

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι**  
**17ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

**ΟΡΙΣΜΕΝΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ**

**1.** Χρησιμοποιήστε γνωστά εμβαδά για να υπολογίσετε τα παρακάτω ορισμένα ολοκληρώματα

(α)  $\int_{-4}^3 |x| dx,$

(β)  $\int_a^b x dx, \quad 0 < a < b,$

(γ)  $\int_a^b 5 dx, \quad 0 < a < b.$

**2.** Χρησιμοποιήστε γνωστά εμβαδά για να υπολογίσετε τη μέση τιμή της συνάρτησης στο δοθέν διάστημα

(α)  $f(x) = 3 - 2x$  στο  $[0, 1],$

(β)  $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$  στο  $[-3, 0].$

**3.** Έστω  $f(x)$  μία συνάρτηση συνεχής στο διάστημα  $[1, 7]$  με

$$\int_1^3 f(x) dx = 4, \quad \int_3^7 f(x) dx = -2, \quad \int_3^4 f(x) dx = 4.$$

Υπολογίστε τα παρακάτω ορισμένα ολοκληρώματα

(α)  $\int_1^7 f(x) dx,$

(β)  $\int_4^7 f(x) dx,$

(γ)  $\int_4^1 f(x) dx.$

**4.** Έστω  $f(x)$  και  $g(x)$  δύο συναρτήσεις συνεχείς στο διάστημα  $[-2, 5]$  με

$$\int_{-2}^5 f(x) dx = 7, \quad \int_{-2}^5 g(x) dx = 11.$$

Υπολογίστε τα παρακάτω ορισμένα ολοκληρώματα

(α)  $\int_{-2}^5 [-3f(x)] dx,$

(β)  $\int_{-2}^5 [2f(x) + 9g(x)] dx.$

**5.** Βρείτε ένα πάνω και ένα κάτω φράγμα για το ορισμένο ολοκλήρωμα

$$\int_0^2 \frac{dx}{1+x^2}.$$