ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

# Επιχειρησιακή Έρευνα

## **Ενότητα 3**: Γραμμικός Προγραμματισμός - Μοντελοποίηση - Γραφική επίλυση (Ι)

*Γεώργιος Σταθάκης*
*Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων και Συστημάτων*



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

# Χρηματοδότηση


- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

# ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ (1/2)

Όπως αναφέρθηκε και πριν ο γραμμικός προγραμματισμός ασχολείται με προβλήματα βέλτιστης κατανομής των περιορισμένων διαθέσιμων πόρων ανάμεσα σε ανταγωνιστικές δραστηριότητες.

Οι στόχοι ενός οργανισμού επιτυγχάνονται κάτω από περιορισμούς οι οποίοι επιβάλλονται ενδογενώς ή εξωγενώς. Ορισμένοι από τους περιορισμούς αφορούν στους περιορισμένους πόρους που διατίθενται για την επίτευξη των σκοπών. Τέτοιοι είναι π.χ. οι πρώτες ύλες, η εργασία, η δυναμικότητα παραγωγής, τα κεφάλαια κλπ.

# ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ (2/2)

Κάποιοι από τους περιορισμούς δεν αφορούν στην περιορισμένη διαθεσιμότητα των πόρων αλλά προέρχονται από άλλες αιτίες όπως π.χ. προδιαγραφές προϊόντων, νομικοί περιορισμοί, ζήτηση, είδος χρηματοδότησης κ.τ.λ. Έτσι στους περιορισμένους πόρους θα μπορούσαμε να συμπεριλάβουμε γενικά τις αιτίες που περιορίζουν τις μεταβλητές απόφασης να λάβουν οποιαδήποτε τιμή

# ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Θα πρέπει εδώ να αποσαφηνίσουμε τον όρο ανταγωνιστικές δραστηριότητες του προηγούμενου ορισμού. Με τον όρο αυτό εννοούμε δραστηριότητες που ανταγωνίζονται μεταξύ τους στην κατανάλωση διαθέσιμων πόρων. Αν π.χ. μια αγροτική επιχείρηση παράγει μήλα και πορτοκάλια και αποφασίσει να αυξήσει την παραγωγή των πορτοκαλιών θα πρέπει να χρησιμοποιήσει περισσότερους πόρους (π.χ. λίπασμα, εργατοώρες, ώρες χρήσεις αγροτικών μηχανημάτων) τις οποίες αναγκαστικά θα στερήσει από την παραγωγή των μήλων. Τα δύο αυτά προϊόντα που παράγει είναι ανταγωνιστικά μεταξύ τους ως προς την κατανάλωση των διαθέσιμων πόρων.

**ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ: ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΜΙΓΜΑΤΟΣ ΠΡΟΪΟΝΩΝ**

Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται στην αναζήτηση της βέλτιστης αναλογίας μεταξύ των διαφόρων προϊόντων που παράγει μια επιχείρηση προκειμένου να βελτιστοποιήσει κάποιο κριτήριο (π.χ. μεγιστοποίηση κέρδους). Το πρόβλημα προφανώς υφίσταται μόνο στην περίπτωση που τα διάφορα προϊόντα χρησιμοποιούν κάποιους κοινούς πόρους.

## ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ: ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται στην αναζήτηση του βέλτιστου μίγματος επενδυτικών προϊόντων που βελτιστοποιούν κάποιο κριτήριο όπως π.χ. η μεγιστοποίηση του κέρδους ή η ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Το πρόβλημα αυτό υφίσταται σχεδόν πάντα στους επενδυτές καθώς το επενδυόμενο κεφάλαιο είναι περιορισμένο.

**ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ: ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΑΝΘΡΩΠΙΝΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ**

Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται στην κατάστρωση ενός σχεδίου κατανομής προσωπικού ανάμεσα στις διάφορες δραστηριότητες βάσει κριτηρίων όπως π.χ. ελαχιστοποίηση φόρτου εργασίας, αξιοποίηση δεξιοτήτων κ.τ.λ.

## ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ: ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Το πρόβλημα αναφέρεται στην κατάρτιση προγραμμάτων παραγωγής έτσι ώστε να ικανοποιηθεί η απαιτούμενη ζήτηση με το ελάχιστο συνολικό κόστος λαμβάνοντας υπόψη τις μεθόδους παραγωγής, την δυναμικότητα, πληροφορίες αποθεμάτων κ.τ.λ.

Αυτά είναι μερικά μόνο παραδείγματα εφαρμογής γραμμικού προγραμματισμού. Στην συνέχεια θα δούμε μερικά απλά παραδείγματα

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Μια μικρή βιοτεχνία παράγει συσκευασμένους χυμούς ποσότητας ενός λίτρου δύο τύπων: πορτοκαλιού και μήλου. Η διαδικασία παραγωγής και για τα δύο προϊόντα περιλαμβάνει την επεξεργασία τους στα ίδια στάδια παραγωγής αλλά απαιτεί διαφορετικές ώρες  εργασίας για το κάθε προϊόν σε κάθε ένα από τα στάδια παραγωγής. Πιο συγκεκριμένα για την παραγωγή ενός λίτρου χυμού πορτοκαλιού απαιτούνται 4 λεπτά χρήσης του αποχυμωτή, 2 λεπτά χρήσης του συσκευαστηρίου και 1 λεπτά για τον έλεγχο. Για την παραγωγή  ενός λίτρου χυμού μήλου απαιτούνται 4 λεπτά χρήσης του (ίδιου) αποχυμωτή, 1 λεπτό χρήσης του (ίδιου) συσκευαστηρίου και 2,5 λεπτά για τον έλεγχο. Ο έλεγχος διενεργείται από την ίδια ομάδα προσωπικού. Για την αυριανή ημέρα ο υπεύθυνος παραγωγής έχει προσδιορίσει ότι ο διαθέσιμος χρόνος χρήσης του αποχυμωτή είναι 440 λεπτά, ο διαθέσιμος χρόνος του συσκευαστηρίου είναι 200 λεπτά και ο διαθέσιμος χρόνος για έλεγχο είναι 200 λεπτά. Από τα στοιχεία που διαθέτει η επιχείριση προκύπτει ότι το μοναδιαίο κέρδος της επιχείρισης ανέρχεται σε 0,70 Ευρώ για κάθε κουτί χυμό πορτοκαλιού και σε 0,50 Ευρώ για κάθε κουτί χυμό μήλου.

Αν θεωρηθεί ότι η ποσότητα των διαθέσιμων φρούτων είναι απεριόριστη να προσδιοριστεί η αυριανή ποσότητα παραγωγής για κάθε ένα από τα δύο προϊόντα έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος.

# ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (1/5)

Το πρώτο στάδιο για την επίλυση του προβλήματος είναι η μοντελοποίηση. Κατά το στάδιο αυτό θα προσπαθήσουμε να αναπαραστήσουμε το πρόβλημα με μαθηματικές σχέσεις. Ξεκινάμε προσδιορίζοντας τον στόχο, δηλαδή το κριτήριο βελτιστοποίησης. Είναι σχεδόν προφανές ότι το κριτήριο βελτιστοποίησης θα είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους. Δηλαδή θα προσπαθήσουμε να βρούμε τον καλύτερο, ή αλλιώς τον βέλτιστο, συνδυασμό ποσοτήτων κάθε ενός από τα προϊόντα που θα πρέπει να παραχθούν αύριο έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος. Στην συνέχεια θα πρέπει να αναγνωρίσουμε ποιες είναι οι μεταβλητές απόφασης (οι μεταβλητές δηλαδή των οποίων την τιμή αποφασίζουμε εμείς και τελικά καθορίζουν την τιμή του κριτηρίου βελτιστοποίησης).

# ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (2/5)

Όπως εύκολα διαπιστώνει κανείς οι μεταβλητές απόφασης είναι οι εξής:

$X_1$: αριθμός συσκευασιών χυμού πορτοκαλιού που θα παραχθούν αύριο

$X_2$: αριθμός συσκευασιών χυμού μήλου που θα παραχθούν αύριο

Θα εκφράσουμε τώρα το κέρδος σε συνάρτηση με τις μεταβλητές απόφασης.

