

Μαθηματική Ανάλυση Ι

Απαντήστε σε πέντε από τα έξι θέματα

Θέμα 1 (α) Χρησιμοποιήστε τον ορισμό του ορίου για να αποδείξετε ότι

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow -2} 3x + 6 = 0$$

$$(ii) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{2x} = \frac{1}{4}$$

(β) Έστω

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x = 0 \\ x + a, & 0 < x < 1 \\ 1, & x = 1 \\ x^2 + a, & 1 < x < 2 \\ 4, & x = 2 \end{cases}$$

(i) Για ποια τιμή/τιμές του a υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$;(ii) Για ποια τιμή/τιμές του a είναι η $f(x)$ συνεχής σε ολόκληρο το πεδίο ορισμού της;**Θέμα 2** (α) Να βρεθεί η παράγωγος της $f(x) = (\ln x)^{\ln x}$.

(β) Να βρεθεί η κλίση της καμπύλης

$$x = 1 + 2^{t^2} + \log_3 t, \quad y = -3 - \tan^{-1} \left(\frac{1}{t^2} \right)$$

στο σημείο για το οποίο $t = 1$.**Θέμα 3** (α) Να εξεταστεί ως προς την κοιλότητα και τα σημεία καμπής η $g(x) = \cos(3x)$ με πεδίο ορισμού το $[-\pi, 2\pi]$.(β) Να βρεθεί το ολικό μέγιστο της συνάρτησης $f(x) = \frac{x^3}{3} - x$ στο διάστημα $[0, 2]$.**Θέμα 4** (α) Εξετάστε αν υπάρχει η παράγωγος της $f(t) = |2t - 4|$ στο $t = 2$.

(β) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int -2 \sec^2(3x^3) \tan(3x^3) x^2 dx$$

Θέμα 5 (α) Να βρεθεί η μέση τιμή της $g(x) = |\cos x|$ στο $[-\frac{\pi}{2}, \pi]$.

(β) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \left(\frac{\ln x}{x^2} + x^2 e^x \right) dx$$

Θέμα 6 (α) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \left(\frac{1}{(\sin^{-1} x) \sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{x \log_4 x} \right) dx$$

(β) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \cos(\ln x) dx$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Δ. Δριβαλιάρης