



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ (Μ.Β.Α.)

Μάθημα: Επιχειρησιακή Έρευνα
Διδάσκοντες: Ε. Γάκη, Μ. Μαύρη

Εξεταστική Περίοδος Ιουνίου
Τετάρτη, 22.06.2011

(Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες)
Να απαντηθούν όλα τα θέματα

1α. Ένα οινοποιείο παράγει δύο τύπους κρασιών, «Λευκό» και «Κόκκινο». Σύμφωνα με τα ιστορικά στοιχεία του οινοποιείου η αγορά μπορεί να απορροφήσει ετησίως τουλάχιστον 50 τόνους από το «Λευκό» κρασί και 25 τόνους από «Κόκκινο» κρασί. Για την παραγωγή των κρασιών χρησιμοποιούνται δύο ποικιλίες σταφυλιών, ποικιλία Α και ποικιλία Β. Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται αναλυτικά οι ποσότητες των ποικιλιών (σε τόνους) που απαιτούνται για την παραγωγή ενός τόνου από «Λευκό» και «Κόκκινο» κρασί αντίστοιχα και οι διαθέσιμες ποσότητες.

Ποικιλίες Σταφυλιών	Κρασί		Διαθέσιμες ποσότητες
	Λευκό	Κόκκινο	
Ποικιλία Α	500	500	75000
Ποικιλία Β	125	250	25000

Το κέρδος από την πώληση ενός τόνου από «Λευκό» και «Κόκκινο» κρασί είναι 300 και 450 χρηματικές μονάδες αντίστοιχα

Με βάση τα στοιχεία αυτά:

- Να διαμορφωθεί το μαθηματικό μοντέλο που προσδιορίζει το βέλτιστο αριθμό τόνων από «Λευκό» και «Κόκκινο» κρασί που πρέπει να παράγει το οινοποιείο ετησίως προκειμένου να μεγιστοποιεί το κέρδος του από την πώλησή τους
- Να χρησιμοποιηθεί η γραφική μέθοδος επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού για να βρεθεί η βέλτιστη του προβλήματος.
- Να εξετασθεί αν το οινοποιείο μπορεί να αυξήσει το κέρδος του από το «Λευκό» κρασί κατά 100 μονάδες, χωρίς να μεταβληθεί το βέλτιστο σχέδιο παραγωγής των κρασιών.

1β. Ο πίνακας Simplex που ακολουθεί είναι ένας ενδιάμεσος πίνακας που προκύπτει κατά την διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος μεγιστοποίησης με την βοήθεια του αλγόριθμου Simplex.

Μεταβλητές	Αντικειμενικοί Συντελεστές	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Δεξιό μέλος	Πηλίκο
	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{4}{5}$	1	0	$-\frac{6}{5}$	600	
	0	1	0	1	0	1	1	500	
	200	0	1	0	0	0	1	500	
	z_j	0	200	0	0	0	200		
	$c_j - z_j$	125	0	175	0	0	-200		$Z=100.000$

- Να προσδιορίσετε την ταυτότητα κάθε μεταβλητής, βασική ή μη βασική και να αναφέρετε την τρέχουσα τιμή τους, όπως προσδιορίζεται από τον πίνακα
- Να εξετάσετε αν υπάρχει μη βασική μεταβλητή που εισερχόμενη στη βάση θα βελτιώσει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και να προσδιορίσετε ποια θα είναι η εξερχόμενη μεταβλητή.
- Να προσδιορίσετε με την βοήθεια του πίνακα Simplex τη νέα τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης

2α. Μια εταιρεία αθλητικών ειδών κατασκευάζει μπάλες του μπάσκετ δύο τύπων, Α και Β. Για την ημερήσια παραγωγή τους χρησιμοποιούνται τουλάχιστον 11 κιλά πλαστικό και 9 κιλά λάστιχο. Ο πίνακας που ακολουθεί παρουσιάζει αναλυτικά τις απαιτούμενες ποσότητες από τις πρώτες ύλες για κάθε τύπο μπάλας όπως και το κόστος ανά μπάλα για κάθε ένα από τους τύπους Α, και Β .