Αφού κάθε μια συσκευασία χυμού πορτοκαλιού αποδίδει κέρδος στην επιχείρηση 0,70 Ευρώ ενώ κάθε μία συσκευασία χυμού μήλου αποδίδει 0,50 ευρώ το συνολικό κέρδος θα είναι:

$$z = 0,70X_1 + 0,50X_2$$

# ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (3/5)

Η παραπάνω συνάρτηση ονομάζεται αντικειμενική συνάρτηση και στόχος μας είναι να την μεγιστοποιήσουμε καθώς εκφράζει το κέρδος. Στην συνέχεια θα πρέπει να εκφράσουμε μαθηματικά τους περιορισμούς. Ο πρώτος περιορισμός αφορά την διαθεσιμότητα χρόνου επεξεργασίας στον αποχυμωτή. Ο διαθέσιμος χρόνος είναι 480 λεπτά. Θα πρέπει τώρα να εκφράσουμε τον χρόνο που απαιτείται να χρησιμοποιηθεί ο αποχυμωτής για την παραγωγή $X_1$ συσκευασιών χυμού πορτοκάλι και $X_2$ συσκευασιών χυμού μήλου. Ο χρόνος αυτός είναι:

$$4X_1 + 4X_2$$

# ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (4/5)

Ενώ ο αντίστοιχος περιορισμός είναι:

$4 \cdot X_1 + 4 \cdot X2 \leq 440$

Με το ίδιο σκεπτικό ο χρόνος που θα πρέπει να απασχοληθεί το συσκευαστήριο είναι

$2 \cdot X_1 + X_2$ και καθώς ο συνολικός διαθέσιμος χρόνος του συσκευαστηρίου την αυριανή μέρα είναι 200 λεπτά προκύπτει ο περιορισμός

$2 \cdot X_1 + X_2 \leq 200$

Τέλος ο χρόνος που θα πρέπει να απασχοληθεί η ομάδα ελέγχου είναι

$X_1 + 2.5 \cdot X_2$ και καθώς η διαθεσιμότητα της ομάδας ελέγχου την αυριανή μέρα είναι 200 λεπτά προκύπτει ο περιορισμός:

$X_1 + 2.5 \cdot X_2 \leq 200$

Επίσης οι μεταβλητές απόφασης $X_1$ και $X_2$ δεν μπορούν να λάβουν αρνητικές τιμές καθώς εκφράζουν ποσότητα παραγωγής. Προκύπτουν επομένως ακόμα δύο περιορισμοί που ονομάζονται φυσικοί περιορισμοί.

# ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (5/5)

$$
\begin{aligned}
&\max z = 0{,}70 \cdot X_1 + 0{,}50 \cdot X_2 \\
&\upsilon.\pi. \\
&4 \cdot X_1 + \ \ 4 \cdot X_2 \le 440 \\
&2 \cdot X_1 + \qquad X_2 \le 200 \\
&\quad X_1 + 2.5 \cdot X_2 \le 200 \\
&\quad X_1 \qquad\qquad \ge 0 \\
&\qquad\qquad\quad X_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

# ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (1/17)

Το παραπάνω πρόβλημα έχει μόνο δύο μεταβλητές απόφασης και είναι πάρα πολύ απλό. Στην πραγματικότητα τα προβλήματα που συναντάμε μπορεί να έχουν μεγάλο πλήθος μεταβλητών απόφασης.

