall.*, **20**, 887, 1972.)

# Υαλώδης ή ιξωδοελαστική μετάπτωση

όταν  $T > T_g$  το πολυμερές διαστέλλεται και ο επιπλέον ελεύθερος όγκος επιτρέπει σε περισσότερες περιοχές να ολισθήσουν δίνοντας μικρότερο φαινόμενο μέτρο ελαστικότητας

συμπεριφορά σε διάφορες θερμοκρασίες

$$E(t_1, T_1) = E(t_2, T_2)$$



σε υψηλότερες θερμοκρασίες η καμπύλη μετατοπίζεται σε μικρότερους χρόνους

συνολική συμπεριφορά σε 298 K

ισοδυναμία χρόνου – θερμοκρασίας

παραμένουν περιοχές που δεν ολισθαίνουν (ελαστικές) : στην αποφόρτιση επαναφέρουν το πολυμερές στο αρχικό σχήμα – αυτό προϋποθέτει την αντίστροφη ολίσθηση, δηλ., απαιτεί χρόνο

## Ισοδυναμία μεταξύ χρόνου και θερμοκρασίας

$$\dot{\varepsilon}_{ss} = A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \longrightarrow \varepsilon = t A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right)$$

$$E(t, T) = \frac{\sigma}{\varepsilon(t, T)} = \frac{\sigma}{At} \exp\left(\frac{Q}{RT}\right)$$

$$E(t_1, T_1) = E(t_2, T_2) \longrightarrow \frac{\exp\left(\frac{Q}{RT_1}\right)}{t_1} = \frac{\exp\left(\frac{Q}{RT_2}\right)}{t_2} \longrightarrow \ln\left(\frac{t_2}{t_1}\right) = -\frac{Q}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$$

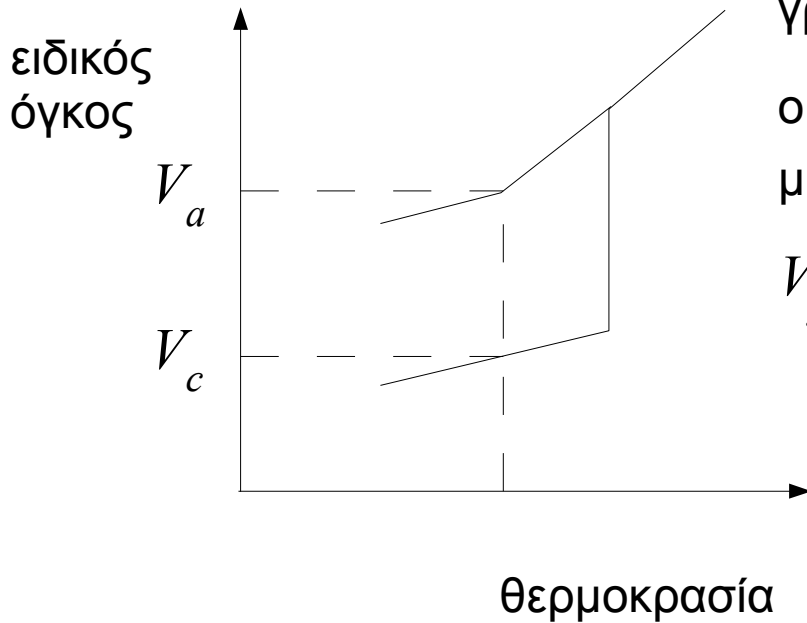
$$\longrightarrow \log(a_T) = \log\left(\frac{t_2}{t_1}\right) = -\frac{Q}{2.3 R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) \quad a_T: \text{παράγοντας επαλληλίας ή θερμοκρασιακή μετατόπιση}$$

για άμορφα, το ισοδύναμο των κενών πλεγματικών θέσεων είναι ο ελεύθερος όγκος

$$\log(a_T) = \frac{C_1(T_1 - T_2)}{C_2 + (T_1 - T_2)} \quad \text{εξίσωση WLF}$$

$$\text{για } T_2 = T_g, C_1 = 14 - 18, C_2 = 30 - 70\text{K}$$

# Μοντέλο ελεύθερου όγκου



γραμμική σχέση μεταξύ ρυθμού παραμόρφωσης και τάσης  
 ο συντελεστής αναλογίας είναι η πιθανότητα ύπαρξης  
 μεγάλου ελεύθερου όγκου,  $P_v \propto \exp(-V_f/V_o)$

$V_f$ : ελεύθερος όγκος       $V_o$ : όγκος αναφοράς

$$\eta_{fv} = B \exp\left(\frac{V_o}{V_f}\right)$$

τυπικά ο όγκος αναφοράς είναι του κρυστάλλου,  
 $V_c$ , ενώ ο ελεύθερος όγκος ( $V_a - V_c$ )

για  $T > T_g$ ,  $(V_a - V_c) = (V_a - V_c)_{Tg} + \Delta\alpha (T - T_g)$ , όπου  $\Delta\alpha$  η διαφορά στον  
 ογκομετρικό συντελεστή θερμικής διαστολής μεταξύ κρυσταλλικής και άμορφης κατάστασης

$$\eta_{fv} = B \exp\left(\frac{1}{[f_g + \Delta\alpha(T - T_g)]}\right) \quad f_g : \text{το ποσοστό ελεύθερου όγκου σε } T_g$$

το ιξώδες αυξάνει με την τάση πέραν μιας κρίσιμης τιμής

πολυμερή :  $10^7 \text{ N/m}^2$   
 μη-Νευτώνια  
 οξειδία :  $10^{10} \text{ N/m}^2$   
 Νευτώνια