

Μάθημα 5

Κανόνες Εκμάθησης Νευρώνα (Μέρος 3)

Κανόνας ΔΕΛΤΑ (DELTA Rule)

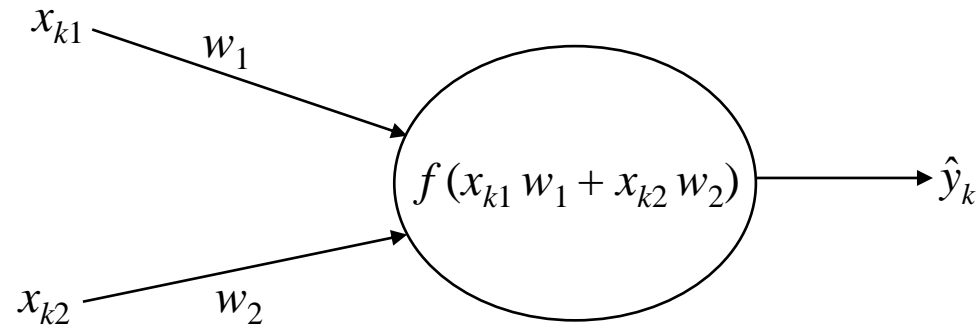
Μηχανική Μάθηση Νευρώνα: Παράδειγμα (Λογικό Ή)

Δεδομένα Εισόδου-Εξόδου

	X		Y
	x_1	x_2	y
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	1

k

$N=4, p=2$



Συνάρτηση Ενεργοποίησης: $f(a) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu a \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\lambda\lambda\iota\omega\varsigma \end{cases}$

Όπου $a = x_{k1} w_1 + x_{k2} w_2$

Άρα:

$$\hat{y}_k = f(x_{k1} w_1 + x_{k2} w_2)$$

Παρατήρηση: Από τον νευρώνα θα περνάει κάθε δυάδα (x_{k1}, x_{k2}) για $k=1, 2, 3, 4$. Για κάθε μία από αυτές ο νευρώνας θα δώσει (εκτιμήσει) μία αντίστοιχη έξοδο. Έτσι θα έχουμε 4 εκτιμώμενες εξόδους $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3$ και \hat{y}_4 . Έτσι θα υπολογίσουμε τα παρακάτω 4 επιμέρους σφάλματα

$$E_1 = |y_1 - \hat{y}_1|, E_2 = |y_2 - \hat{y}_2|, E_3 = |y_3 - \hat{y}_3|, \text{ και } E_4 = |y_4 - \hat{y}_4|$$

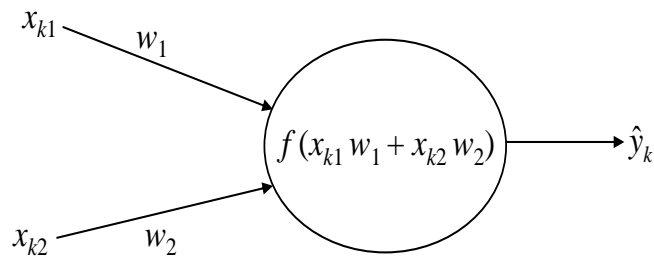
Συνεπώς, το συνολικό σφάλμα για όλα τα δεδομένα εισόδου-εξόδου είναι:

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = \sum_{k=1}^4 E_k \quad \text{ή ισοδύναμα} \quad E = \sum_{k=1}^4 |y_k - \hat{y}_k| = \sum_{k=1}^4 |y_k - f(x_{k1} w_1 + x_{k2} w_2)|$$

Στόχος: Η τιμή της συνάρτησης σφάλματος να γίνει όσο το δυνατόν πιο μικρή (κοντά στο μηδέν (ή στην καλύτερη κατάσταση ίση με μηδέν))

	x_1	x_2	y
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	1

$N=4, p=2$



$$f(a) = \begin{cases} 1, & \alpha \nu a \geq 0.5 \\ 0, & \alpha \lambda \lambda \iota \omega \varsigma \end{cases}$$

$$w_j = w_j + n(y_k - \hat{y}_k)x_{kj} \rightarrow w_j^{new} = w_j^{old} + n(y_k - \hat{y}_k^{old})x_{kj}$$

