

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ
05 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2018

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΜΕΝΕΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ

1. Έστω

$$f(x) = -x^{\frac{19}{27}}.$$

Εξετάστε αν η $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο $x = 0$.

Αν είναι, ποια είναι η τιμή της $f'(0)$;

Αν δεν είναι, εξετάστε αν η $y = f(x)$ έχει κατακόρυφη εφαπτομένη ή σημείο ανάκαμψης στο $(0, f(0))$.

2. Έστω $a, b, c \in \mathbb{R}$ και

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + 3cx^2 + 3ax - 2c, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 5bx^5 + 7x + b, & x > 0 \end{cases}.$$

(α) Για ποιες τιμές των a, b, c υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$;

(β) Για ποιες τιμές των a, b, c είναι η $f(x)$ συνεχής στο 0;

(γ) Για ποιες τιμές των a, b, c είναι η $f(x)$ παραγωγίσιμη στο 0;

3. Βρείτε τις εξισώσεις της εφαπτομένης και της κάθετης της καμπύλης

$$y = \cot(-2x) - \csc(4x)$$

στο σημείο από το οποίο διέρχεται για $x = \frac{\pi}{6}$.

4. (α) Βρείτε τα σημεία στα οποία η καμπύλη

$$y = \frac{2}{3}x^3 - 5x^2 - 28x$$

έχει οριζόντια εφαπτομένη.

(β) Σε κάθε σημείο στο οποίο η καμπύλη έχει οριζόντια εφαπτομένη βρείτε την εξίσωση της κάθετης στην καμπύλη.

5. Έστω

$$g(x) = \sqrt[5]{\cos^3 x} \sqrt[8]{(x^3 - 27)^5}.$$

(α) Βρείτε το πεδίο ορισμού D_g της $g(x)$.

(β) Υπολογίστε την $g'(x)$.

(γ) Βρείτε το πεδίο ορισμού $D_{g'}$ της $g'(x)$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