

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι**  
**ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ**  
**26 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2024**

**ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ**  
**ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ**  
**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ**

**1.** Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|\cos(59x^5 - 39x^2 + 12x - 62)|}{x^2 - 4}.$$

**2.** Έστω

$$g(x) = -|2x - 4|.$$

(α) Υπολογίστε, χρησιμοποιώντας τον ορισμό των πλευρικών παραγώγων, τις  $g'_-(2)$  και  $g'_+(2)$ .

(β) Εξετάστε αν η  $g(x)$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x = 2$ .

(γ) Αν είναι παραγωγίσιμη στο  $x = 2$ , ποια είναι η τιμή της  $g'(2)$ ; Αν δεν είναι παραγωγίσιμη στο  $x = 2$ , ερμηνεύστε γεωμετρικά γιατί δεν είναι.

**3.** Βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και της κάθετης στην καμπύλη

$$y = \cos(x^2 - \pi)$$

στο σημείο από το οποίο διέρχεται για  $x = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ .

**4.** Έστω

$$f(x) = \ln(x^2 + 1) - x.$$

(i) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η  $f(x)$  είναι αύξουσα και αυτά στα οποία είναι φθίνουσα.

(ii) Βρείτε τα  $x$  στα οποία η  $f(x)$  εμφανίζει τοπικό μέγιστο και αυτά στα οποία εμφανίζει τοπικό ελάχιστο.

**5.** Υπολογίστε το εμβαδόν  $A$  του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες

$$y = \sin x$$

και

$$y = \cos x$$

από  $x = 0$  ως  $x = \frac{\pi}{2}$ .

**6.** Υπολογίστε το ορισμένο ολοκλήρωμα

$$\int_{\sqrt{\ln(\frac{\pi}{3})}}^{\sqrt{\ln(\frac{\pi}{2})}} x \cos(e^{x^2}) e^{x^2} dx .$$

**7.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{x^2 - 4x - 12}{(x^2 + 4)(x - 2)} dx .$$

**8.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \sin(\ln x) dx .$$

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**