Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων και Συστημάτων

Γραμμική Άλγεβρα

21/6/2015

Θέμα 1: α) Να βρεθούν για ποιες τιμές του α τα διανύσματα (1,1,3), (2,0,α), (3,-1,1) αποτελούν βάση του χώρου . β) Για τις τιμές του α που βρήκατε να εκφράσετε το διάνυσμα (0,2,0) ως γραμμικό συνδυασμό των (1,1,3), (2,0,α), (3,-1,1).

Θέμα 2: Έστω ο διανυσματικός χώρος του $R^{3}$

$$V=\left\{\left(x,y,z\right) ϵ R^{3}:-x+y=0,2y+z=0\right\}$$

1. Να βρεθεί μια βάση του V και η διάσταση του.
2. Να βρεθεί μια ορθοκανονική βάση του ορθογωνίου συμπληρώματος,$ V^{⊥}$, και η διάσταση του.

Θέμα 3: Να εξετάσετε για ποιες τιμές του α το παρακάτω σύστημα : a) έχει ακριβώς μια λύση, b) άπειρες λύσεις, c) είναι αδύνατο

$$\left\{\begin{matrix}x-2y+αz=1\\2x-y+2z=2\\3x-y+3αz=3\end{matrix}\right.$$

όπου $α\in R$.

Θέμα 4: α) Αν ισχύει  να απλοποιηθούν οι παραστάσεις: και . β) Να βρεθούν όλοι οι πραγματικοί πίνακες για τους οποίους ισχύει ΑΧ=ΧΑ όπου .

Θέμα 5: Έστω ο πίνακας

Α=$\left[\begin{matrix}2-α&α&α-3\\1&0&-1\\0&1&-1\end{matrix}\right]$.

Να βρεθούν οι τιμές του α για τις οποίες ο πίνακας δεν διαγωνιοποιείται.

Καλή επιτυχία