

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ Ι
6 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2014

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ

1. Έστω $a \in \mathbb{R}$ και

$$f(x) = \begin{cases} 3 \sin x + a \frac{\sin x}{x}, & x < 0 \\ 2 \cos x + 4a, & x > 0 \end{cases}.$$

Να βρεθούν οι τιμές του a για τις οποίες υπάρχει το

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x).$$

2. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της παραμετρικής καμπύλης

$$x = \ln(1 + t^2), \quad y = \tan^{-1} t, \quad t \in \mathbb{R}$$

για $t = 1$.

3. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης

$$xy + \ln(x + y) = 0$$

στο σημείο $(1, 0)$.

4. Να εξεταστεί ως προς τη μονοτονία, τα τοπικά ακρότατα, την κοιλότητα και τα σημεία καμπής η

$$g(x) = e^x - x.$$

5. Να υπολογιστεί το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x.$$

6. Να υπολογιστεί το εμβαδόν A του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες $y = \ln x$ και $y = \ln(2x)$ από $x = e^{-1}$ έως $x = e$.

7. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int (x \cos x - 3e^{\sin x} \cos x) dx.$$

8. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \frac{dx}{x^3 + 2x}.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΔΗΜΟΣ ΔΡΙΒΑΛΙΑΡΗΣ