Αρχικοποίηση

$$w_1=0.05 \quad w_2=0.025 \quad n=0.2$$

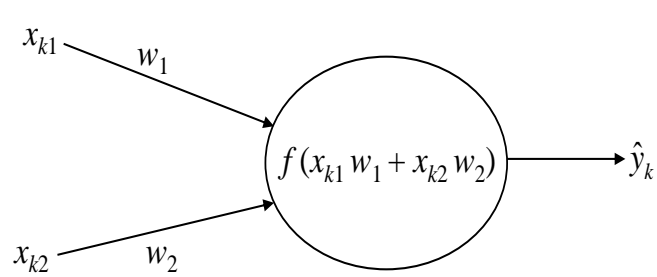
$$\begin{aligned} x_{11} = 0, x_{12} = 0. \text{ Άρα, } \alpha &= x_{11}w_1 + x_{12}w_2 = 0 \cdot 0.05 + 0 \cdot 0.025 = 0 \rightarrow f(a) = 0 \rightarrow E_1 = |0 - 0| = 0 \\ x_{21} = 0, x_{22} = 1. \text{ Άρα, } \alpha &= x_{21}w_1 + x_{22}w_2 = 0 \cdot 0.05 + 1 \cdot 0.025 = 0.025 \rightarrow f(a) = 0 \rightarrow E_2 = |1 - 0| = 1 \\ x_{31} = 1, x_{32} = 0. \text{ Άρα, } \alpha &= x_{31}w_1 + x_{32}w_2 = 1 \cdot 0.05 + 0 \cdot 0.025 = 0.05 \rightarrow f(a) = 0 \rightarrow E_3 = |1 - 0| = 1 \\ x_{41} = 1, x_{42} = 1. \text{ Άρα, } \alpha &= x_{41}w_1 + x_{42}w_2 = 1 \cdot 0.05 + 1 \cdot 0.025 = 0.075 \rightarrow f(a) = 0 \rightarrow E_4 = |1 - 0| = 1 \end{aligned}$$

\hat{y}
0
0
0
0

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = 3$$

	x_1	x_2	y
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	1

$N=4, p=2$



\hat{y}^{old}
0
0
0
0

\hat{y}
0
0
0
1

$$w_j = w_j + n(y_k - \hat{y}_k)x_{kj} \rightarrow w_j^{new} = w_j^{old} + n(y_k - \hat{y}_k^{old})x_{kj}$$

$n = 0.2$

$w_1 = 0.05, w_2 = 0.025$

$$f(a) = \begin{cases} 1, & \alpha \nu a \geq 0.5 \\ 0, & \alpha \lambda \lambda \iota \omega \zeta \end{cases}$$

$$w_1 = w_1 + n(y_1 - \hat{y}_1)x_{11} \rightarrow w_1 = 0.05 + 0.2(0 - 0)0 = 0.05$$

$$w_2 = w_2 + n(y_1 - \hat{y}_1)x_{12} \rightarrow w_2 = 0.025 + 0.2(0 - 0)0 = 0.025$$

$$x_{11} = 0, x_{12} = 0, \alpha = x_{11}w_1 + x_{12}w_2 = 0 \cdot 0.05 + 0 \cdot 0.025 = 0 \rightarrow \hat{y}_1 = 0 \rightarrow E_1 = |0 - 0| = 0$$

$$w_1 = w_1 + n(y_2 - \hat{y}_2)x_{21} \rightarrow w_1 = 0.05 + 0.2(1 - 0)0 = 0.05$$

$$w_2 = w_2 + n(y_2 - \hat{y}_2)x_{22} \rightarrow w_2 = 0.025 + 0.2(1 - 0)1 = 0.225$$

$$x_{21} = 0, x_{22} = 1, \alpha = x_{21}w_1 + x_{22}w_2 = 0 \cdot 0.05 + 1 \cdot 0.225 = 0.225 \rightarrow \hat{y}_2 = 0 \rightarrow E_2 = |1 - 0| = 1$$

$$w_1 = w_1 + n(y_3 - \hat{y}_3)x_{31} \rightarrow w_1 = 0.05 + 0.2(1 - 0)1 = 0.25$$

$$w_2 = w_2 + n(y_3 - \hat{y}_3)x_{32} \rightarrow w_2 = 0.225 + 0.2(1 - 0)0 = 0.225$$

$$x_{31} = 1, x_{32} = 0, \alpha = x_{31}w_1 + x_{32}w_2 = 1 \cdot 0.25 + 0 \cdot 0.225 = 0.25 \rightarrow \hat{y}_3 = 0 \rightarrow E_3 = |1 - 0| = 1$$

$$w_1 = w_1 + n(y_4 - \hat{y}_4)x_{41} \rightarrow w_1 = 0.25 + 0.2(1 - 0)1 = 0.45$$

