

Μάθημα 4

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

Κατηγορηματική Λογική

Η Κατηγορηματική Λογική (Predicate Logic) αποτελεί επέκταση της Προτασιακής Λογικής

Η επέκταση αυτή συνίσταται στην εισαγωγή των παρακάτω όρων:

- Όρος (term): Μπορεί να είναι σταθερά (π.χ. νικος) ή μεταβλητή (π.χ. Άνθρωπος)
- Κατηγόρημα (Predicate): Είναι μία ιδιότητα που αποδίδεται σε σταθερά ή μεταβλητή
- Ποσοδείκτες (Quantifiers)

Συγκεκριμένα, η Σύνταξη της κατηγορηματικής λογικής περιέχει:

- Σταθερές
- Συναρτησιακά σύμβολα (κατηγορήματα που περιέχουν ορίσματα)
- Μεταβλητές
- Συνδετικά: \wedge , \vee , \neg , \rightarrow , \leftrightarrow
- Ποσοδείκτες: \exists , \forall
- Σύμβολα Αληθείας: t (Αληθές), f (Ψευδές)
- Παρενθέσεις-Σύμβολα Στίξης: “()”, “,”, “!”, κλπ

Κατηγορηματική Λογική

Η Λογική των Κατηγορημάτων

Έστω τα παρακάτω σχήματα συμπερασμού που βασίζονται στο Modus Ponens

Όλοι οι άνθρωποι είναι θνητοί
Ο Σωκράτης είναι άνθρωπος

Άρα ο Σωκράτης είναι θνητός

Κάθε φίλος του Γιώργου είναι φίλος του Κώστα
Ο Νίκος είναι φίλος του Κώστα

Άρα ο Νίκος δεν είναι απαραίτητα φίλος του Γιώργου

Όλοι οι φοιτητές πρέπει να διαβάσουν για να περάσουν όλα τα μαθήματα
Ο Γιώργος είναι φοιτητής αλλά δεν διαβάζει

Άρα ο Γιώργος δεν θα περάσει όλα τα μαθήματα

- Τα παραπάνω συμπερασματικά σχήματα ΔΕΝ μπορούν να περιγραφούν με την Προτασιακή Λογική γιατί τόσο οι προτάσεις που εμπλέκονται όσο και ο συμπερασμός είναι πολύπλοκα
- Χρειάζεται ένας νέος τρόπος φορμαλιστικής έκφρασης των προτάσεων
- Η ορθότητα των παραπάνω συλλογισμών δεν εξαρτάται από την τοποθέτηση των προτάσεων σε σχέση με λογικούς συνδέσμους, έτσι ώστε η χρήση του πίνακα αληθείας να μας δώσει την ορθότητα ή μη του συλλογισμού. Αυτό σημαίνει ότι στις παραπάνω προτάσεις ο πίνακας αληθείας δεν έχει να προσδώσει απολύτως τίποτα. Συνεπώς αν είναι κάτι που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από την Προτασιακή Λογική αυτό είναι ο Μηχανισμός Εξαγωγής Συμπεράσματος Modus Ponens
- Τα παραπάνω μπορούν να περιγραφούν στο πλαίσιο της Κατηγορηματικής Λογικής

Κατηγορηματική Λογική

Σύνταξη στην Κατηγορηματική Λογική

Τελεστές/σύμβολα που χρησιμοποιούνται:

- Όροι: εκφράζουν αντικείμενα του πραγματικού κόσμου (π.χ. άνθρωπος, ζώο, βουνό, ποτήρι, ποτάμι, κ.λ.π.) ή μεταβλητές, οι οποίες μπορεί να πάρουν ως τιμή διάφορα αντικείμενα
- Μεταβλητές: τις βάζουμε και ως ξεχωριστή κατηγορία γιατί η λειτουργικότητά τους είναι πολύ σημαντική (π.χ. $X_1, X_2, X_3, \dots, Y, P, R, \dots$ κλπ)
- Λογικοί Τελεστές: $\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow$
- Ποσοδείκτες: Υπαρξιακός \exists , Καθολικός \forall
- Τελεστές Διάταξης: Τελεστής Ισότητας $=$, Τελεστές Σύγκρισης $>, <, \geq, \leq$, Ταυτότητα \iff
- Βοηθητικές λειτουργίες: παρενθέσεις, σύμβολα στίξης $, : ; !$
- Τελεστές συνόλων: $\in \subset \subseteq \cup \cap$

Ένα γεγονός στην Κατηγορηματική Λογική αναπαρίσταται με έναν ατομικό τύπο της μορφής: $P(A_1, A_2, \dots, A_n)$

P : **Κατηγορημα** που μπορεί να είναι είτε χαρακτήρας είτε οποιαδήποτε λέξη ή πολλές λέξεις
χωρισμένες με underscore

