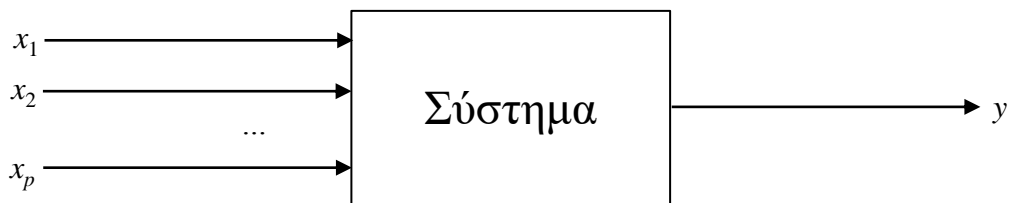


Μάθημα 3

Κανόνες Εκμάθησης Νευρώνα

Μάθημα 3: Κανόνες Εκμάθησης Νευρώνα

Δεδομένα εισόδου-εξόδου ενός συστήματος



Πίνακας δεδομένων εισόδου: X

	x_1	x_2	...	x_j	...	x_p	
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1p}	→ 1 ^η πλειάδα (διανυσματικό δεδομένο εισόδου)
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2p}	→ 2 ^η πλειάδα (διανυσματικό δεδομένο εισόδου)
...							
k	x_{k1}	x_{k2}	...	x_{kj}	...	x_{kp}	→ k πλειάδα (διανυσματικό δεδομένο εισόδου)
...							
N	x_{N1}	x_{N2}	...	x_{Nj}	...	x_{Np}	→ N πλειάδα (διανυσματικό δεδομένο εισόδου)

Πίνακας δεδομένων εξόδου: Y

	y
1	y_1
2	y_2
...	
k	y_3
...	
N	y_N

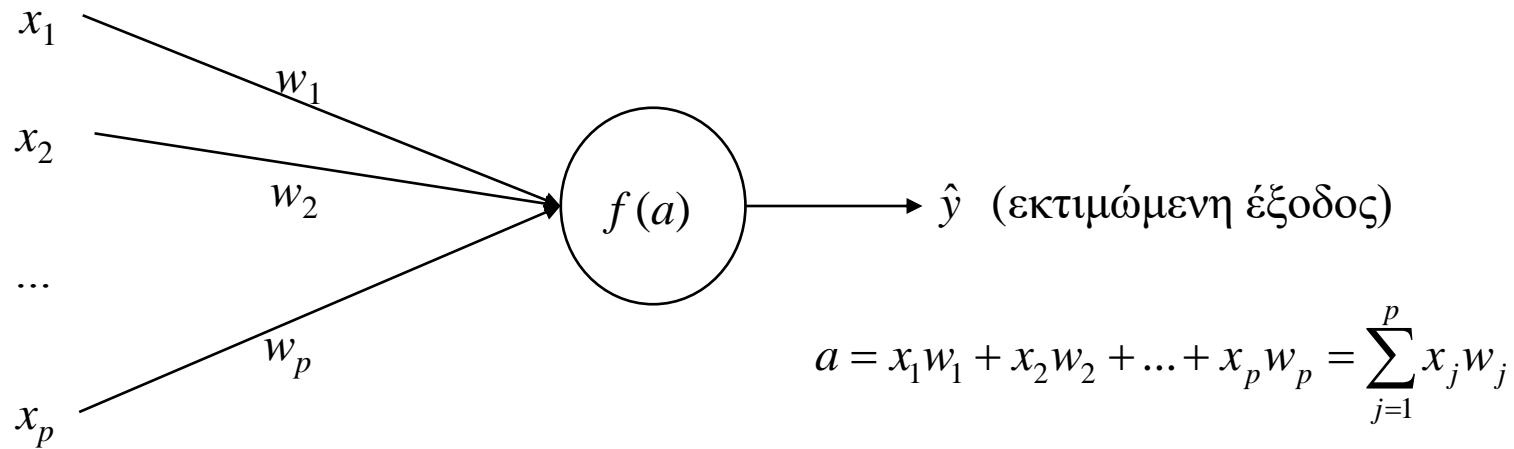
p : Αριθμός μεταβλητών εισόδου

N : Αριθμός διανυσματικών δεδομένων (πλειάδων)