Στην ειδική αυτή περίπτωση που έχουμε μόνο δύο μεταβλητές απόφασης το πρόβλημα μπορεί να λυθεί γραφικά. Κατασκευάζουμε ένα σύστημα δύο αξόνων όπου κάθε άξονας αναπαριστά μια μεταβλητή απόφασης. Λόγω των φυσικών περιορισμών μας ενδιαφέρει μόνο το πρώτο τεταρτημόριο. Κάθε ένας από τους περιορισμούς χωρίζει το επίπεδο σε δυο ημιεπίπεδα μέσω μιας ευθείας. Σχεδιάζουμε όλες αυτές τις ευθείες (τρεις στην περίπτωση του παραπάνω παραδείγματος) και ελέγχουμε αν υπάρχει κάποια περιοχή του επιπέδου όπου να επαληθεύονται όλοι οι περιορισμοί. Αν υπάρχει τέτοια περιοχή τότε το πρόβλημα έχει λύσει και η περιοχή αυτή αντιπροσωπεύει το σύνολο των εφικτών λύσεων (αυτών δηλαδή που ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς). Το σύνολο αυτό ονομάζεται χώρος εφικτών λύσεων. Κάθε σημείο του χώρου αυτού αντιπροσωπεύει ένα ζεύγος σημείων $X_1$ , $X_2$ που ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς. Μεταξύ των σημείων του χώρου των εφικτών λύσεων αναζητούμε την βέλτιστη, αυτή δηλαδή που μεγιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση.

# ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (2/17)

Ξεκινάμε σχεδιάζοντας την ευθεία

$4 \cdot X_1 + 4 \cdot X2 = 440$

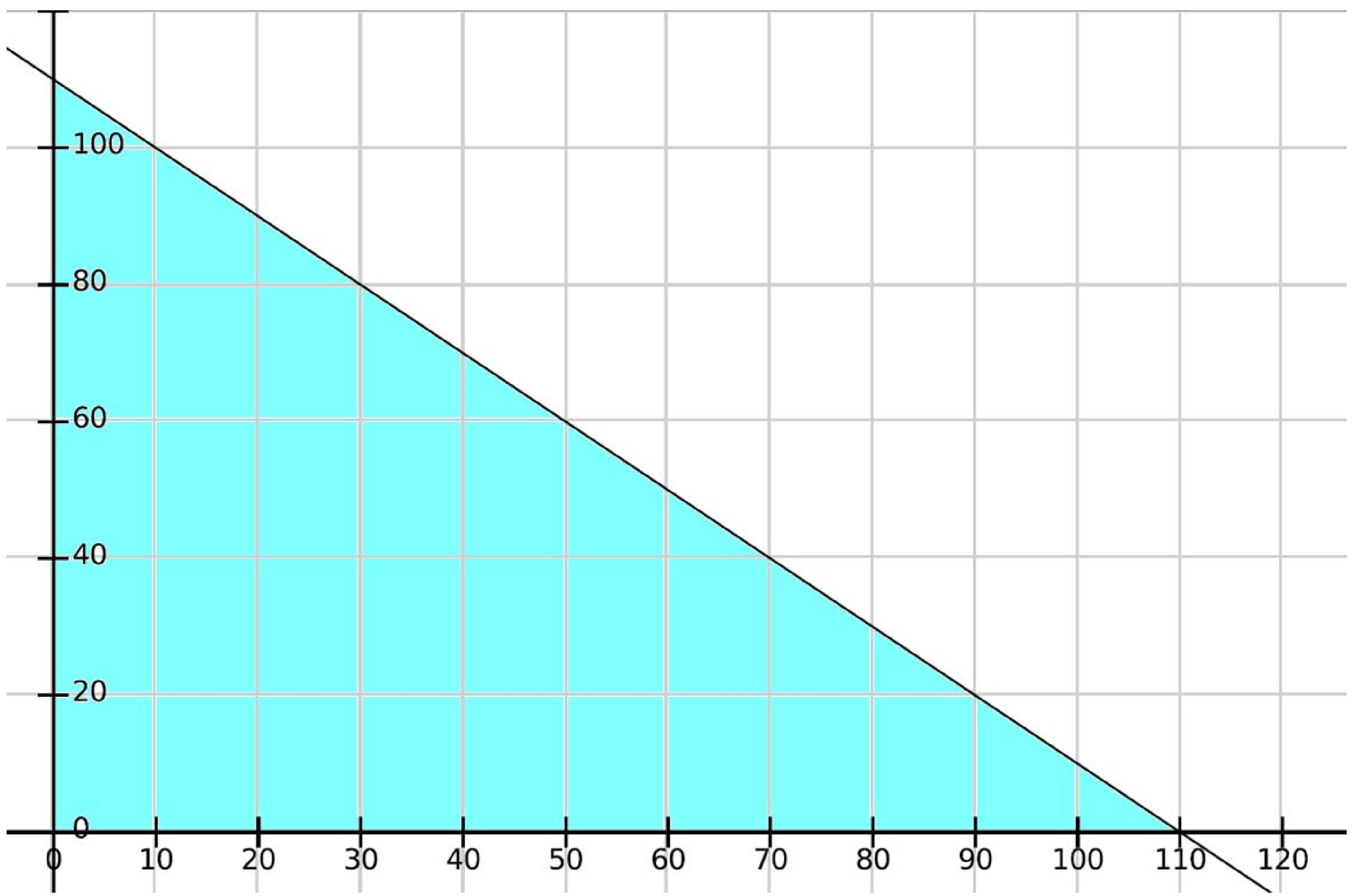
Χρειαζόμαστε δύο σημεία.

