

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ Ι
22 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2010

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ

1. Να υπολογιστεί το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sin\left(-\frac{3}{x^2}\right)}.$$

2. Να υπολογιστεί το όριο

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{4}{3}} + 2x}{3x^{\frac{7}{3}} - 3x^2 + 2x^{\frac{5}{3}}}.$$

3. Έστω a, b πραγματικοί αριθμοί και

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + b, & x < 0 \\ -x^4, & x \geq 0 \end{cases}.$$

Να βρεθούν οι τιμές των a και b για τις οποίες η $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$.

4. Να βρεθούν το ολικό ελάχιστο και το ολικό μέγιστο της

$$f(x) = x \sin x$$

στο $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

5. Να βρεθούν τα σημεία στα οποία η εφαπτομένη της καμπύλης

$$x = \frac{1}{t^4}, y = \ln t, \quad t > 0$$

είναι παράλληλη στην ευθεία $y = -3x - 7$.

6. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες $y = x^2$ και $y = \sin x$ από $x = \pi$ έως $x = 3\pi$.

7. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \left(e^{x^2} x + x \sin 2x \right) dx.$$

8. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \left(\sin^{-1} x + \frac{\ln x}{x} \right) dx.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΔΗΜΟΣ ΔΡΙΒΑΛΙΑΡΗΣ