



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ (Μ.Β.Α.)

Μάθημα: Επιχειρησιακή Έρευνα

Εξεταστική Περίοδος Ιουνίου

Διδάσκοντες: Β. Αγγελής, Ε. Γάκη, Μ. Μαύρη

10.06.2014

(Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες)
Να απαντηθούν όλα τα θέματα

1α. Η Μαρία είναι διατροφολόγος και σχεδιάζει ένα δείπνο ειδικής διατροφής σε αθλητές που περιέχει φασόλια τύπου Pinto και καστανό ρύζι. Στόχος είναι οι αθλητές να καταναλώνουν τουλάχιστον 2100 θερμίδες και 44 γραμμάρια πρωτεΐνης την ημέρα, αλλά όχι περισσότερο από 2400 ml νατρίου και 73 γραμμάρια λίπους. Δυστυχώς μέχρι σήμερα το απόγευμα, κάθε αθλητής έχει καταναλώσει 1600 θερμίδες, 24 γραμμάρια πρωτεΐνης, 2.370 ml και 65 γραμμάρια λίπους. Ο πίνακας που ακολουθεί παρουσιάζει αναλυτικά τις θερμίδες, τις πρωτεΐνες σε γραμμάρια, την περιεκτικότητα νατρίου σε ml και το λίπος σε γραμμάρια ανά συσκευασία των 20 γραμμαρίων για τα φασόλια τύπου Pinto και το καστανό ρύζι

	Συσκευασία 20 γραμμαρίων	
	Pinto Φασόλια	Καστανό Ρύζι
Θερμίδες	265	230
Πρωτεΐνες	15	5
Νάτριο	3	10
Λίπος	1	1

Τα φασόλια κοστίζουν 0,57 ευρώ ανά συσκευασία των 20 γραμμαρίων και το καστανό ρύζι 0,78 ευρώ 20 γραμμαρίων. Με βάση τα παραπάνω

- να διαμορφωθεί το μαθηματικό μοντέλο που προσδιορίζει το βέλτιστο απαιτούμενο αριθμό συσκευασιών σε φασόλια τύπου Pinto και καστανό ρύζι που πρέπει να προμηθευθεί η Μαρία προκειμένου να ελαχιστοποιήσει το κόστος παραγωγής του δείπνου και να ικανοποιήσει ταυτόχρονα τις διατροφικές ανάγκες των αθλητών. Να εξηγηθούν με σαφήνεια τα στοιχεία του.
- να χρησιμοποιηθεί η γραφική μέθοδος επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού για να βρεθεί η βέλτιστη λύση του προβλήματος. Να διατυπωθούν τα αποτελέσματα με όρους της εκφώνησης του προβλήματος
- να εξετασθεί αν θα μεταβληθεί το βέλτιστο σχέδιο προμήθειας συσκευασιών φασολιών και ρυζιού αν το κόστος προμήθειας 1 συσκευασίας καστανού ρυζιού μεταβληθεί από 0,78 σε 0,68.

1β. Δίνεται ο παρακάτω τελικός πίνακας Simplex ενός προβλήματος μεγιστοποίησης

		Μεταβλητές					
Βάση		x ₁	x ₂	s ₁	s ₂	s ₃	Δεξιό Μέλος
Μεταβλητές	Αντικειμενικός Συντελεστής	1000	1000	0	0	0	
s ₃	0	0	0	1,25	-1,75	1	5
x ₂	1000	0	1	0,625	-0,375	0	7,5
x ₁	1000	1	0	-0,5	0,5	0	2
z _j		1000	1000	125	125	0	Z=9.500
c _j - z _j		0	0	-125	-125	0	

Να προσδιορίσετε με την βοήθεια του τελευταίου αυτού πίνακα Simplex το εύρος εφικτότητας για τον αντικειμενικό συντελεστή c₁

2α. Δίνεται το παρακάτω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού

$$\max(250x_1 + 500x_2)$$

Με περιορισμούς δομής

$$2x_1 + 5x_2 \leq 1100$$

$$1x_1 + 1,2x_2 \leq 480$$

$$3x_1 + x_2 \leq 360$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- Να κατασκευάσετε τον αρχικό πίνακα Simplex και τον πίνακα της 1^{ης} επανάληψης
- Το πρόβλημα λύθηκε με την βοήθεια του πακέτου Solver στο Excel και προέκυψε ο παρακάτω πίνακας

Variable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced 0
\$D\$8	x1	53,85	0
\$E\$8	x2	198,46	0

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price
\$F\$10	Περιορισμός 1	1100	96,15
\$F\$11	Περιορισμός 2	292	0
\$F\$12	Περιορισμός 3	360	19,23

Με βάση τα παραπάνω να προσδιορίσετε

- την βέλτιστη λύση του προβλήματος
- την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αν το δεξιό μέλος του 3^{ου} περιορισμού μεταβληθεί από 360 σε 460.

