

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι**  
**ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ**  
**26 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2023**

**ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ**  
**ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ**  
**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ**

**1.** Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cos(72x^2 - 31x)}{5x - 2}.$$

**2.** Έστω

$$f(x) = x^{\frac{7}{13}}.$$

(α) Εξετάστε, χρησιμοποιώντας τον ορισμό της παραγώγου, αν η  $f(x)$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x = 0$ .

(β) Αν είναι παραγωγίσιμη στο  $x = 0$ , ποια είναι η τιμή της  $f'(0)$ ; Αν δεν είναι παραγωγίσιμη στο  $x = 0$ , ερμηνεύστε γεωμετρικά γιατί δεν είναι.

**3.** Βρείτε τα ολικά ακρότατα της

$$g(x) = \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}x$$

στο  $D_g = [0, 2\pi]$ .

**4.** Υπολογίστε το εμβαδόν  $A$  του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες

$$y = x^3 - 3x^2 + 6x + 11$$

και

$$y = x^3 - 4x^2 + 2x + 32$$

από  $x = -1$  ως  $x = 4$ .

**5.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{\sin x}{\cos^2 x - 6 \cos x + 18} dx.$$

**6.** Έστω

$$g(x) = x^2 + \ln x .$$

(α) Βρείτε τα διαστήματα στα οποία η  $g(x)$  στρέφει τα κοίλα πάνω και αυτά στα οποία στρέφει τα κοίλα κάτω.

(β) Βρείτε τα  $x$  στα οποία η  $g(x)$  εμφανίζει σημείο καμπής.

**7.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{5x + 4}{x^2 + 3x - 10} dx .$$

**8.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int e^{-2x} \sin(3x) dx .$$

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**