j : Δείκτης που τρέχει από 1 έως p

k : Δείκτης που τρέχει από 1 έως N

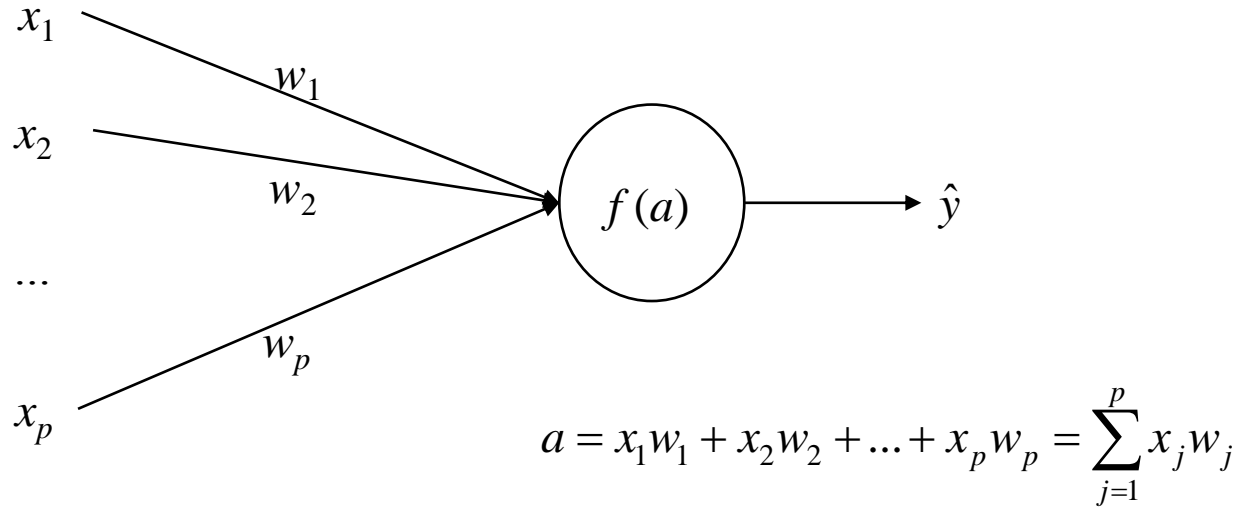
Δομή και Λειτουργία Τεχνητού Νευρώνα



$$\hat{y} = f(x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_p w_p) = f\left(\sum_{j=1}^p x_j w_j\right)$$

- 1). Η κάθε είσοδος πολλαπλασιάζεται με ένα αριθμό που λέγεται **συναπτικό βάρος**.
- 2). Στην συνέχεια προστίθενται όλα τα αποτελέσματα των παραπάνω πολλαπλασιασμών και εισάγονται στον νευρώνα.
- 3). Τα συναπτικά βάρη w_1, w_2, \dots, w_p είναι οι σχεδιαστικές παράμετροι του νευρώνα και είναι αυτές που πρέπει να υπολογιστούν κατά την εκπαίδευση/εκμάθηση του νευρώνα