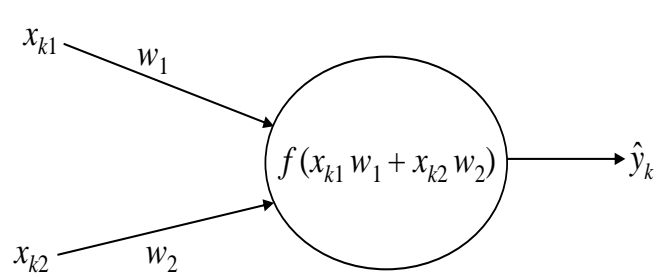
$$w_2 = w_2 + n(y_4 - \hat{y}_4)x_{42} \rightarrow w_2 = 0.225 + 0.2(1 - 0)1 = 0.425$$

$$x_{41} = 1, x_{42} = 1, \alpha = x_{41}w_1 + x_{42}w_2 = 1 \cdot 0.45 + 1 \cdot 0.425 = 0.875 \rightarrow \hat{y}_4 = 1 \rightarrow E_4 = |1 - 1| = 0$$

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = 2$$

	x_1	x_2	y
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	1

$N=4, p=2$



\hat{y}^{old}
0
0
0
0

\hat{y}
0
1
1
1

$$w_j = w_j + n(y_k - \hat{y}_k)x_{kj} \rightarrow w_j^{new} = w_j^{old} + n(y_k - \hat{y}_k^{old})x_{kj}$$

$n = 0.2$

$w_1 = 0.45, w_2 = 0.425$

$$f(a) = \begin{cases} 1, & \alpha \nu a \geq 0.5 \\ 0, & \alpha \lambda \lambda \iota \omega \zeta \end{cases}$$

$$w_1 = w_1 + n(y_1 - \hat{y}_1)x_{11} \rightarrow w_1 = 0.45 + 0.2(0 - 0)0 = 0.45$$

$$w_2 = w_2 + n(y_1 - \hat{y}_1)x_{12} \rightarrow w_2 = 0.425 + 0.2(0 - 0)0 = 0.425$$

$$x_{11} = 0, x_{12} = 0, \alpha = x_{11}w_1 + x_{12}w_2 = 0 \cdot 0.45 + 0 \cdot 0.425 = 0 \rightarrow \hat{y}_1 = 0 \rightarrow E_1 = |0 - 0| = 0$$

$$w_1 = w_1 + n(y_2 - \hat{y}_2)x_{21} \rightarrow w_1 = 0.45 + 0.2(1 - 0)0 = 0.45$$

$$w_2 = w_2 + n(y_2 - \hat{y}_2)x_{22} \rightarrow w_2 = 0.425 + 0.2(1 - 0)1 = 0.625$$

$$x_{21} = 0, x_{22} = 1, \alpha = x_{21}w_1 + x_{22}w_2 = 0 \cdot 0.45 + 1 \cdot 0.625 = 0.625 \rightarrow \hat{y}_2 = 1 \rightarrow E_2 = |1 - 1| = 0$$

$$w_1 = w_1 + n(y_3 - \hat{y}_3)x_{31} \rightarrow w_1 = 0.45 + 0.2(1 - 0)1 = 0.65$$

$$w_2 = w_2 + n(y_3 - \hat{y}_3)x_{32} \rightarrow w_2 = 0.625 + 0.2(1 - 0)0 = 0.625$$

$$x_{31} = 1, x_{32} = 0, \alpha = x_{31}w_1 + x_{32}w_2 = 1 \cdot 0.65 + 0 \cdot 0.625 = 0.65 \rightarrow \hat{y}_3 = 1 \rightarrow E_3 = |1 - 1| = 0$$

$$w_1 = w_1 + n(y_4 - \hat{y}_4)x_{41} \rightarrow w_1 = 0.65 + 0.2(1 - 0)1 = 0.85$$

$$w_2 = w_2 + n(y_4 - \hat{y}_4)x_{42} \rightarrow w_2 = 0.625 + 0.2(1 - 0)1 = 0.825$$

$$x_{41} = 1, x_{42} = 1, \alpha = x_{41}w_1 + x_{42}w_2 = 1 \cdot 0.85 + 1 \cdot 0.825 = 1.675 \rightarrow \hat{y}_4 = 1 \rightarrow E_4 = |1 - 1| = 0$$

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = 0$$

Μηχανική Μάθηση Νευρώνα: Κανόνας ΔΕΛΤΑ (DELTA Rule)