2β. Μία μεταλλευτική εταιρεία εξορύσσει το βασικό προϊόν που εμπορεύεται από τρία λατομεία, Λ1, Λ2 και Λ3. Η εβδομαδιαία παραγωγή του κάθε λατομείου είναι 75, 150 και 75 τόνοι χαλκίου αντίστοιχα. Το προϊόν που εξορύσσεται πρέπει να μεταφερθεί σε πέντε κύριους καταναλωτές, Κ1, Κ2, Κ3, Κ4 και Κ5, οι οποίοι χρειάζονται για τις ανάγκες τους 100, 60, 40, 75 και 25 τόνους χαλκίου ανά εβδομάδα αντίστοιχα. Το πρόβλημα που απασχολεί τη διοίκηση της εταιρείας είναι η ελαχιστοποίηση του απαιτούμενου κόστους για τη μεταφορά της ποσότητας του προϊόντος στους καταναλωτές. Για το σκοπό αυτό έγινε αναλυτική κοστολόγηση, η οποία έδωσε τα αποτελέσματα του ακόλουθου πίνακα (τα αριθμητικά δεδομένα συμβολίζουν το κόστος μεταφοράς σε € ανά τόνο χαλκίου).

Λατομεία	Καταναλωτές				
	K1	K2	K3	K4	K5
Λ1	3	2	3	4	1
Λ2	4	1	2	4	2
Λ3	1	0	5	3	2

- Χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο της βορειοδυτικής γωνίας προσδιορίστε την πρώτη (αρχική) λύση και υπολογίστε το κόστος διεκπεραίωσης για τη λύση αυτή. Ελέγξτε αν η λύση αυτή είναι η βέλτιστη.
- Αν η λύση που βρήκατε παραπάνω δεν είναι η βέλτιστη προσδιορίστε την επόμενη λύση και υπολογίστε το κόστος διεκπεραίωσης για τη λύση αυτή.

3α. Οι εταιρείες «ΚΑΜΠΟΣ Α.Ε.» και «ΧΙΩΝ Α.Ε.» μονοπωλούν την αγορά της χώρας στη μανταρινάδα. Κάθε μια από τις εταιρίες σχεδιάζει μια διαφημιστική εκστρατεία προκειμένου να αυξήσει το μερίδιό της στη συγκεκριμένη αγορά (αποσπώντας ουσιαστικά τμήμα του ποσοστού της άλλης). Η εταιρεία «ΚΑΜΠΟΣ Α.Ε.» εξετάζει ως πιθανά μέσα διαφήμισης του προϊόντος της την τηλεόραση (στρατηγική Α1) και το ραδιόφωνο (στρατηγική Α2). Αντίστοιχα η εταιρεία «ΧΙΩΝ Α.Ε.» έκτος από την τηλεόραση και το ραδιόφωνο (στρατηγική Β1 και Β2 αντίστοιχα) εξετάζει και τη δυνατότητα διαφήμισης μέσω του περιοδικού τύπου (στρατηγική Β3). Το μερίδιο αγοράς που θα κερδίσει/χάσει η

κάθε εταιρεία εξαρτάται από το συνδυασμό διαφημιστικών μέσων που θα χρησιμοποιήσει αυτή και η ανταγωνίστρια της. Συγκεκριμένα,

- Αν οι δύο εταιρείες επιλέξουν το ίδιο μέσο διαφήμισης τα μερίδια αγοράς τους θα μείνουν αμετάβλητα.
- Αν η εταιρεία «ΚΑΜΠΟΣ Α.Ε.» επιλέξει την τηλεόραση τότε το μερίδιο αγοράς της θα αυξηθεί κατά 2 εκ. λίτρα ή κατά 3 εκ. λίτρα ανάλογα με το αν η ανταγωνίστρια της επιλέξει ραδιόφωνο ή περιοδικό τύπο αντίστοιχα.
- Αν η εταιρεία «ΚΑΜΠΟΣ Α.Ε.» επιλέξει το ραδιόφωνο τότε το μερίδιο αγοράς της θα μειωθεί κατά 3 εκ. λίτρα ή κατά 1 εκ. λίτρα ανάλογα με το αν η ανταγωνίστρια της επιλέξει τηλεόραση ή περιοδικό τύπο αντίστοιχα.