Δομή και Λειτουργία Τεχνητού Νευρώνα

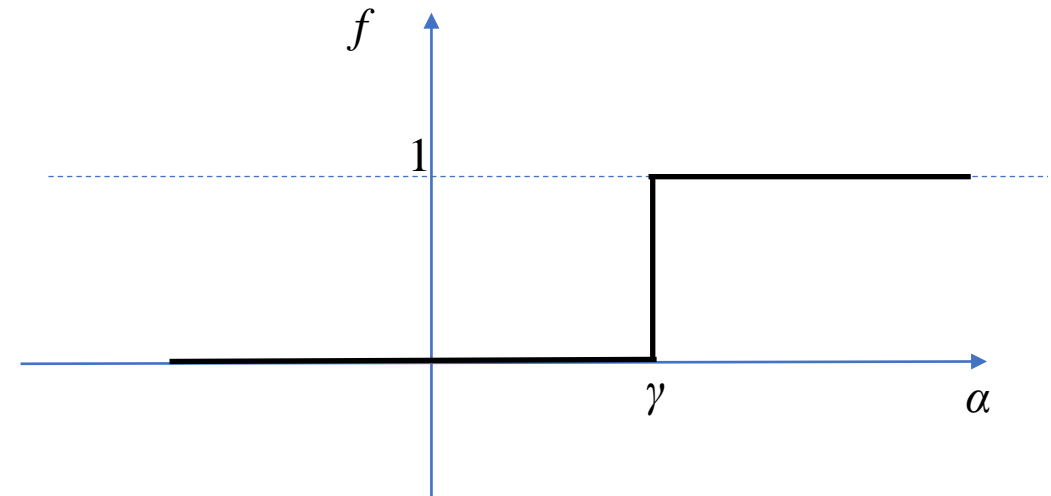


$$\hat{y} = f(x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_p w_p) = f\left(\sum_{j=1}^p x_j w_j\right)$$

Συνάρτηση
Ενεργοποίησης Νευρώνα

$$f(a) = \begin{cases} 1, & \text{αν } a \geq \gamma \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Γραφική παράσταση Συνάρτησης
Ενεργοποίησης

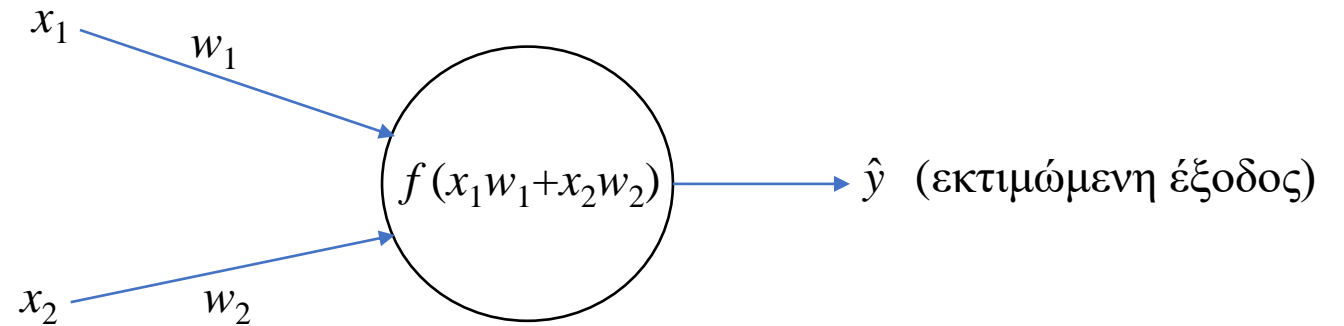


Δομή και Λειτουργία Τεχνητού Νευρώνα

Παράδειγμα Νευρώνα με δύο εισόδους και μία έξοδο

	X	
	x_1	x_2
1	x_{11}	x_{12}
2	x_{21}	x_{22}
3	x_{11}	x_{12}
4	x_{21}	x_{22}
5	x_{21}	x_{22}

	Y
	y
1	y_1
2	y_2
3	y_3
4	y_4
5	y_5



$p=2$: Αριθμός μεταβλητών εισόδου

$N=5$: Αριθμός διανυσματικών δεδομένων (πλειάδων)