Δεδομένων Εισόδου-Εξόδου

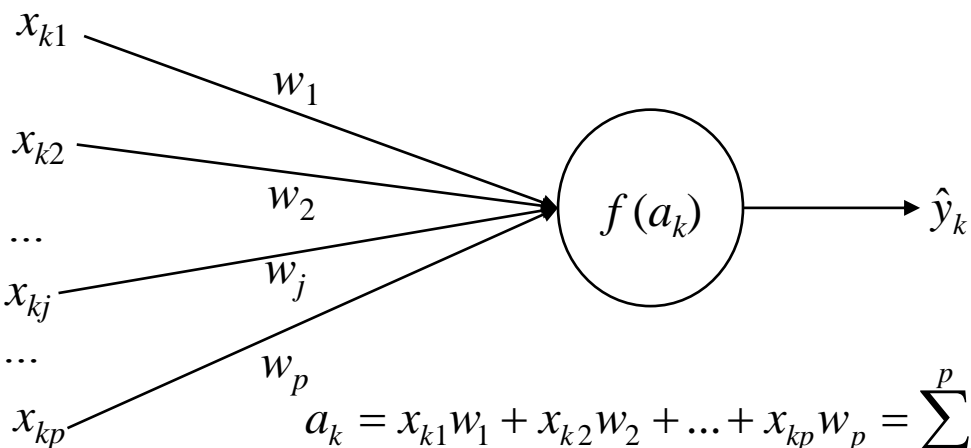
X

Y

- Ο κανόνας ΔΕΛΤΑ (DELTA rule) είναι ένας κανόνας σειριακής μηχανικής μάθησης
- ❖ Αρχικά οι τιμές των συναπτικών βαρών επιλέγονται τυχαία και για αυτές τις τιμές υπολογίζουμε την έξοδο του νευρώνα και για τα N διανυσματικά δεδομένα εισόδου (είναι μία αρχική εκτίμηση).
 - ❖ Πρώτα εισέρχεται το πρώτο (διανυσματικό) δεδομένο εισόδου (δηλ. η πρώτη πλειάδα $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1p}$ και αλλάζουν οι τιμές των συναπτικών βαρών, με βάση τις αρχικές τιμές τους. Υπολογίζεται η πρώτη εκτιμώμενη έξοδος \hat{y}_1
 - ❖ Μετά εισέρχεται το δεύτερο (διανυσματικό) δεδομένο εισόδου (δηλ. η δεύτερη πλειάδα $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2p}$ και αλλάζουν οι τιμές των συναπτικών βαρών, με βάση τις αρχικές τιμές τους. Υπολογίζεται η δεύτερη εκτιμώμενη έξοδος \hat{y}_2
 - ❖
 - ❖ Μετά εισέρχεται το k οστό (διανυσματικό) δεδομένο εισόδου (δηλ. η k οστή πλειάδα $x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kp}$ και αλλάζουν οι τιμές των συναπτικών βαρών, με βάση τις αρχικές τιμές τους. Υπολογίζεται η k οστή εκτιμώμενη έξοδος \hat{y}_k
 - ❖
 - ❖ Μετά εισέρχεται το N οστό (διανυσματικό) δεδομένο εισόδου (δηλ. η N οστή πλειάδα $x_{N1}, x_{N2}, \dots, x_{Np}$ και αλλάζουν οι τιμές των συναπτικών βαρών, με βάση τις αρχικές τιμές τους. Υπολογίζεται η N οστή εκτιμώμενη έξοδος \hat{y}_N
 - ❖ Υπολογίζεται το συνολικό σφάλμα (E) μεταξύ των πραγματικών και των εκτιμώμενων εξόδων. Αν το E είναι πολύ-πολύ μικρό τότε ο αλγόριθμος σταματάει, αλλιώς ξαναρχίζουμε την παραπάνω διαδικασία από το πρώτο δεδομένο.

	x_1	x_2	...	x_j	...	x_p
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1p}
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2p}
...
k	x_{k1}	x_{k2}	...	x_{kj}	...	x_{kp}
...
N	x_{N1}	x_{N2}	...	x_{Nj}	...	x_{Np}

	y
1	y_1
2	y_2
...	...
k	y_k
...	...
N	y_N



$$a_k = x_{k1}w_1 + x_{k2}w_2 + \dots + x_{kp}w_p = \sum_{j=1}^p x_{kj}w_j$$

Μηχανική Μάθηση Νευρώνα: Κανόνας ΔΕΛΤΑ (DELTA Rule)

Δεδομένων Εισόδου-Εξόδου

X

Y

	x_1	x_2	...	x_j	...	x_p
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1p}
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2p}
...
k	x_{k1}	x_{k2}	...	x_{kj}	...	x_{kp}
...
N	x_{N1}	x_{N2}	...	x_{Nj}	...	x_{Np}

	y
1	y_1
2	y_2
...	...
k	y_k
...	...
N	y_N

Κανόνας ΔΕΛΤΑ:

$$w_j = w_j + n(y_k - \hat{y}_k)x_{kj} \rightarrow w_j^{new} = w_j^{old} + n(y_k - \hat{y}_k^{old})x_{kj}$$

Βήμα 1. Εισάγουμε του πίνακες **X** και **Y** στο πρόγραμμα

Βήμα 2. Επιλέγουμε μικρές τυχαίες αρχικές τιμές για τα w_j ($j=1, 2, \dots, p$)

$$w_j = rand \cdot 0.05 \quad (\text{το rand δίνει τυχαίες τιμές μεταξύ 0 και 1})$$

Υπολογίζουμε για όλες τις πλειάδες τις αντίστοιχες εξόδους.

