

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΠΡΩΤΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ
22 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2022

ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 4 ΩΡΕΣ

1. Έστω

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 5, & x \neq 4 \\ 29, & x = 4 \end{cases} .$$

Αποδείξτε, χρησιμοποιώντας τον αυστηρό ορισμό του ορίου, ότι

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = -7 .$$

2. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x^4 - 81}{|x + 3| (x - 5)} .$$

3. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5 - 7\sqrt[7]{x^3} - 5x^7}{3\sqrt[5]{x^2} + 2x^4} .$$

4. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3|x + 2|^3 - 4|x + 2|^5}{-6|x + 2|^8 - 2|x + 2|^4} .$$

5. Βρείτε τις οριζόντιες και τις κατακόρυφες ασύμπτωτες της

$$y = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 4}} .$$

6. Βρείτε τις οριζόντιες και τις κατακόρυφες ασύμπτωτες της

$$y = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) .$$

7. Αποδείξτε ότι η συνάρτηση

$$f(x) = \cos x$$

είναι συνεχής.

Υπόδειξη: Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε χωρίς απόδειξη κάποια από τα παρακάτω:

$$(I) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0,$$

$$(II) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1,$$

$$(III) \quad \sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B,$$

$$(IV) \quad \cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B.$$

8. Έστω $a, b \in \mathbb{R}$ και

$$f(x) = \begin{cases} 3ax^3 - 2bx + 5b, & x < 0 \\ -15, & x = 0 \\ ax^5 - 3bx^3 + 2 \cos(4ax) - a, & x > 0 \end{cases}.$$

(α) Για ποιες τιμές των a, b υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$;

(β) Για ποιες τιμές των a, b είναι η $f(x)$ συνεχής στο 0;

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