Πρώτες Ύλες	Τύπος Μπάλας		Απαιτούμενες ποσότητες
	A	B	
Πλαστικό	1	3	11
Λάστιχο	2	1	9
Κόστος ανά μπάλα	1	2	

Το μοντέλο του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού, από την επίλυση του οποίου προκύπτουν ο αριθμός από μπάλες τύπου Α και τύπου Β που πρέπει να κατασκευαστούν, με δεδομένους τους περιορισμούς και με στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους κατασκευής είναι το ακόλουθο

$$\begin{aligned} \min Z &= x_1 + 2x_2 \\ \text{Subject to} \\ x_1 + 3x_2 &\geq 11 \text{ ποσότητα σε πλαστικό} \\ 2x_1 + x_2 &\geq 9 \text{ ποσότητα σε λάστιχο} \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

όπου

x_1 αριθμός από μπάλες τύπου Α που κατασκευάζονται

x_2 αριθμός από μπάλες τύπου Β που κατασκευάζονται

Μετά τη λύση του προβλήματος με τον αλγόριθμο Simplex προέκυψε ο παρακάτω τελικός πίνακας

Βάση		1	2	0	0	M	M		
Μεταβλητές	Αντικειμενικοί Συντελεστές	x_1	x_2	e_1	e_2	α_1	α_2	Δεξιό μέλος	Πηλίκο
x_2	2	0	1	$-\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$	2,6	
x_1	1	1	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	3,2	
	z_j	1	2	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	Z=8,4	
	$c_j - z_j$	0	0	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	$M - \frac{3}{5}$	$M - \frac{1}{5}$		

- Να διατυπώσετε το δυικό πρόβλημα. Να προσδιορίσετε την άριστη λύση του.
- Χρησιμοποιώντας τον τελευταίο πίνακα Simplex του πρωτεύοντος προβλήματος να προσδιορίσετε το εύρος εφικτότητας του αντικειμενικού συντελεστή για τις μπάλες τύπου Β

2β. Ένας υποψήφιος δήμαρχος θέλει να μεταφέρει εκλογικό υλικό (το οποίο είναι αποθηκευμένο σε κιβώτια που περιέχουν διάφορα είδη όπως αφίσες, σημαίες, ψηφοδέλτια κ.λπ.) σε τρεις πόλεις. Το υλικό αυτό βρίσκεται ήδη σε τρεις αποθήκες (Α1, Α2, Α3) που έχει ενοικιάσει ο υποψήφιος οι οποίες βρίσκονται σε τρία διαφορετικά σημεία της χώρας. Η κάθε αποθήκη Α1, Α2, Α3 διαθέτει συγκεκριμένο απόθεμα και συγκεκριμένα, 20, 15 και 10 κιβώτια αντίστοιχα ενώ και απαιτούμενες ποσότητες για κάθε πόλη διαφέρουν και ανέρχονται σε 5, 20 και 20 κιβώτια αντίστοιχα για τις πόλεις 1, 2 και 3. Ο πίνακας που ακολουθεί περιέχει το κόστος μεταφοράς ενός κιβωτίου εκλογικού υλικού από κάθε αποθήκη σε κάθε πόλη.

	Πόλη 1	Πόλη 2	Πόλη 3

Αποθήκη 1	90	100	130
Αποθήκη 2	100	140	100
Αποθήκη 3	100	80	80

- i. Χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο της βορειοδυτικής γωνίας προσδιορίστε την πρώτη (αρχική) λύση και να υπολογίσετε το κόστος μεταφοράς για τη λύση αυτή. . Ελέγξτε αν η λύση αυτή είναι η βέλτιστη. . (χ μον.)
- ii. Αν η λύση που βρήκατε παραπάνω δεν είναι η βέλτιστη προσδιορίστε την επόμενη λύση και υπολογίστε το κόστος μεταφοράς για τη λύση αυτή (χ μον.)

