

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΠΕΜΠΤΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ
28 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2022

ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 4 ΩΡΕΣ

1. Έστω

$$f(x) = 3x - \log_4 x.$$

(i) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $f(x)$ είναι αύξουσα και αυτά στα οποία είναι φθίνουσα.

(ii) Βρείτε τα x στα οποία η $f(x)$ εμφανίζει τοπικό μέγιστο και αυτά στα οποία εμφανίζει τοπικό ελάχιστο.

2. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{\tan(\ln x)}{x} dx.$$

Ο υπολογισμός του ολοκληρώματος της εφαπτομένης πρέπει να γίνει αναλυτικά.

3. Υπολογίστε την παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ αν

$$y = (x^3 - 1)^{x^2}, \quad x \geq 1.$$

4. Έστω

$$g(x) = 5^x - x^2.$$

(i) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $g(x)$ στρέφει τα κοίλα πάνω και αυτά στα οποία στρέφει τα κοίλα κάτω.

(ii) Βρείτε τα x στα οποία η $g(x)$ εμφανίζει σημείο καμπής.

5. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{x^2}.$$

6. Απλοποιήστε την έκφραση

$$\tan(\cos^{-1} x), \quad x \in [-1, 0) \cup (0, 1].$$

7. Έστω

$$f(x) = x - \tan^{-1}(2x).$$

(i) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $f(x)$ είναι αύξουσα και αυτά στα οποία είναι φθίνουσα.

(ii) Βρείτε τα x στα οποία η $f(x)$ εμφανίζει τοπικό μέγιστο και αυτά στα οποία εμφανίζει τοπικό ελάχιστο.

8. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 25}.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