Θέτουμε $X_1$=0 οπότε $X_2$=110

Θέτουμε ακόμα $X_2$ =0 οπότε $X_1$ =110

Ενώνοντας τα σημεία (110,0) και (0,110) προκύπτει η παρακάτω ευθεία:

# ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (3/17)



# ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (4/17)

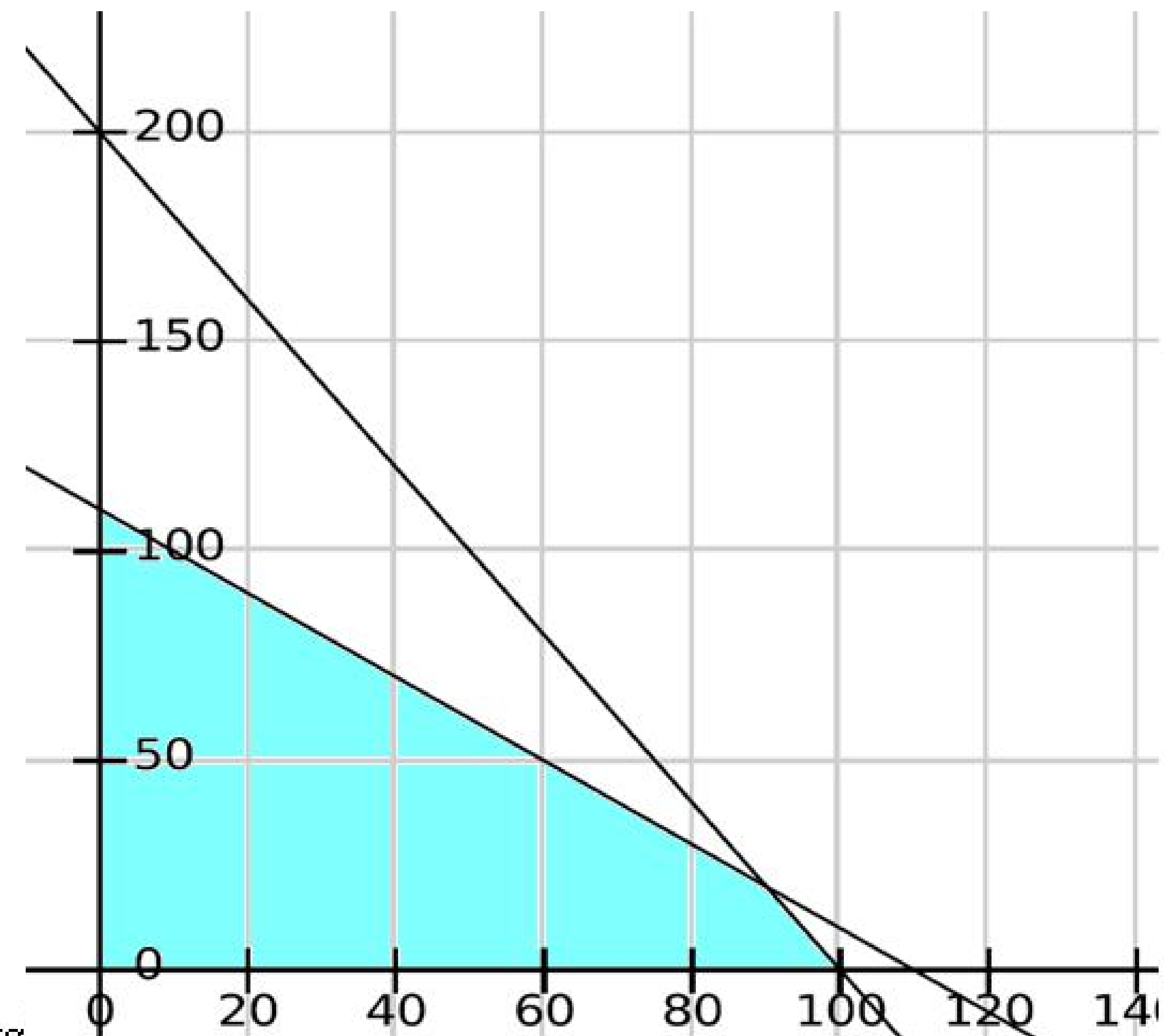
Η γραμμοσκιασμένη περιοχή αντιστοιχεί στο ημιεπίπεδο που επαληθεύει την παραπάνω ανισότητα. Το γεγονός αυτό μπορεί να διαπιστωθεί λαμβάνοντας ένα οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου και ελέγχοντας αν επαληθεύει ή όχι την ανισότητα. Π.χ. για το σημείο (0,0) ισχύει $4*0+4*0=0<440$ άρα το σημείο (0,0) ανήκει στο ημιεπίπεδο που παριστάνει η παραπάνω ανισότητα. Επομένως αν το πρόβλημα έχει κάποια λύση, δεδομένου ότι αυτή θα πρέπει μεταξύ άλλων να επαληθεύει την πρώτη ανισότητα, τότε θα βρίσκεται στην γραμμοσκιασμένη περιοχή.

# ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (5/17)

Θα προσθέσουμε τώρα στο σχήμα και την δεύτερη ανισότητα $2 \cdot X_1 + X_2 \leq 200$

. Με ακριβώς τον ίδιο συλλογισμό όπως πριν σχεδιάζουμε και την δεύτερη ευθεία.

# ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (6/17)



# ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (7/17)

Ακριβώς όπως πριν αναζητούμε το ημιεπίπεδο που αντιπροσωπεύει ο δεύτερος περιορισμός. Όμως τώρα αναζητούμε την περιοχή που ικανοποιεί και τις δύο ανισότητες που ικανοποιούν τους δύο πρώτους περιορισμούς. Έτσι προκύπτει η γραμμοσκιασμένη περιοχή (γαλάζιο τετράπλευρο)

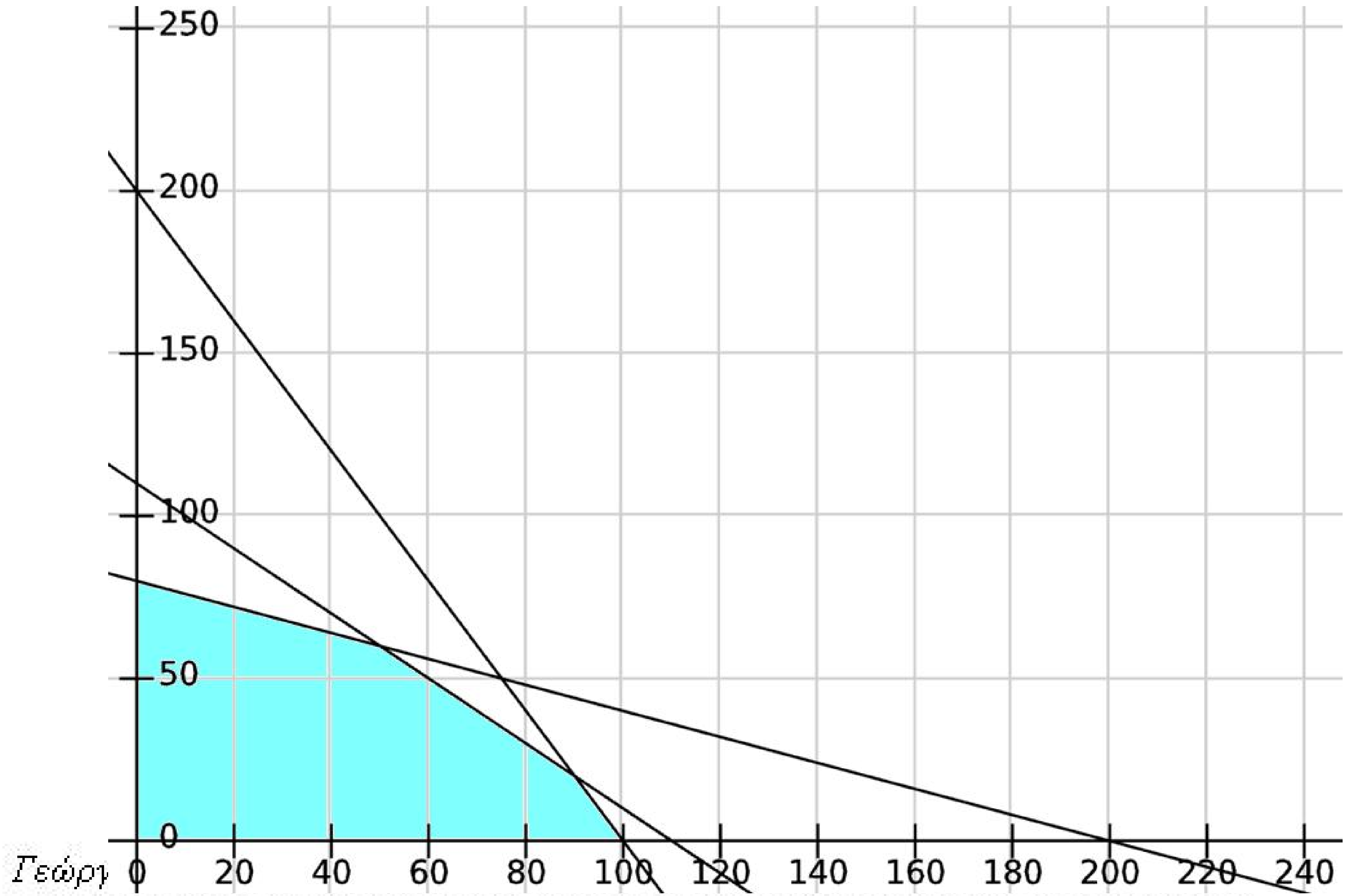
# ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (8/17)

Σχεδιάζουμε τώρα και την τρίτη ευθεία:

$$X_1 + 2.5 \cdot X_2 = 200$$

που αντιστοιχεί στον τρίτο περιορισμό και αναζητούμε την περιοχή του επιπέδου που ικανοποιούνται ταυτόχρονα και οι τρεις περιορισμοί. Σημειώνουμε ότι μόνο αν υπάρχει τέτοια περιοχή (που να ικανοποιούνται