Υπολογίζουμε και το συνολικό σφάλμα E , το οποίο αναμένεται να είναι μεγάλο γιατί τα συναπτικά βάρη επιλέχθηκαν τυχαία

Βήμα 3. While $E > 0.001$

For $k=1:N$

Υπολόγισε για όλα τα j : $w_j = w_j + n(y_k - \hat{y}_k)x_{kj}$

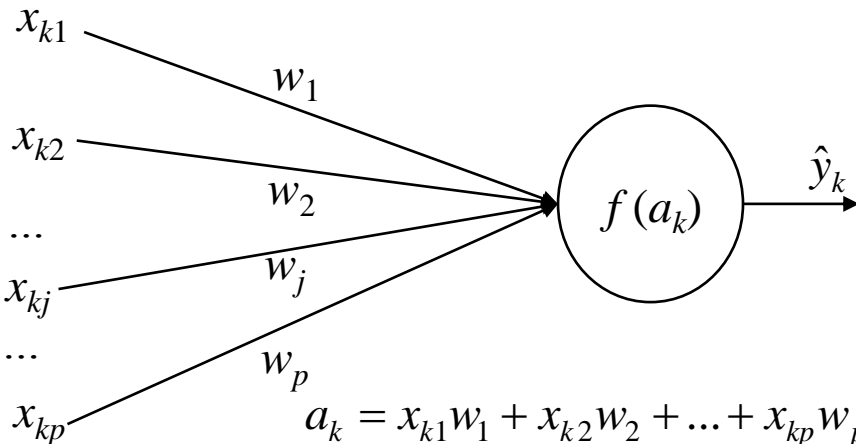
Υπολόγισε το τρέχον a_k

Υπολόγισε την εκτιμώμενη έξοδο: \hat{y}_k

EndFor

Υπολόγισε το συνολικό σφάλμα E

EndWhile



$$a_k = x_{k1}w_1 + x_{k2}w_2 + \dots + x_{kp}w_p = \sum_{j=1}^p x_{kj}w_j$$

$$\hat{y}_k = f(a_k) = f\left(\sum_{j=1}^p x_{kj}w_j\right) \quad f(a) = \begin{cases} 1, & \text{αν } a \geq \gamma \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Μηχανική Μάθηση Νευρώνα: Κανόνας ΔΕΛΤΑ (DELTA Rule)

Δεδομένα Εισόδου-Εξόδου

Εκτιμώμενη Έξοδος

Επιμέρους Σφάλματα

Συνολικό Σφάλμα

X

Y

\hat{Y}

	x_1	x_2	...	x_j	...	x_p
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1p}
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2p}
...
k	x_{k1}	x_{k2}	...	x_{kj}	...	x_{kp}
...
N	x_{N1}	x_{N2}	...	x_{Nj}	...	x_{Np}

	y
1	y_1
2	y_2
...	...
k	y_k
...	...
N	y_N

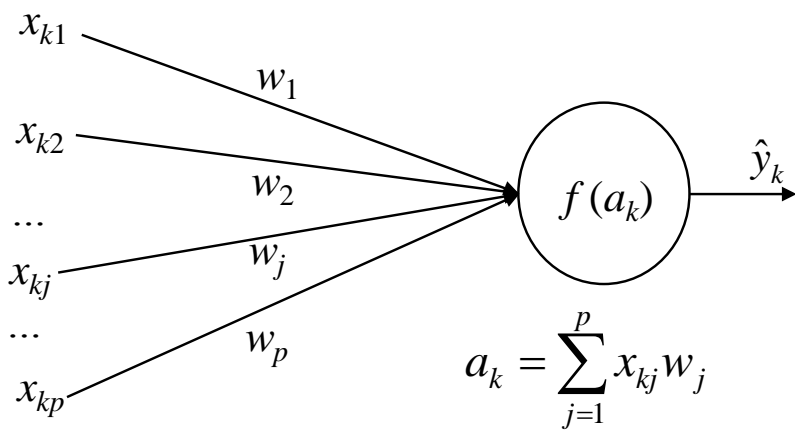
	\hat{y}
1	\hat{y}_1
2	\hat{y}_2
...	...
k	\hat{y}_k
...	...
N	\hat{y}_N