3α. Μία ημέρα πριν τις εκλογές, δύο υποψήφιοι δήμαρχοι έχουν επισημάνει τρεις πόλεις ως κρίσιμες και σκέφτονται ότι ενδεχομένως να αξίζει να τις επισκεφθούν μία τελευταία φορά. Δεδομένου ότι καμία επίσκεψη δεν είναι χρήσιμη αν δεν έχει προηγηθεί επαρκής προετοιμασία από το επιτελείο του υποψηφίου, κάθε υποψήφιος πρέπει να καταστρώσει τον προγραμματισμό του χωρίς να γνωρίζει την επιλογή του αντιπάλου. Οι σφυγμομετρήσεις που έκαναν και οι δύο πλευρές δείχνουν πανομοιότυπες εκτιμήσεις. Στον επόμενο πίνακα φαίνεται το εκτιμώμενο κέρδος (σε χιλιάδες ψήφους) του υποψηφίου I που προκύπτει από κάθε συνδυασμό επισκέψεων που θα γίνουν την τελευταία μέρα.

Υποψήφιος I	Υποψήφιος II		
	Πόλη 1	Πόλη 2	Πόλη 3
Πόλη 1	12	-9	14
Πόλη 2	-8	7	12
Πόλη 3	11	-3	10

- (i) Να εφαρμόσετε αρχικά το κριτήριο minimax (χωρίς διαγραφή υποδεέστερων στρατηγικών) για να ελέγξετε αν υπάρχει ισορροπία
- (ii) Να διαγράψετε τις υποδεέστερες στρατηγικές και στη συνέχεια, εφαρμόζοντας την κατάλληλη μεθοδολογία να προσδιορίσετε την άριστη στρατηγική κάθε παίκτη καθώς και την τιμή του ελάχιστου ποσού κάθε παίκτη.

3β. Ο δεύτερος υποψήφιος κάλεσε τους κατοίκους της δεύτερης πόλης 2 να στρατευτούν μαζί του (ή προς συμπαρατάξη) για την αντιμετώπιση της μόλυνσης του παρακείμενου ποταμού που προκαλείται από ένα εργοστάσιο παραγωγής ρεύματος. Για το σκοπό αυτό εξέδωσε ένα ψήφισμα και κάλεσε όλους τους κατοίκους να το προσυπογράψουν.

Για την καλύτερη οργάνωση της διαδικασίας, ένας υπάλληλος εξυπηρετεί τους κατοίκους που θέλουν να υπογράψουν το ψήφισμα. Το πρότυπο αφίξεων των κατοίκων τα ακολουθεί κατανομή Poisson με μέσο ρυθμό αφίξεων 10 άτομα την ώρα. Οι κάτοικοι εξυπηρετούνται με προτεραιότητα FIFO, και ο χρόνος που απαιτείται για την εξυπηρέτηση ενός πελάτη ακολουθεί εκθετική κανονική με μέσο χρόνο εξυπηρέτησης τα 4 λεπτά.

Με βάση τα παραπάνω στοιχεία να υπολογισθεί

- i. ο μέσος αριθμός κατοίκων στο σύστημα
- ii. ο μέσος χρόνος που ένας κάτοικος παραμένει στο σύστημα
- iii. ο μέσος χρόνος που ένας κάτοικος περιμένει για να εξυπηρετηθεί από τον υπάλληλο
- iv. ο μέσος χρόνος που ο υπάλληλος είναι αδρανής
- v. η πιθανότητα να υπάρχουν περισσότεροι από 2 κάτοικους στο σύστημα
- vi. το συνολικό κόστος λειτουργίας του συστήματος, αν το κόστος αναμονής ενός κατοίκου στο σύστημα είναι 1 ευρώ και το κόστος εξυπηρέτησης είναι 3 ευρώ

Σημείωση: Να χρησιμοποιήσετε ως στοιχειώδη μονάδα μέτρησης του χρόνου την ώρα