

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι**  
**ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ**  
**08 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2023**

**ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ**  
**ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ**  
**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ**

**1.** Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 - 18x^2 - 79}{5x^2 - 11x}.$$

**2.** Έστω

$$f(x) = |x^4 - 16|.$$

(α) Εξετάστε, χρησιμοποιώντας τον ορισμό της παραγώγου, αν η  $f(x)$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x = -2$ .

(β) Αν είναι παραγωγίσιμη στο  $x = -2$ , ποια είναι η τιμή της  $f'(-2)$ ; Αν δεν είναι παραγωγίσιμη στο  $x = -2$ , ερμηνεύστε γεωμετρικά γιατί δεν είναι.

**3.** Εξετάστε ως προς την κοιλότητα και τα σημεία καμπής την

$$h(x) = -2 \sin x + \frac{3x}{4} - 19$$

στο  $D_h = [-2\pi, 2\pi]$ .

**4.** Υπολογίστε το εμβαδόν  $A$  του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες

$$y = 4x^3 - 7x - \sin x$$

και

$$y = 4x^3 - 7x - \cos x$$

από  $x = 0$  ως  $x = \frac{\pi}{2}$ .

**5.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{e^x}{e^{2x} - 6e^x + 18} dx.$$

**6.** Υπολογίστε την παράγωγο  $\frac{dy}{dx}$  αν

$$y = (\ln x)^x, \quad x \geq 1.$$

**7.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{x^2 + 2x + 3}{(x^2 + 1)(x - 1)} dx.$$

**8.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int x^2 \ln(x^3 - 11) dx.$$

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**