

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ
22 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2023

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ

1. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -52^-} \frac{(x + 52) \cos(x + 52)}{\sin(x + 52)}.$$

2. Έστω

$$f(x) = x^{\frac{6}{11}}.$$

(α) Εξετάστε, χρησιμοποιώντας τον ορισμό της παραγώγου, αν η $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$.

(β) Αν είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$, ποια είναι η τιμή της $f'(0)$; Αν δεν είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$, ερμηνεύστε γεωμετρικά γιατί δεν είναι.

3. Βρείτε τα ολικά ακρότατα της

$$g(x) = \cos x + x$$

στο $D_g = [0, 2\pi]$.

4. Υπολογίστε το εμβαδόν A του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες

$$y = x^2 - \sin x$$

και

$$y = x^2 - \cos x$$

από $x = 0$ ως $x = \pi$.

5. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{3}{\sqrt{-x^2 - 6x - 4}} dx.$$

6. Έστω

$$g(x) = 54x + \tan^{-1} x .$$

(α) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η $g(x)$ στρέφει τα κοίλα πάνω και αυτά στα οποία στρέφει τα κοίλα κάτω.

(β) Βρείτε τα x στα οποία η $g(x)$ εμφανίζει σημείο καμπής.

7. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{e^x}{e^{2x} - 4} dx .$$

8. Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \ln(3x^5 - 12) x^4 dx .$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