

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ
12 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2025

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ

1. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \left(\frac{|\sin(x - \frac{\pi}{2})|}{x - \frac{\pi}{2}} - \frac{(x - \frac{\pi}{2})^3 + 11(x - \frac{\pi}{2})}{4(x - \frac{\pi}{2})^5 - 6(x - \frac{\pi}{2})} \right).$$

2. Έστω

$$h(x) = \sqrt[3]{\sec^7 x}.$$

(α) Βρείτε το πεδίο ορισμού D_h της $h(x)$.

(β) Υπολογίστε, χρησιμοποιώντας τους κανόνες παραγωγίσισης και παραγώγους συναρτήσεων που γνωρίζετε, την $h'(x)$.

3. Έστω

$$g(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2, & x < 0 \\ 7x + 2, & x \geq 0 \end{cases}.$$

(α) Χρησιμοποιώντας τον ορισμό των πλευρικών παραγώγων, υπολογίστε τις $g'_-(0)$ και $g'_+(0)$.

(β) Εξετάστε αν η $g(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$. Αν είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$, ποια είναι η τιμή της $g'(0)$; Αν δεν είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$, ερμηνεύστε γεωμετρικά γιατί δεν είναι.

4. Έστω

$$g(x) = \frac{5x - 10}{x - 4}.$$

(α) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $g(x)$ στρέφει τα κοίλα πάνω και αυτά στα οποία στρέφει τα κοίλα κάτω.

(β) Βρείτε τα x στα οποία η $g(x)$ εμφανίζει σημείο καμπής.

5. Υπολογίστε το εμβαδόν A του χωρίου μεταξύ της καμπυλών

$$y = 2x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 9x + \sin x + 19$$

και

$$y = 2x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 10x + \sin x + 18$$

από $x = -1$ ως $x = 2$.

6. Υπολογίστε το ορισμένο ολοκλήρωμα

$$\int_1^5 \frac{(\log_5 x)^3}{x} dx.$$

7. Έστω

$$f(x) = \ln(2x^2) - 2x.$$

(α) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $f(x)$ είναι αύξουσα και αυτά στα οποία είναι φθίνουσα.

(β) Βρείτε τα x στα οποία η $f(x)$ εμφανίζει τοπικά ακρότατα.

8. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{3x^2 - 10x + 7}{(x - 2)^3} dx.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