j : Δείκτης που τρέχει από 1 έως p

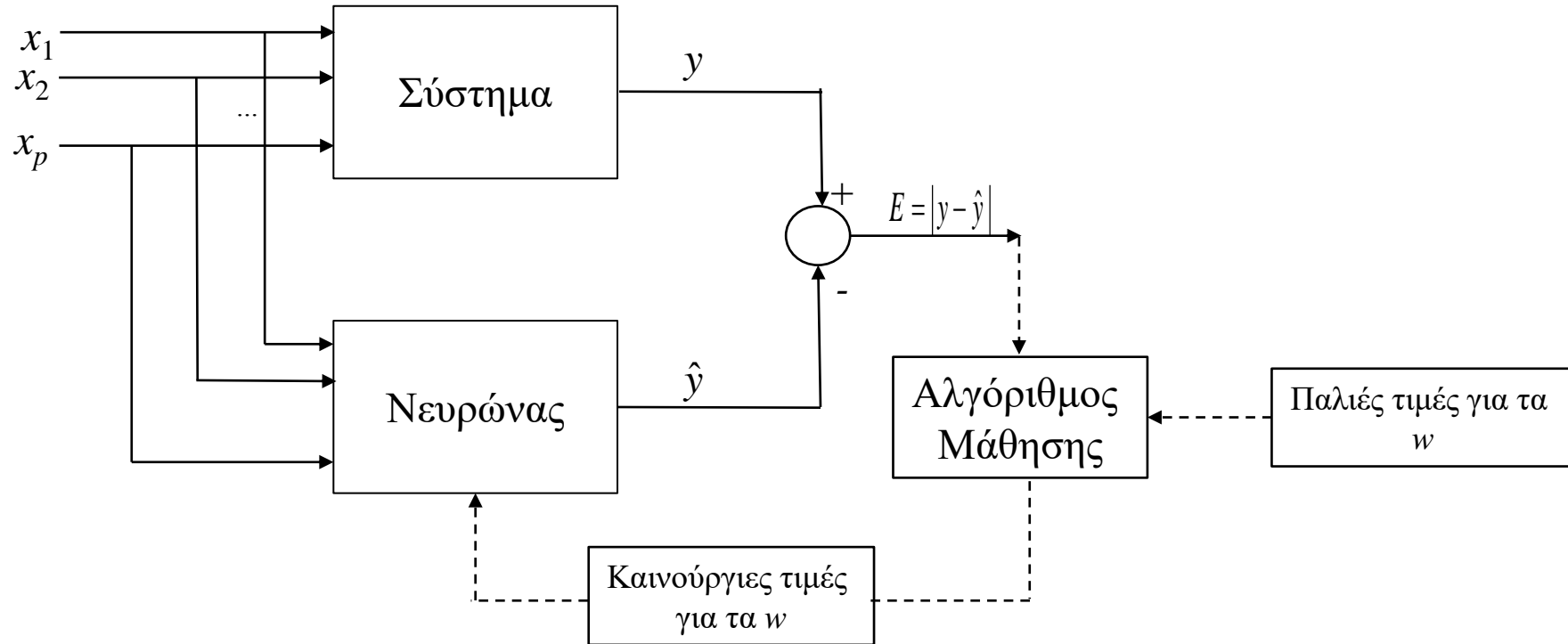
k : Δείκτης που τρέχει από 1 έως N

Εκπαίδευση Τεχνητού Νευρώνα

Ο νευρώνας πρέπει να εκπαιδευτεί ώστε να προσεγγίσει το πραγματικό σύστημα. Αυτό γίνεται με την χρήση αλγόριθμων μηχανικής μάθησης (machine learning algorithms). Αυτοί οι αλγόριθμοι χρησιμοποιούν τα δεδομένα εισόδου-εξόδου του συστήματος ώστε να υπολογίσουν τις τιμές των συναπτικών βαρών, για τις οποίες το σφάλμα μεταξύ της πραγματικής εξόδου του συστήματος και της εκτιμώμενης εξόδου του νευρώνα να είναι όσο το δυνατόν πιο μικρό.

