



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ

Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Διδάσκουσα: Μ.ΜΑΥΡΗ

Φροντιστηριακές Ασκήσεις: Φ. ΜΟΝΙΟΥΚΑΣ

Εξεταστική Περίοδος: **Σεπτέμβριος 2008**

Πέμπτη 04.09.2008

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα που ακολουθούν

Θέμα 1°

- i. Να αποδείξετε, με τη βοήθεια του ορισμού, ότι $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3n-1} = \frac{1}{3}$
- ii. Να υπολογίσετε το όριο της ακολουθίας $a_n = 2 * \sqrt[3]{4} * \sqrt[9]{16} * \sqrt[27]{256} \dots * \sqrt[3^{n-1}]{2^{2^{n-1}}}$

Θέμα 2°

Να αποδείξετε, με την βοήθεια του ορισμού, ότι $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 5}{2x^3} = 1$

Θέμα 3°

Αν η συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathfrak{R}$ είναι συνεχής στο $a \in A$ και η $g: B \rightarrow \mathfrak{R}$ είναι συνεχής στο $f(a) \in B$ τότε με την βοήθεια του θεωρήματος της μεταφοράς να δείξετε ότι η $g \circ f$ είναι συνεχής στο $a \in A$

Θέμα 4°

Δίνεται η άρτια συνάρτηση f , που είναι παραγωγίσιμη στο \mathfrak{R} . Θεωρούμε τη συνάρτηση g με $g(x) = (x^2 + 1)f(x) + 3x$

- i. Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της g
- ii. Να δείξετε ότι η g είναι παραγωγίσιμη στο \mathfrak{R}
- iii. Να δείξετε ότι $g'(0) = 3$

Θέμα 5°

Να δείξετε ότι η $f(x) = x^2 - x \sin x - \cos x$ έχει ακριβώς δύο πραγματικές ρίζες στο $(-\pi, \pi)$

Θέμα 6°

Θεωρούμε την συνάρτηση f , συνεχή στο $[a, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο (a, β)

Αν $f(x) > 0 \forall x \in [a, \beta]$ τότε να αποδείξετε ότι υπάρχει $\xi \in (a, \beta)$ ώστε :

- i. $\frac{f'(\xi)}{f(\xi)} = \frac{\ln f(a) - \ln f(\beta)}{a - \beta}$

Για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$, να δείξετε ότι υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta)$, τέτοιο ώστε :

ii.
$$f'(\xi) = \frac{e^{f(\alpha)} - e^{f(\beta)}}{e^{f(\xi)}(\beta - \alpha)}$$

Θέμα 7°

Να μελετήσετε και να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \frac{x(x+1)}{x-1}$

Θέμα 8°

i. Να εξετάσετε αν υπάρχει το όριο $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+y}{x-2y}$

ii. Δίνεται η συνάρτηση $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

Να υπολογίσετε τις $\frac{\partial f}{\partial x}$ και $\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)$ στο σημείο $(0, 0)$

Θέμα 9°

Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα

i. $\int \frac{\sqrt{x}}{x+2} dx$

ii. $\int e^{5x} \cos 4x dx$

Θέμα 10°

Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Να υπολογίσετε τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του

Καλή επιτυχία