A_1, A_2, \dots, A_n : **Ορίσματα** (Κάθε όρισμα μπορεί να είναι σταθερά, μεταβλητή ή συναρτησιακός όρος)

Κατηγορηματική Λογική

Παραδείγματα σύνταξης προτάσεων

Πρόταση	Προτασιακή Λογική	Κατηγορηματική Λογική
Ο Νίκος είναι άνθρωπος	P: Ο Νίκος είναι άνθρωπος	είναι_άνθρωπος(νίκος) ή άνθρωπος(νίκος)
Το λιοντάρι είναι θηλαστικό	Q: Το λιοντάρι είναι θηλαστικό	είναι_θηλαστικό(λιοντάρι) ή θηλαστικό(λιοντάρι)
Όλοι οι άνθρωποι είναι θνητοί	R: Όλοι οι άνθρωποι είναι θνητοί	$(\forall x)[\text{άνθρωπος}(x) \rightarrow \text{θνητός}(x)]$

Παρατηρήσεις

- Στην προτασιακή λογική οι προτάσεις γράφονται ακριβώς όπως τις υποβάλει η ανθρώπινη ομιλία. Όμως, η έννοια του ανθρώπου είναι καθολική, κάτι που δεν υποστηρίζεται από την προτασιακή λογική. Έτσι αν θέλαμε να πούμε ότι και ο Κώστας είναι άνθρωπος τότε θα έπρεπε να φτιάξουμε άλλη πρόταση. Σε αντίθεση στην κατηγορηματική λογική οι δύο πρώτες προτάσεις δηλώνονται με κατηγορήματα τα οποία σαν όρισμα/τα παίρνουν όλους τους ανθρώπου ή όλα τα λιοντάρια και άρα αποδίδουν μία ιδιότητα σε ένα είδος αντικειμένων.
- Όσον αφορά την τρίτη πρόταση, η αναπαράστασή της με την προτασιακή λογική είναι πολύ “στενή” και δεν μπορεί να εστιάσει στην καθολικότητα του όρου “Όλοι οι άνθρωποι”. Εν’ αντιθέσει, στην κατηγορηματική λογική η ύπαρξη του κατηγορήματος αποδίδει μία συγκεκριμένη ιδιότητα σε ένα σύνολο αντικειμένων. Αυτό δίνει μία ευελιξία στην συντακτική αναπαράσταση της πληροφορίας που υποδηλώνει η αρχική πρόταση. Ο λόγος είναι ότι χρησιμοποιεί μεταβλητές/ορίσματα που ενισχύουν αυτή την ευελιξία.
- Προσέξτε ότι το κατηγορηματικό “ποσοτικοποιεί” ιδιότητες ή ρήματα, τα οποία εκφράζουν ενέργειες.

Κατηγορηματική Λογική

Παραδείγματα σύνταξης προτάσεων

Πρόταση 1: “ Όλοι οι άνθρωποι είναι θνητοί ”

- Τα κατηγορήματα που θα χρησιμοποιηθούν είναι άνθρωπος ή είναι_άνθρωπος και θνητός ή είναι_θνητός
- Ο στόχος του πρώτου είναι να προσδώσει την ιδιότητα άνθρωπος σε ένα αντικείμενο και συνεπώς θα περιέχει μόνο ένα όρισμα που αντιστοιχεί στο εν λόγω αντικείμενο: $\text{άνθρωπος}(x)$ ή $\text{είναι_άνθρωπος}(x)$
- Ο στόχος του δεύτερου είναι να προσδώσει την ιδιότητα θνητός σε ένα αντικείμενο και άρα έχει ένα όρισμα: $\text{θνητός}(x)$ ή $\text{είναι_θνητός}(x)$
- Ο όρος “Όλοι” θα αναπαρασταθεί με το σύμβολο της Καθολικότητας \forall που σημαίνει “Για Κάθε”

$$(\forall x)[\text{άνθρωπος}(x) \rightarrow \text{θνητός}(x)]$$

- ΟΜΩΣ, θέλοντας έναν πολύ γενικό μηχανισμό, θεωρώντας το x και y ως μεταβλητές και λαμβάνοντας υπόψη ότι σε γενικές γραμμές το ρήμα εκφράζει το ότι ένα αντικείμενο εκτελεί μία ενέργεια, του αποδίδεται κάποια ιδιότητα, έχει ένα χαρακτηριστικό ή κατέχει κάτι, μπορώ να κάνω την όλη διαδικασία πιο ευέλικτη (χωρίς όμως να είναι λάθος η προηγούμενη) επιλέγοντας μόνο το παρακάτω κατηγορημα:

