

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ
28 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2026

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ

1. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos(7x^5 - 82x^3 - 11x + 24)}{-x^3 + 27}.$$

2. Έστω $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ και

$$f(x) = \begin{cases} ax^3, & x < 0 \\ b, & x = 0 \\ cx + d, & x > 0 \end{cases}.$$

- (α) Για ποιες τιμές των a, b, c, d υπάρχει το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$;
(β) Για ποιες τιμές των a, b, c, d είναι η $f(x)$ συνεχής στο 0;
(γ) Για ποιες τιμές των a, b, c, d είναι η $f(x)$ παραγωγίσιμη στο 0;

3. Έστω

$$f(x) = \frac{5}{2}x^{\frac{2}{5}} - \frac{5}{11}x^{\frac{11}{5}}.$$

- (α) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $f(x)$ είναι αύξουσα και αυτά στα οποία είναι φθίνουσα.
(β) Βρείτε τα x στα οποία η $f(x)$ εμφανίζει τοπικά ακρότατα.

4. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (\cot x - \csc x).$$

5. Υπολογίστε το ορισμένο ολοκλήρωμα

$$\int_{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2}^{\left(\frac{\pi}{3}\right)^2} \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x} \cos^2(\sqrt{x})} dx .$$

6. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{\ln x}{x (2 \ln^2 x + 16)} dx .$$

7. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \sin^3(3e^x - 7) e^x dx .$$

8. Υπολογίστε το εμβαδον A του χωρίου μεταξύ της καμπυλής

$$y = e^x \sin x$$

και του άξονα x από $x = -\frac{\pi}{4}$ ως $x = \frac{\pi}{4}$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