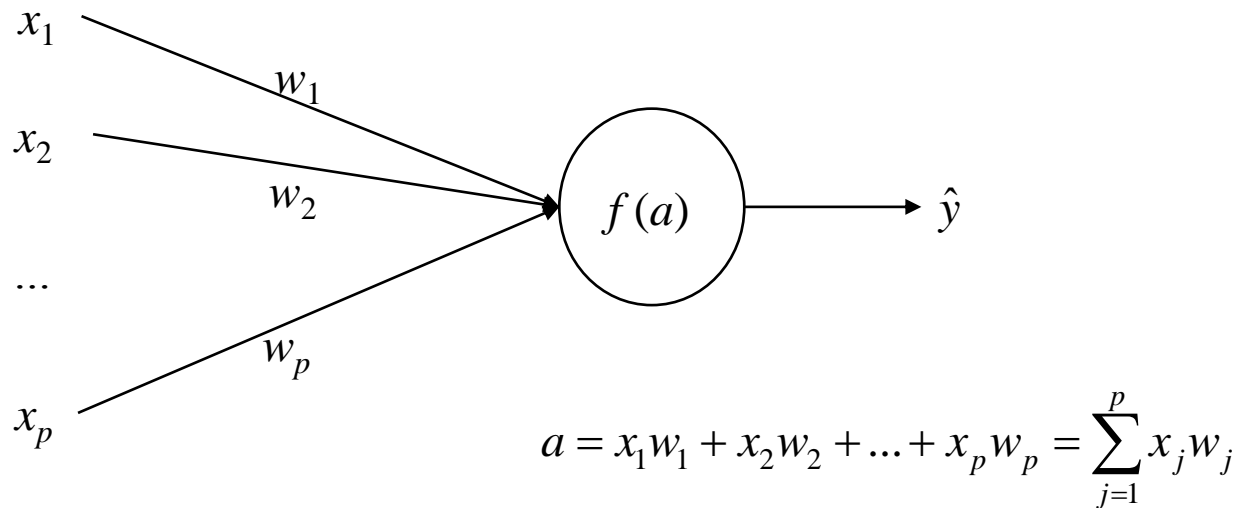
Ένας αλγόριθμος μηχανικής μάθησης είναι επαναληπτική διαδικασία, όπου αρχικά οι τιμές των συναπτικών βαρών επιλέγονται εντελώς τυχαία. Στην συνέχεια, ο αλγόριθμος τροποποιεί τις τιμές αυτές σε κάθε επανάληψη. Η επαναληπτική διαδικασία σταματάει όταν το προαναφερθέν σφάλμα γίνει αρκετά μικρό.

Εκπαίδευση Τεχνητού Νευρώνα



Μηχανική Μάθηση

Μηχανική μάθηση είναι η διαδικασία (δηλ. αλγόριθμος) κατά την οποία τα συναπτικά βάρη του νευρωνικού δικτύου τροποποιούνται και αλλάζουν με βάση τα δεδομένα εισόδου-εξόδου έτσι ώστε το δίκτυο να προσαρμοστεί σε σχέση με την πληροφορία που δίνουν τα εν λόγω δεδομένα.



$$\hat{y} = f(x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_p w_p) = f\left(\sum_{j=1}^p x_j w_j\right)$$

Μηχανική Μάθηση

➤ Αλγόριθμος Μηχανικής Μάθησης

- Μία σειρά σειριακών βημάτων με στόχο την εύρεση των τιμών συναπτικών βαρών του δικτύου, για τις οποίες το σφάλμα μεταξύ πραγματικής και εκτιμώμενης εξόδου γίνεται ελάχιστο.
- Είδη Αλγόριθμων Μηχανικής Μάθησης
 - ✓ Επιβλεπόμενη Μάθηση (Supervised Learning): Γίνεται χρήση ενός “δασκάλου”. Στην περίπτωση που χρησιμοποιούμε δεδομένα εισόδου για να περιγράψουμε ένα σύστημα, τον ρόλο του “δασκάλου” τον παίζουν τα δεδομένα εξόδου. Όντως, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, στην περίπτωση αυτή, αυτό που καθοδηγεί την επαναληπτική διαδικασία μάθησης είναι το σφάλμα μεταξύ των πραγματικών εξόδων του συστήματος και των εκτιμώμενων εξόδων του νευρωνικού. Οι πραγματικές εξοδοι του συστήματος, όμως, είναι τα δεδομένα εξόδου. Αυτά δεν αλλάζουν κατά την διάρκεια της μάθησης. Οι εκτιμώμενες εξοδοι όμως αλλάζουν. Συνεπώς, την όλη διαδικασία μάθησης την καθορίζουν τα δεδομένα εξόδου. Τέλος, είναι το είδος μάθησης που θα χρησιμοποιήσουμε στο παρόν μάθημα.
 - ✓ Μη Επιβλεπόμενη Μάθηση: Αναλύει τα δεδομένα του συστήματος μαζί και προσπαθεί να βρει πρότυπα/μοτίβα μέσα στα δεδομένα ώστε να “βγάλει” γνώση από τα δεδομένα. Έτσι, δεν χρειάζεται κάποιου είδους “δασκάλου”. Η μάθηση αυτή στηρίζεται στην έννοια της αυτό-οργάνωσης (self-organization). Το είδος αυτό μάθησης θα το αναλύσουμε στο μάθημα “Εξόρυξη Δεδομένων από Ψηφιακό και Διαδικτυακό Περιβάλλον” του 7^{ου} Εξαμήνου.
 - ✓ Ημι-Επιβλεπόμενη Μάθηση: Είναι συνδυασμός των δύο παραπάνω ειδών μάθησης.