➤ $\text{είναι}(x, y)$: στο αντικείμενο x αποδίδεται η ιδιότητα y

$$\forall x: \text{είναι}(x, \text{άνθρωπος}) \rightarrow \text{είναι}(x, \text{θνητός})$$

Πρόταση 2: “ Κάθε άνθρωπος έχει ένα όνομα”

Τα κατηγορήματα που θα χρησιμοποιηθούν είναι

➤ $\text{έχει}(x, y)$: Το αντικείμενο x κατέχει το χαρακτηριστικό y

➤ $\text{είναι}(x, y)$: Στο αντικείμενο x αποδίδεται η ιδιότητα y

$$\forall x: \text{είναι}(x, \text{άνθρωπος}) \rightarrow \text{έχει}(x, \text{όνομα})$$

Κατηγορηματική Λογική

Παραδείγματα σύνταξης προτάσεων

Πρόταση 3: “ Όλοι οι παίκτες του μπάσκετ είναι ψηλοί ”

Το κατηγορήμα είναι:

$$\forall x: \text{είναι}(x, \text{παίκτης_μπάσκετ}) \rightarrow \text{είναι}(x, \text{ψηλός})$$

$\text{είναι}(x, y)$: Στο αντικείμενο x αποδίδεται η ιδιότητα y

Πρόταση 4: “ Κάθε ζώο που έχει φτερά και γεννάει αυγά είναι πουλί ”

- Η λέξη “ζώο” παραθέτει στο αντικείμενο
- Θεωρώντας το x και y ως μεταβλητές, και λαμβάνοντας υπόψη ότι σε γενικές γραμμές το ρήμα εκφράζει ενέργεια, δηλ. κάποιος κάνει κάτι ή κατέχει τα κατηγορήματα που μπορώ να επιλέξω είναι
 - $\text{έχει}(x, y)$ (θα μπορούσαμε να επιλέξουμε και το $\text{έχει_φτερά}(x)$ αλλά δεν είναι τόσο ευέλικτο όσο το πρώτο)
 - $\text{γεννάει}(x, y)$ (θα μπορούσαμε να επιλέξουμε και το $\text{γεννάει_αυγά}(x)$ αλλά δεν είναι τόσο ευέλικτο όσο το πρώτο)
 - $\text{είναι}(x, y)$ (θα μπορούσαμε να επιλέξουμε και το $\text{είναι_πουλί}(x)$ αλλά δεν είναι τόσο ευέλικτο όσο το πρώτο)

$$\forall x: \text{έχει}(x, \text{φτερά}) \wedge \text{γεννάει}(x, \text{αυγά}) \rightarrow \text{είναι}(x, \text{πουλί})$$

Πρόταση 5: “ Κάθε πουλί που δεν πετάει, κολυμπάει και ζει στην Ανταρκτική είναι πιγκουίνος ”

- Κατηγορήματα:
 - $\text{είναι}(x, y)$: στο αντικείμενο x αποδίδεται η ιδιότητα y
 - $\text{πετάει}(x)$: αποδίδει στο αντικείμενο x την ενέργεια του πετάγματος
 - $\text{κολυμπάει}(x)$: αποδίδει στο αντικείμενο x την ενέργεια κολυμπάει
 - $\text{ζει}(x, y)$: δηλώνει ότι το αντικείμενο x ζει στην τοποθεσία y

$$\forall x: \text{είναι}(x, \text{πουλί}) \wedge (\neg \text{πετάει}(x)) \wedge \text{κολυμπάει}(x) \wedge \text{ζει}(x, \text{ανταρκτική}) \rightarrow \text{είναι}(x, \text{πιγκουίνος})$$

Κατηγορηματική Λογική

Μηχανισμός Εξαγωγής Συμπεράσματος

Γενικευμένος Τρόπος του Θέτειν (δηλ. Modus Ponens)

Βάση Δεδομένων: *άνθρωπος(νίκος)*

Βάση Κανόνων: $\forall x : \text{άνθρωπος}(x) \rightarrow \text{θνητός}(x)$

Ερώτηση: *θνητός(νίκος)?*

Απάντηση: Yes

Πλεονεκτήματα-Μειονεκτήματα Κατηγορηματικής Λογικής

Πλεονεκτήματα

- Ικανοποιητική αντιστοιχία με την φυσική γλώσσα
- Ικανοποιητική έκφραση ποσοτικοποίησης των εννοιών με τους κατάλληλους ποσοδείκτες
- Ικανότητα γενίκευσης

Μειονεκτήματα

- Αδυναμία εξαγωγής συμπεράσματος υπό καθεστώς ασάφειας και αβεβαιότητας
- Αδυναμία περιγραφής καταστάσεων που αλλάζουν με τον χρόνο

Καλό Απόγευμα