

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι**  
**25 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2021**

**ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ**  
**ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ**  
**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ**

**1.** Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} \sin(x^3) .$$

**2.** Έστω

$$g(x) = \left| \sqrt[5]{x^3} \right| .$$

(α) Εξετάστε αν υπάρχουν οι  $g'_-(0)$  και  $g'_+(0)$ .

(β) Εξετάστε αν η  $g(x)$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x = 0$ .

(γ) Αν η  $g(x)$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x = 0$ , ποια είναι η τιμή της  $g'(0)$ ; Αν η  $g(x)$  δεν είναι παραγωγίσιμη στο  $x = 0$ , ερμηνεύστε γεωμετρικά γιατί δεν είναι παραγωγίσιμη.

**3.** Έστω

$$h(\theta) = \tan \theta - \sin \theta$$

με  $D_h = \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ .

Βρείτε τα ολικά ακρότατα της  $h(\theta)$  και τα  $\theta$  στα οποία εμφανίζονται.

**4.** Εξετάστε ως προς την κοιλότητα και τα σημεία καμπής τη συνάρτηση

$$f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x - x^2 .$$

**5.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{x}{(2x^2 + 7) \ln^3(2x^2 + 7)} dx .$$

**6.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{7^x}{(7^x - 4) \sqrt{7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 10}} dx .$$

**7.** Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα

$$\int \csc x \sqrt[3]{(\csc x + \cot x)^5} dx .$$

**8.** Βρείτε το εμβαδόν  $A$  του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη

$$y = \frac{\tan^{-1} x}{x^2 + 1}$$

και τον άξονα  $x$  από  $x = -1$  έως  $x = 1$ .

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**