	Er
1	$Er_1 = y_1 - \hat{y}_1 $
2	$Er_2 = y_2 - \hat{y}_2 $
...	...
k	$Er_k = y_k - \hat{y}_k $
...	...
N	$Er_N = y_N - \hat{y}_N $

$$E = Er_1 + Er_2 + \dots + Er_k + \dots + Er_N = \sum_{k=1}^N Er_k$$

$$E = |y_1 - \hat{y}_1| + |y_2 - \hat{y}_2| + \dots + |y_N - \hat{y}_N|$$

$$E = \sum_{k=1}^N |y_k - \hat{y}_k|$$



Συμπερασματικά:

Τα συναπτικά βάρη αρχικοποιούνται τυχαία και υπολογίζονται οι αντίστοιχες έξοδοι για κάθε δεδομένο εισόδου

Σε κάθε (γενική) επανάληψη, το κάθε δεδομένο εισόδου εισάγεται στον νευρώνα και εφαρμόζεται ο Κανόνας ΔΕΛΤΑ όπου για κάθε είσοδο τα συναπτικά βάρη τροποποιούνται (λαμβάνοντας ότι κάθε δεδομένο εισόδου εισέρχεται κάθε φορά) και υπολογίζεται η αντίστοιχη εκτιμώμενη έξοδος.

Τέλος σε κάθε (γενική) επανάληψη υπολογίζεται το συνολικό σφάλμα E . ΑΝ αυτό είναι μικρό, η διαδικασία σταματάει. Αλλιώς, συνεχίζεται...

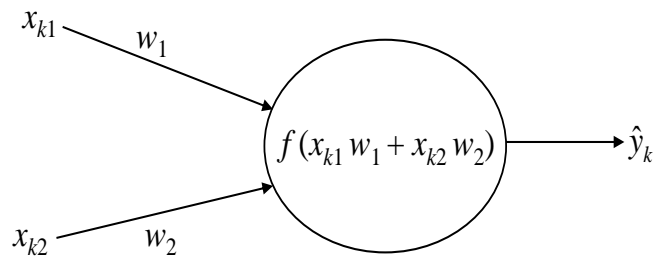
Μηχανική Μάθηση Νευρώνα: Κανόνας ΔΕΛΤΑ (DELTA Rule)

```
Read x, y % Δεδομένα εισόδου-εξόδου
p= ...; N=....;
for j=1:p
    w(j)=rand*0.05;
end
for k=1:N
    a=0;
    for j=1:p
        a=a+x(k,j)*w(j);
    end
    y_est(k)=activation(a);
    Er(k)=abs(y(k)-y_est(k));
end
E=0;
for k=1:N
    E=E+Er(k);
end
```

```
it=1;
while E>0.0001
    it=it+1
    E=0;
    for k=1:N
        for j=1:p,
            w(j)=w(j)+ni*(y(k)-y_est(k))*x(k,j);
        end
        a=0;
        for j=1:p
            a=a+x(k,j)*w(j);
        end
        y_est(k)=activation(a);
        Er(k)=abs(y(k)-y_est(k));
    end
    E=0;
    for k=1:N
        E=E+Er(k);
    end
end
```

	x_1	x_2	y
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	1

$N=4, p=2$



$$f(a) = \begin{cases} 1, & \alpha \nu a \geq 0.5 \\ 0, & \alpha \lambda \lambda \iota \omega \zeta \end{cases}$$

$$w_j = w_j + n(y_k - \hat{y}_k)x_{kj} \rightarrow w_j^{new} = w_j^{old} + n(y_k - \hat{y}_k^{old})x_{kj}$$

Αρχικοποίηση

$$w_1=0.05 \quad w_2=0.025 \quad n=0.2$$

Read x, y % Δεδομένα εισόδου-εξόδου

p= ...; N=.....;

for j=1:p

 w(j)=rand*0.05;

end

for k=1:N

 a=0;

for j=1:p

 a=a+x(k,j)*w(j);

end

 y_est(k)=activation(a);

