

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
1ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΥΣΤΗΡΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ ΟΡΙΟΥ

1. Έστω

$$f(x) = 3x + 1.$$

Από τον άτυπο ορισμό του ορίου προφανώς ισχύει ότι

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4.$$

Για $\varepsilon = \frac{1}{10}$, βρείτε $\delta > 0$ τέτοιο ώστε

$$0 < |x - 1| < \delta \Rightarrow |f(x) - 4| < \varepsilon.$$

2. Αποδείξτε χρησιμοποιώντας τον αυστηρό ορισμό του ορίου ότι

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 4) = 2.$$

3. Έστω $k \in \mathbb{R}$ και $x_0 \in \mathbb{R}$. Αποδείξτε χρησιμοποιώντας τον αυστηρό ορισμό του ορίου ότι

$$\lim_{x \rightarrow x_0} k = k.$$

4. Έστω

$$g(x) = \begin{cases} 3x - 9, & x \neq 4 \\ 11, & x = 4 \end{cases}.$$

Αποδείξτε χρησιμοποιώντας τον αυστηρό ορισμό του ορίου ότι

$$\lim_{x \rightarrow 4} g(x) = 3.$$

5. Αποδείξτε χρησιμοποιώντας τον αυστηρό ορισμό του ορίου ότι

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0.$$

6. Έστω

$$h(x) = \begin{cases} x - 1, & x < 0 \\ x + 2, & x > 0 \end{cases}.$$

Αποδείξτε χρησιμοποιώντας τον αυστηρό ορισμό του ορίου ότι το

$$\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$$

δεν υπάρχει.