

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι**  
**21ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

**ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ**

**1.** Υπολογίστε την παράγωγο της συνάρτησης

$$g(x) = \log_2(x) \log_3(x).$$

**2.** Έστω

$$f(x) = x - \ln x.$$

(α) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η  $f(x)$  είναι αύξουσα και αυτά στα οποία είναι φθίνουσα.

(β) Βρείτε τα  $x$  στα οποία η  $f(x)$  εμφανίζει τοπικό μέγιστο και αυτά στα οποία εμφανίζει τοπικό ελάχιστο.

**3.** Έστω

$$y = \frac{\sqrt[5]{x(x+1)^2}}{(x-2)^3}.$$

Υπολογίστε την παράγωγο  $\frac{dy}{dx}$  χρησιμοποιώντας λογαριθμική παραγωγή.

**4.** Βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της

$$h(x) = \ln(1-x)$$

στο  $x = 0$ .

**5.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{dx}{x \sqrt[3]{\log_5 x}}.$$

**6.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{\csc x \cot x}{3 - \csc x} dx.$$

**7.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{dx}{2\sqrt{x} + 2x}.$$

**8.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{\sec x}{\sqrt{\ln(\sec x + \tan x)}} dx.$$

**9.** Υπολογίστε το εμβαδόν  $A$  του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες

$$y = \log_2 x$$

και

$$y = \log_2(3x)$$

από  $x = 2$  έως  $x = 4$ .

**10.** Υπολογίστε το εμβαδόν  $A$  του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη

$$y = \tan x$$

και τον άξονα  $x$  από  $x = -\frac{\pi}{4}$  έως  $x = \frac{\pi}{4}$ .

**11.** Έστω  $a, b \in \mathbb{R}$  με  $0 < a < b$  και  $k > 0$ .

Έστω  $A_1$  το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη  $y = \frac{1}{x}$  και τον άξονα  $x$  από  $x = a$  έως  $x = b$  και  $A_2$  το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη  $y = \frac{1}{x}$  και τον άξονα  $x$  από  $x = ka$  έως  $x = kb$ .

Αποδείξτε ότι

$$A_1 = A_2.$$

**12.** Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_2 x}{\log_3(x+3)}.$$

**13.** Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln x - \ln(\sin x)).$$