Μηχανική Μάθηση: Παράδειγμα (Λογικό Ή)

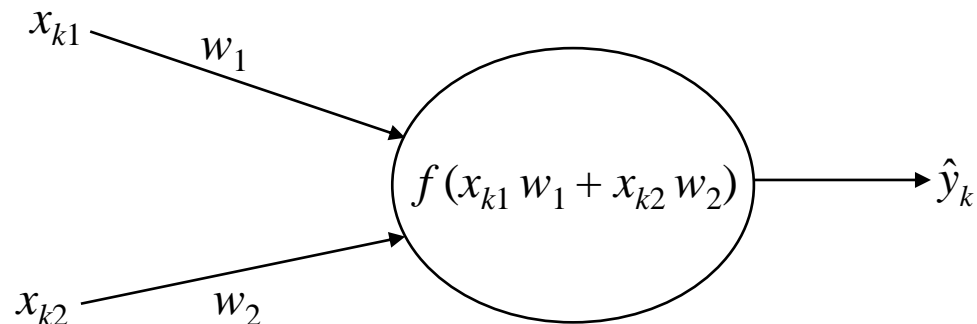
Δεδομένα Εισόδου-Εξόδου

	X		Y
	x_1	x_2	y
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	1

$N=4, p=2$

Συνάρτηση Ενεργοποίησης: $f(a) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu a \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\lambda\lambda\iota\omega\varsigma \end{cases}$

Όπου $a = x_{k1} w_1 + x_{k2} w_2$



Άρα:

$$\hat{y}_k = f(x_{k1} w_1 + x_{k2} w_2)$$

Παρατήρηση: Από τον νευρώνα θα περνάει κάθε δυάδα (x_{k1}, x_{k2}) για $k=1, 2, 3, 4$. Για κάθε μία από αυτές ο νευρώνας θα δώσει (εκτιμήσει) μία αντίστοιχη έξοδο. Έτσι θα έχουμε 4 εκτιμώμενες εξόδους $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3$ και \hat{y}_4 . Έτσι θα υπολογίσουμε τα παρακάτω 4 επιμέρους σφάλματα

$$E_1 = |y_1 - \hat{y}_1|, E_2 = |y_2 - \hat{y}_2|, E_3 = |y_3 - \hat{y}_3|, \text{ και } E_4 = |y_4 - \hat{y}_4|$$

Συνεπώς, το συνολικό σφάλμα (Συνάρτηση Σφάλματος) για όλα τα δεδομένα εισόδου-εξόδου είναι:

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = \sum_{k=1}^4 E_k \quad \text{ή ισοδύναμα} \quad E = \sum_{k=1}^4 |y_k - \hat{y}_k| = \sum_{k=1}^4 |y_k - f(x_{k1} w_1 + x_{k2} w_2)|$$

Στόχος: Η τιμή της συνάρτησης σφάλματος να γίνει όσο το δυνατόν πιο μικρή (κοντά στο μηδέν (ή στην καλύτερη κατάσταση ίση με μηδέν))

Μηχανική Μάθηση: Παράδειγμα (Λογικό Ή)

Αρχικοποίηση: $w_1=w_2=0$. Βήμα αύξησης 0.25.

