

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ Ι
25 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2013

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ

1. Έστω a, b πραγματικοί αριθμοί και

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3, & x < -1 \\ 2, & x = -1 \\ bx + 4, & x > -1 \end{cases} .$$

(α) Να βρεθούν οι τιμές των a, b για τις οποίες υπάρχει το

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) .$$

(β) Να βρεθούν οι τιμές των a, b για τις οποίες η $f(x)$ είναι συνεχής στο $x = -1$.

2. (α) Να βρεθεί το

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \left(\frac{1}{x} \right) .$$

(β) Έστω

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \left(\frac{1}{x} \right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} .$$

Να βρεθεί η $f'(0)$.

3. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης

$$y + \cos(xy) = 2$$

στο σημείο $(0, 1)$.

4. Να βρεθούν τα ολικά ακρότατα της

$$g(x) = \cos x + \sin x$$

στο διάστημα $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

5. Να υπολογιστεί το όριο

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2}{e^{3x}}.$$

6. Να υπολογιστεί το εμβαδόν A του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη $y = x^2 + 2x$ και τον άξονα x από $x = -1$ έως $x = 1$.

7. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int x \ln x \, dx.$$

8. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \frac{dx}{4x^2 + 4x + 7}.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΔΗΜΟΣ ΔΡΙΒΑΛΙΑΡΗΣ