ταυτόχρονα όλοι οι περιορισμοί) το πρόβλημα έχει λύση. Στο επόμενο σχήμα έχουν σχεδιαστεί και οι τρεις περιορισμοί και έχει σκιαγραφηθεί η περιοχή που ικανοποιούνται ταυτόχρονα και οι τρεις.

# ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (9/17)



# ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (10/17)

Η γραμμοσκιασμένη περιοχή αντιστοιχεί επομένως στην περιοχή των εφικτών λύσεων. Κάθε ζεύγος σημείων $(X_1, X_2)$ που βρίσκεται στην περιοχή αυτή είναι λύση του προβλήματος. Μεταξύ όλων αυτών των (άπειρων) λύσεων αναζητούμε την καλύτερη (βέλτιστη) λύση. Αυτή δηλαδή που θα μεγιστοποιήσει την αντικειμενική συνάρτηση. Διαισθητικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι καθώς τα $X_1$ και $X_2$ μεγαλώνουν θα αυξάνεται και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Καθώς επομένως μετακινούμαστε πιο δεξιά και πιο πάνω στην γραμμοσκιασμένη περιοχή η λύση συνεχώς θα βελτιώνεται. Όμως αυτή η μετακίνηση θα εμποδιστεί κάποιες στιγμή από τους περιορισμούς.