 Er(k)=abs(y(k)-y_est(k));

end

E=0;

for k=1:N

 E=E+Er(k);

end

$$x_{11} = 0, x_{12} = 0. \text{ Άρα, } \alpha = x_{11}w_1 + x_{12}w_2 = 0 \cdot 0.05 + 0 \cdot 0.025 = 0 \rightarrow f(a) = 0 \rightarrow E_1 = |0 - 0| = 0$$

$$x_{21} = 0, x_{22} = 1. \text{ Άρα, } \alpha = x_{21}w_1 + x_{22}w_2 = 0 \cdot 0.05 + 1 \cdot 0.025 = 0.025 \rightarrow f(a) = 0 \rightarrow E_2 = |1 - 0| = 1$$

$$x_{31} = 1, x_{32} = 0. \text{ Άρα, } \alpha = x_{31}w_1 + x_{32}w_2 = 1 \cdot 0.05 + 0 \cdot 0.025 = 0.05 \rightarrow f(a) = 0 \rightarrow E_3 = |1 - 0| = 1$$

$$x_{41} = 1, x_{42} = 1. \text{ Άρα, } \alpha = x_{41}w_1 + x_{42}w_2 = 1 \cdot 0.05 + 1 \cdot 0.025 = 0.075 \rightarrow f(a) = 0 \rightarrow E_4 = |1 - 0| = 1$$

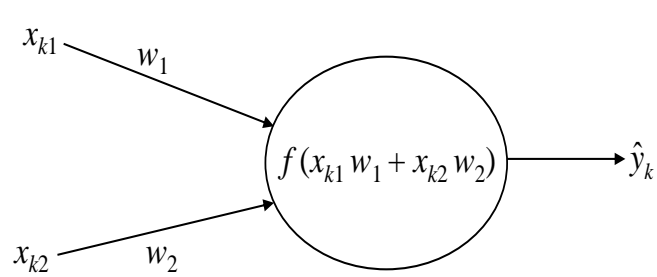
\hat{y}

0
0
0
0

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = 3$$

	x_1	x_2	y
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	1

$N=4, p=2$



\hat{y}^{old}
0
0
0
0

\hat{y}
0
0
0
1

$$f(a) = \begin{cases} 1, & \alpha v a \geq 0.5 \\ 0, & \alpha \lambda \lambda \iota \omega \zeta \end{cases}$$

$$w_j = w_j + n(y_k - \hat{y}_k)x_{kj} \rightarrow w_j^{new} = w_j^{old} + n(y_k - \hat{y}_k^{old})x_{kj}$$

$n = 0.2$

$w_1 = 0.05, w_2 = 0.025$

```

it=1;
while E>0.0001
    it=it+1
    E=0;
    for k=1:N
        for j=1:p,
            w(j)=w(j)+ni*(y(k)-y_est(k))*x(k,j);
        end
        a=0;
        for j=1:p
            a=a+x(k,j)*w(j);
        end
        y_est(k)=activation(a);
        Er(k)=abs(y(k)-y_est(k));
    end
    E=E+Er(k);
end
end

```

$$w_1 = w_1 + n(y_1 - \hat{y}_1)x_{11} \rightarrow w_1 = 0.05 + 0.2(0 - 0)0 = 0.05$$

$$w_2 = w_2 + n(y_1 - \hat{y}_1)x_{12} \rightarrow w_2 = 0.025 + 0.2(0 - 0)0 = 0.025$$

$$x_{11} = 0, x_{12} = 0, \alpha = x_{11}w_1 + x_{12}w_2 = 0 \cdot 0.05 + 0 \cdot 0.025 = 0 \rightarrow \hat{y}_1 = 0 \rightarrow E_1 = |0 - 0| = 0$$

$$w_1 = w_1 + n(y_2 - \hat{y}_2)x_{21} \rightarrow w_1 = 0.05 + 0.2(1 - 0)0 = 0.05$$

$$w_2 = w_2 + n(y_2 - \hat{y}_2)x_{22} \rightarrow w_2 = 0.025 + 0.2(1 - 0)1 = 0.225$$

$$x_{21} = 0, x_{22} = 1, \alpha = x_{21}w_1 + x_{22}w_2 = 0 \cdot 0.05 + 1 \cdot 0.225 = 0.225 \rightarrow \hat{y}_2 = 0 \rightarrow E_2 = |1 - 0| = 1$$

$$w_1 = w_1 + n(y_3 - \hat{y}_3)x_{31} \rightarrow w_1 = 0.05 + 0.2(1 - 0)1 = 0.25$$

$$w_2 = w_2 + n(y_3 - \hat{y}_3)x_{32} \rightarrow w_2 = 0.225 + 0.2(1 - 0)0 = 0.225$$

$$x_{31} = 1, x_{32} = 0, \alpha = x_{31}w_1 + x_{32}w_2 = 1 \cdot 0.25 + 0 \cdot 0.225 = 0.25 \rightarrow \hat{y}_3 = 0 \rightarrow E_3 = |1 - 0| = 1$$

$$w_1 = w_1 + n(y_4 - \hat{y}_4)x_{41} \rightarrow w_1 = 0.25 + 0.2(1 - 0)1 = 0.45$$