Βήμα 1).

$$x_{11} = 0, x_{12} = 0. \text{ Άρα, } \alpha = x_{11}w_1 + x_{12}w_2 = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0 \rightarrow f(a) = 0 \rightarrow E_1 = |0 - 0| = 0$$

$$x_{21} = 0, x_{22} = 1. \text{ Άρα, } \alpha = x_{21}w_1 + x_{22}w_2 = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 0 \rightarrow f(a) = 0 \rightarrow E_2 = |1 - 0| = 1$$

$$x_{31} = 1, x_{32} = 0. \text{ Άρα, } \alpha = x_{31}w_1 + x_{32}w_2 = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0 \rightarrow f(a) = 0 \rightarrow E_3 = |1 - 0| = 1$$

$$x_{41} = 1, x_{42} = 1. \text{ Άρα, } \alpha = x_{41}w_1 + x_{42}w_2 = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 0 \rightarrow f(a) = 0 \rightarrow E_4 = |1 - 0| = 1$$

$$E = \sum_{k=1}^4 E_k = 0 + 1 + 1 + 1 = 3$$

Μηχανική Μάθηση: Παράδειγμα (Λογικό Ή)

Βήμα 2). $w_1 = w_1 + 0.25 = 0.25$ $w_2 = w_2 + 0.25 = 0.25$

$$x_{11} = 0, x_{12} = 0. \text{ Άρα, } \alpha = x_{11}w_1 + x_{12}w_2 = 0 \cdot 0.25 + 0 \cdot 0.25 = 0.00 \rightarrow \hat{y}_1 = f(\alpha) = 0 \rightarrow E_1 = |0 - 0| = 0$$

$$x_{21} = 0, x_{22} = 1. \text{ Άρα, } \alpha = x_{21}w_1 + x_{22}w_2 = 0 \cdot 0.25 + 1 \cdot 0.25 = 0.25 \rightarrow \hat{y}_2 = f(\alpha) = 0 \rightarrow E_2 = |1 - 0| = 1$$

$$x_{31} = 1, x_{32} = 0. \text{ Άρα, } \alpha = x_{31}w_1 + x_{32}w_2 = 1 \cdot 0.25 + 0 \cdot 0.25 = 0.25 \rightarrow \hat{y}_3 = f(\alpha) = 0 \rightarrow E_3 = |1 - 0| = 1$$

$$x_{41} = 1, x_{42} = 1. \text{ Άρα, } \alpha = x_{41}w_1 + x_{42}w_2 = 1 \cdot 0.25 + 1 \cdot 0.25 = 0.50 \rightarrow \hat{y}_4 = f(\alpha) = 1 \rightarrow E_4 = |1 - 1| = 0$$

$$E = \sum_{k=1}^4 E_k = 0 + 1 + 1 + 0 = 2$$

Μηχανική Μάθηση: Παράδειγμα (Λογικό Ή)

Βήμα 3). $w_1 = w_1 + 0.25 = 0.5$ $w_2 = w_2 + 0.25 = 0.5$

$$x_{11} = 0, x_{12} = 0. \text{ Άρα, } \alpha = x_{11}w_1 + x_{12}w_2 = 0 \cdot 0.5 + 0 \cdot 0.5 = 0.0 \rightarrow \hat{y}_1 = f(a) = 0 \rightarrow E_1 = |0 - 0| = 0$$

$$x_{21} = 0, x_{22} = 1. \text{ Άρα, } \alpha = x_{21}w_1 + x_{22}w_2 = 0 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.5 = 0.5 \rightarrow \hat{y}_2 = f(a) = 1 \rightarrow E_2 = |1 - 1| = 0$$