Με βάση τα στοιχεία αυτά:

(α) Να κατασκευασθεί ο Πίνακας Πληρωμών για την «ΚΑΜΠΟΣ Α.Ε.» και να εξετασθεί εάν υπάρχει σημείο ισορροπίας

(β) Ας υποθέσουμε τώρα, ότι για τους καλοκαιρινούς μήνες, ο Πίνακας Πληρωμών για την «ΚΑΜΠΟΣ Α.Ε.» δίνεται από τον παρακάτω πίνακα:

		Στρατηγικές της ΧΙΩΝ ΑΕ		
		B1	B2	B3
Στρατηγικές της ΚΑΜΠΟΣ ΑΕ	A1	2	-1	1
	A2	-1	3	0

- i. Να εξετασθεί αν υπάρχει σημείο ισορροπίας.
 - ii. Να εφαρμοσθεί η κατάλληλη μεθοδολογία προκειμένου να προσδιοριστεί η άριστη στρατηγική κάθε εταιρείας και το κέρδος ή η ζημιά που θα έχει αν την ακολουθήσει.
- 3β. Στο Ομήρειο Πνευματικό Κέντρο ανέβηκε η ετήσια παράσταση του ΔΗΠΕΘΕ Βορείου Αιγαίου. Υπήρχε ένα ταμείο και ο ταμίας ήταν σε θέση να εξυπηρετήσει κατά μέσο όρο 6 άτομα το λεπτό. Οι πελάτες κατέφθαναν με μέσο ρυθμό 3 άτομα το λεπτό. Επιπλέον γνωρίζουμε ότι οι αφίξεις ακολουθούν κατανομή Poisson και ότι ο χρόνος εξυπηρέτησης ακολουθεί εκθετική κατανομή.
- Με βάση τα παραπάνω στοιχεία να υπολογισθεί
- i. Το μέσο πλήθος πελατών που αναμένουν στην ουρά
 - ii. Ο μέσος χρόνος αναμονής
 - iii. Το μέσο πλήθος πελατών στο σύστημα
 - iv. Ο μέσος χρόνος παραμονής του πελάτη στο σύστημα
 - v. Η πιθανότητα ένας πελάτης που καταφθάνει να χρειαστεί να περιμένει
 - vi. Αν υποθέσουμε ότι το κόστος αναμονής-παραμονής ενός πελάτη στο σύστημα εξυπηρέτησης ανέρχεται στις 50 χρηματικές μονάδες το λεπτό και το κόστος εξυπηρέτησης ανέρχεται στις 200 χρηματικές μονάδες το λεπτό, υπολογίστε το λειτουργικό κόστος του συστήματος στη μονάδα του χρόνου.
 - vii. Μετά την μεγάλη επιτυχία της παράστασης, ο Διευθυντής του ΔΗΠΕΘΕ αποφάσισε να ξανανεβάσει την παράσταση το επόμενο Σάββατο. Με βάση τις

προηγούμενες παραστάσεις, αναμένεται ότι ο μέσος ρυθμός άφιξης θα φτάσει τα 10 άτομα το λεπτό. Ο υπεύθυνος Ομηρείου, θέλοντας να αποφασίσει πόσα ταμεία θα πρέπει να έχει για να εξυπηρετήσει με το λιγότερο κόστος τους πελάτες, έκανε κάποιους υπολογισμούς κάνοντας την υπόθεση ότι θα έχει συνολικά 2 ή 3 ταμεία ανοικτά. Κάθε ταμείο έχει ρυθμό εξυπηρέτησης 6 άτομα το λεπτό (όπως και πριν). Έτσι λοιπόν, υπολόγισε τους εξής δείκτες για την περίπτωση των 2 και 3 ταμείων αντίστοιχα:

- Μέσος χρόνος αναμονής: 0,3788 και 0,0375
- Μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα: 0,5455 και 0,2041
- Μέσο πλήθος στην ουρά: 3,7879 και 0,3747
- Μέσο πλήθος στο σύστημα: 5,4545 και ,0414

Ας υποθέσουμε ότι το κόστος αναμονής-παραμονής ενός πελάτη στο σύστημα εξυπηρέτησης παραμένει στις 50 χρηματικές μονάδες το λεπτό και το κόστος εξυπηρέτησης στις 200 χρηματικές μονάδες το λεπτό. Ποιο σύστημα θα προτιμήσει με βάση το συνολικό λειτουργικό κόστος με δύο ή τρεις ταμίες;

□□□□ □□□□□□□□