

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι**  
**ΠΡΩΤΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ**  
**10 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2024**

**ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ**  
**ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ**  
**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ**

**1.** Αποδείξτε, χρησιμοποιώντας τον αυστηρό ορισμό του ορίου, ότι

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^6 = 0.$$

**2.** Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \left( \frac{|\sin(x - \frac{\pi}{2})|}{x - \frac{\pi}{2}} - \frac{(x - \frac{\pi}{2})^3 + 11(x - \frac{\pi}{2})}{4(x - \frac{\pi}{2})^5 - 6(x - \frac{\pi}{2})} \right).$$

**3.** Βρείτε τις κατακόρυφες ασύμπτωτες της καμπύλης

$$y = x \cos\left(\frac{1}{x}\right).$$

**4.** Έστω

$$g(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2, & x < 0 \\ 7x + 2, & x \geq 0 \end{cases}.$$

(α) Χρησιμοποιώντας τον ορισμό των πλευρικών παραγώγων, υπολογίστε τις  $g'_-(0)$  και  $g'_+(0)$ .

(β) Εξετάστε αν η  $g(x)$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x = 0$ . Αν είναι παραγωγίσιμη στο  $x = 0$ , ποια είναι η τιμή της  $g'(0)$ ; Αν δεν είναι παραγωγίσιμη στο  $x = 0$ , ερμηνεύστε γεωμετρικά γιατί δεν είναι.

**5.** Έστω

$$h(x) = \sqrt[3]{\sec^7 x}.$$

(α) Βρείτε το πεδίο ορισμού  $D_h$  της  $h(x)$ .

(β) Υπολογίστε, χρησιμοποιώντας τους κανόνες παραγώγισης και παραγώγους συναρτήσεων που γνωρίζετε, την  $h'(x)$ .

(γ) Βρείτε το πεδίο ορισμού  $D_{h'}$  της  $h'(x)$ .

**6.** Βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης

$$y = \cos^4(2x) - \sin^2(4x)$$

στο σημείο από το οποίο διέρχεται για  $x = \frac{\pi}{2}$ .

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**