

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
13ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

1. Ένα κουτί ανοιχτό από επάνω κατασκευάζεται ως εξής: Αρχικά αποκόπουμε ίσα τετράγωνα από τις κορυφές ενός μεταλλικού φύλλου διαστάσεων $12\text{cm} \times 12\text{cm}$ και κατόπιν διπλώνουμε τις προεξέχουσες πλευρές.

Ποιο πρέπει να είναι το μήκος της πλευράς των τετραγώνων που αποκόπτονται ώστε το κουτί να έχει τη μεγαλύτερη δυνατή χωρητικότητα;

2. Μία εταιρία παράγει εκδρομικά σακίδια με κόστος $K\text{€}$ ανά σακίδιο. Αν η τιμή πώλησης ενός σακιδίου είναι $X\text{€}$, τότε το πλήθος των σακιδίων που θα πωληθούν είναι

$$m = \frac{a}{X - K} + b(100 - X)$$

με $a, b > 0$.

Ποια είναι η τιμή πώλησης του σακιδίου για την οποία η εταιρία έχει το μέγιστο δυνατό κέρδος;

3. Βρείτε την απόσταση του σημείου $(4, 0)$ από την καμπύλη

$$y = \sqrt{x}.$$

4. Βρείτε την απόσταση του σημείου $(1, 2)$ από το ημικύκλιο

$$y = \sqrt{4 - x^2}.$$

5. Αποδείξτε ότι μεταξύ όλων των παραλληλογράμμων με περίμετρο P αυτό το οποίο έχει το μέγιστο εμβαδόν είναι το τετράγωνο.

6. Έστω $\triangle ABC$ ένα ισοσκελές τρίγωνο με $AB = AC = 5$ και $\widehat{BAC} = \theta$.

Ποια είναι η μέγιστη τιμή του εμβαδού του τριγώνου $\triangle ABC$; Για ποια τιμή του θ γίνεται μέγιστο το εμβαδόν;

7. Το ύψος τη χρονική στιγμή t sec, $t \geq 0$, ενός σώματος το οποίο κινείται κατακόρυφα είναι

$$h(t) = -33t^2 + 198t + 140 \text{ m}.$$

Ποιο είναι το μέγιστο ύψος του σώματος; Ποια χρονική στιγμή βρίσκεται σε αυτό το ύψος;

8. Δύο σώματα που κρέμονται από ελατήρια το ένα δίπλα στο άλλο έχουν συναρτήσεις θέσης

$$s_1(t) = 2 \cos t$$

και

$$s_2(t) = \sin(2t).$$

(α) Σε ποιες χρονικές στιγμές του διαστήματος $[0, 4\pi]$ έχουν τα δύο σώματα το ίδιο ύψος;

(β) Σε ποιες χρονικές στιγμές του διαστήματος $[0, 4\pi]$ γίνεται μέγιστη η κατακόρυφη απομάκρυνση μεταξύ των δύο σωμάτων;