$$x_{31} = 1, x_{32} = 0. \text{ Άρα, } \alpha = x_{31}w_1 + x_{32}w_2 = 1 \cdot 0.5 + 0 \cdot 0.5 = 0.5 \rightarrow \hat{y}_3 = f(a) = 1 \rightarrow E_3 = |1 - 1| = 0$$

$$x_{41} = 1, x_{42} = 1. \text{ Άρα, } \alpha = x_{41}w_1 + x_{42}w_2 = 1 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.5 = 1.0 \rightarrow \hat{y}_4 = f(a) = 1 \rightarrow E_4 = |1 - 1| = 0$$

$$E = \sum_{k=1}^4 E_k = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

Τελικές τιμές των συναπτικών βαρών: $w_1=w_2=0.5$

Μηχανική Μάθηση: Παράδειγμα (Λογικό Ή)

Δημιουργία μιας συνάρτησης στο OCTAVE

Το όνομα του αρχείου είναι activation.m (το όνομα προκύπτει από τον όρο ενεργοποίηση (activation))

Προσοχή το όνομα του αρχείου πρέπει να είναι το ίδιο με το όνομα της συνάρτησης

```
function [f]=activation(a)
    if a>=0.5
        f=1;
    else
        f=0;
    endif
endfunction
```

Μηχανική Μάθηση: Παράδειγμα (Λογικό Ή)

Δημιουργία ενός Προγράμματος στο OCTAVE

Βάζω ό,τι όνομα θέλω στο πρόγραμμα. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα Learning.m

Μηχανική Μάθηση: Παράδειγμα (Λογικό Ή)

```
x=[0 0; 0 1; 1 0; 1 1];
y=[0; 1; 1; 1];

dim=size(x);
N=dim(1);
p=dim(2);

w=zeros(p,1);
step=0.25;

E=10;
it=0;
while E>0.0001
    it=it+1
    E=0;
    for k=1:N
        a=0;
        for j=1:p
            a=a+x(k,j)*w(j);
        end
        y_est(k)=activation(a);
        E=E+abs(y(k)-y_est(k));
    end
    w=w+step;
end
w=w-step;
```


Μηχανική Μάθηση: Άσκηση (Λογικό ΚΑΙ)

Να γίνει πρόγραμμα που θα εκπαιδεύει έναν Τεχνητό Νευρώνα, ο οποίος θα προσεγγίζει τον Λογικό ΚΑΙ

Δεδομένα Εισόδου-Εξόδου

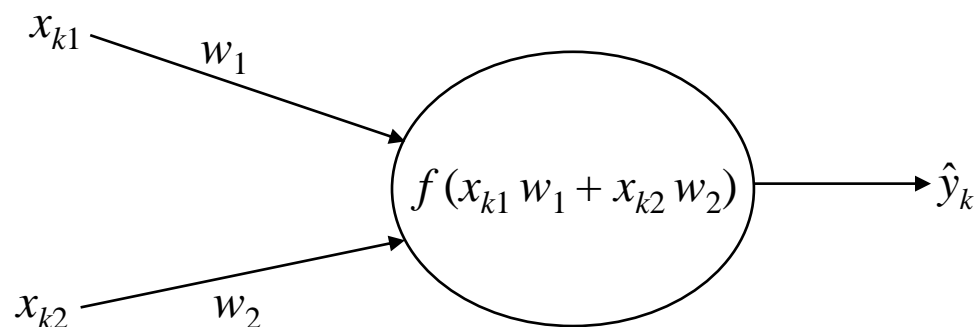
	X		Y
	x_1	x_2	y
1	0	0	0
2	0	1	0
3	1	0	0
4	1	1	1

$N=4, p=2$

Αρχικές τιμές συναπτικών βαρών: $w_1=w_2=0$

Βήμα αύξησης των συναπτικών βαρών: 0.25

Συνάρτηση Ενεργοποίησης: $f(a) = \begin{cases} 1, & \text{αν } a \geq 0.5 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$



Όπου $a = x_{k1} w_1 + x_{k2} w_2$

Καλό Απόγευμα