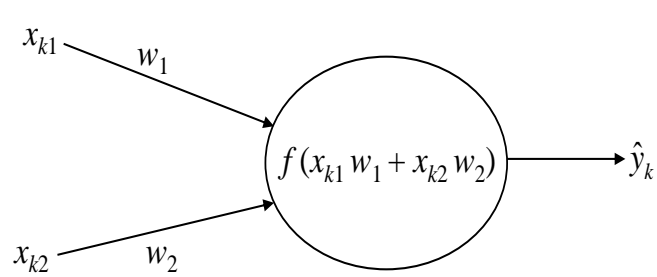
$$w_2 = w_2 + n(y_4 - \hat{y}_4)x_{42} \rightarrow w_2 = 0.225 + 0.2(1 - 0)1 = 0.425$$

$$x_{41} = 1, x_{42} = 1, \alpha = x_{41}w_1 + x_{42}w_2 = 1 \cdot 0.45 + 1 \cdot 0.425 = 0.875 \rightarrow \hat{y}_4 = 1 \rightarrow E_4 = |1 - 1| = 0$$

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = 2$$

	x_1	x_2	y
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	1

$N=4, p=2$



\hat{y}^{old}
0
0
0
0

\hat{y}
0
1
1
1

$$f(a) = \begin{cases} 1, & \alpha v a \geq 0.5 \\ 0, & \alpha \lambda \lambda \iota \omega \zeta \end{cases}$$

$$w_j = w_j + n(y_k - \hat{y}_k)x_{kj} \rightarrow w_j^{new} = w_j^{old} + n(y_k - \hat{y}_k^{old})x_{kj}$$

$n = 0.2$

$w_1 = 0.45, w_2 = 0.425$

it=1;

while E>0.0001

it=it+1

E=0;

for k=1:N

for j=1:p,

w(j)=w(j)+ni*(y(k)-y_est(k))*x(k,j);

end

a=0;

for j=1:p

a=a+x(k,j)*w(j);

end

y_est(k)=activation(a);

Er(k)=abs(y(k)-y_est(k));

end

E=0;

for k=1:N

E=E+Er(k);

end

end

$$w_1 = w_1 + n(y_1 - \hat{y}_1)x_{11} \rightarrow w_1 = 0.45 + 0.2(0 - 0)0 = 0.45$$

$$w_2 = w_2 + n(y_1 - \hat{y}_1)x_{12} \rightarrow w_2 = 0.425 + 0.2(0 - 0)0 = 0.425$$

$$x_{11} = 0, x_{12} = 0, \alpha = x_{11}w_1 + x_{12}w_2 = 0 \cdot 0.45 + 0 \cdot 0.425 = 0 \rightarrow \hat{y}_1 = 0 \rightarrow E_1 = |0 - 0| = 0$$

$$w_1 = w_1 + n(y_2 - \hat{y}_2)x_{21} \rightarrow w_1 = 0.45 + 0.2(1 - 0)0 = 0.45$$

$$w_2 = w_2 + n(y_2 - \hat{y}_2)x_{22} \rightarrow w_2 = 0.425 + 0.2(1 - 0)1 = 0.625$$

$$x_{21} = 0, x_{22} = 1, \alpha = x_{21}w_1 + x_{22}w_2 = 0 \cdot 0.45 + 1 \cdot 0.625 = 0.625 \rightarrow \hat{y}_2 = 1 \rightarrow E_2 = |1 - 1| = 0$$

$$w_1 = w_1 + n(y_3 - \hat{y}_3)x_{31} \rightarrow w_1 = 0.45 + 0.2(1 - 0)1 = 0.65$$

$$w_2 = w_2 + n(y_3 - \hat{y}_3)x_{32} \rightarrow w_2 = 0.625 + 0.2(1 - 0)0 = 0.625$$

$$x_{31} = 1, x_{32} = 0, \alpha = x_{31}w_1 + x_{32}w_2 = 1 \cdot 0.65 + 0 \cdot 0.625 = 0.65 \rightarrow \hat{y}_3 = 1 \rightarrow E_3 = |1 - 1| = 0$$

$$w_1 = w_1 + n(y_4 - \hat{y}_4)x_{41} \rightarrow w_1 = 0.65 + 0.2(1 - 0)1 = 0.85$$

$$w_2 = w_2 + n(y_4 - \hat{y}_4)x_{42} \rightarrow w_2 = 0.625 + 0.2(1 - 0)1 = 0.825$$

$$x_{41} = 1, x_{42} = 1, \alpha = x_{41}w_1 + x_{42}w_2 = 1 \cdot 0.85 + 1 \cdot 0.825 = 1.675 \rightarrow \hat{y}_4 = 1 \rightarrow E_4 = |1 - 1| = 0$$

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = 0$$