

ΔΙΑΛΕΞΗ 12
22/12/2020

ΕΝΤΡΟΠΙΑ

ορισμό της κατάστασης. Η συγκεκριμένη όμως διεργασία είναι **ισεντροπική** (σταθερή εντροπία), εφόσον είναι αντιστρεπτή και αδιαβατική. Επομένως, $s_2 = s_1$ και

Κατάσταση 1:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= 5 \text{ MPa} \\ T_1 &= 450^\circ\text{C} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} h_1 &= 3316.2 \text{ kJ/kg} \\ s_1 &= 6.8186 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)} \end{aligned}$$

Κατάσταση 2:

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= 1.4 \text{ MPa} \\ s_2 &= s_1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} h_2 &= 2966.6 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)} \end{aligned}$$

υπόθεση ατμ.
 $P_1 = 1247 + P_2 = 1950$
 $\rightarrow P_1 = 1947 \rightarrow s_1, s_2 \rightarrow s_2 > s_1$ *υπόθεση*
 $P_1 = 1949$ *υπόθεση ατμ. ατμ.*

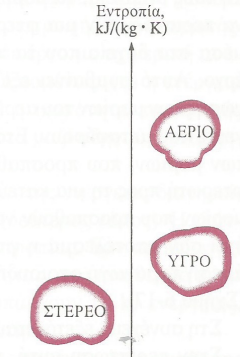
Το έργο που παράγεται στο στρόβιλο ανά μονάδα μάζας υδρατμού είναι.

$$W = \frac{W}{m} = \frac{W}{m} \rightarrow W_{out} = h_1 - h_2 = 3316.2 - 2966.6 = 349.6 \text{ kJ/kg}$$

6-5 ΤΙ ΕΙΝΑΙ Η ΕΝΤΡΟΠΙΑ;

Από τα προηγούμενα γίνεται φανερό ότι η εντροπία είναι μια πολύ χρήσιμη θερμοδυναμική ιδιότητα η οποία αποτελεί ένα πολύτιμο εργαλείο για την ανάλυση των διατάξεων της μηχανικής σύμφωνα με το δεύτερο νόμο. Δεν έγινε όμως κατανοητή η φυσική της σημασία. Πράγματι, δεν είναι δυνατό να δοθεί μια ικανοποιητική απάντηση στο ερώτημα τι είναι εντροπία. Όμως, η αδυναμία πλήρους περιγραφής της έννοιας της εντροπίας δεν αφαιρεί τίποτα από τη χρησιμότητα της. Η φυσική σημασία της ενέργειας δε δόθηκε στο κεφάλαιο 1, αυτό όμως δεν εμπόδισε την κατανόηση των διαφόρων μετασχηματισμών αυτής της ιδιότητας ή της αρχής διατήρησής της. Η εντροπία δεν είναι μια τόσο οικεία ιδιότητα, όπως η ενέργεια. Ωστόσο, με τη συνεχή της χρήση στο παρόν σύγγραμμα, η έννοιας της εντροπίας θα γίνεται όλο και πιο οικεία. Στις παραγράφους που ακολουθούν γίνεται μια προσπάθεια να διευκρινιστεί η φυσική σημασία της εντροπίας, εξετάζοντας την ύλη από τη μικροσκοπική της σκοπιά.

Η εντροπία μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα μέτρο της αταξίας των μορίων. Καθώς η αταξία ενός συστήματος αυξάνεται, οι θέσεις των μορίων γίνονται όλο και πιο απρόβλεπτες και η εντροπία τους αυξάνεται. Έτσι δεν αποτελεί έκπληξη το γεγονός ότι, η εντροπία μιας ουσίας είναι χαμηλότερη στη στερεά κατάσταση και υψηλότερη στην αέρια (Σχήμα 6-16). Στη στερεά κατάσταση, τα μόρια μιας ουσίας ταλαντώνονται (παλινδρομούν) γύρω από μια θέση ισορροπίας, αλλά δε μπορούν να μετακινηθούν το ένα ως προς το άλλο, με αποτέλεσμα κάθε στιγμή η θέση τους να μπορεί να προβλεφθεί με αρκετή βεβαιότητα. Αντίθετα, στην αέρια κατάσταση, τα μόρια περιφέρονται εντελώς τυχαία, συγκρούονται μεταξύ τους και αλλάζουν διευθύνσεις, κάνοντας εξαιρετικά δύσκολο τον προσδιορισμό της στιγμιαίας μικροσκοπικής κατάστασης του συστήματος. Στο μοριακό αυτό χάος αντιστοιχεί και μια υψηλότερη τιμή της εντροπίας.



Σχήμα 6-16 Το επίπεδο της μοριακής αταξίας μιας ουσίας (η εντροπίας της) αυξάνεται όταν η ουσία τήκεται ή στη συνέχεια εξατμίζεται.

Εάν ένα μονωμένο σύστημα, το οποίο φαίνεται να είναι σε κατάσταση ισορροπίας, εξεταστεί μικροσκοπικά (δηλαδή, από την οπτική γωνία της στατιστικής θερμοδυναμικής), τότε φαίνεται να εμφανίζει υψηλή δραστηριότητα εξαιτίας της συνεχούς κίνησης των μορίων του. Σε κάθε κατάσταση μακροσκοπικής ισορροπίας αντιστοιχεί μεγάλος αριθμός πιθανών μικροσκοπικών καταστάσεων ή μοριακών σχηματισμών. Η εντροπία ενός συστήματος συνδέεται με τον ολικό αριθμό των δυνατών μικροσκοπικών καταστάσεων ενός συστήματος, ο οποίος ονομάζεται *θερμοδυναμική πιθανότητα* p . Η θερμοδυναμική πιθανότητα p ορίζεται από την **εξίσωση του Boltzmann**:

$$S = k \ln p \quad (6-14)$$

όπου το $k = 1.3806 \times 10^{-23}$ kJ/(kmol · K) παριστάνει τη **σταθερά του Boltzmann**. Επομένως, από μικροσκοπική σκοπιά, η εντροπία ενός συστήματος αυξάνεται, όταν αυξάνεται επίσης και η μοριακή αταξία ή η αβεβαιότητα (δηλαδή, η μοριακή πιθανότητα) του συστήματος. Επομένως, η εντροπία είναι μέτρο της μοριακής αταξίας και η μοριακή αταξία ενός μονωμένου συστήματος αυξάνεται κάθε φορά που αυτό υποβάλλεται σε μια διεργασία.

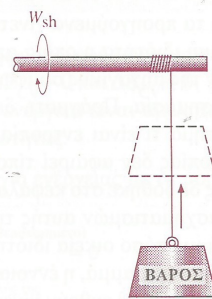
Τα μόρια στην αέρια κατάσταση κατέχουν σημαντικά ποσά κινητικής ενέργειας. Είναι όμως γνωστό ότι, ανεξάρτητα από το πόσο μεγάλη είναι η κινητική τους ενέργεια, τα μόρια ενός αερίου δε μπορούν να περιστρέψουν μια φτερωτή που θα τοποθετηθεί μέσα στο δοχείο που τα περιέχει για να παράγουν έργο. Αυτό συμβαίνει εξαιτίας της έλλειψης οργάνωσης των μορίων του αερίου και της κινητικής ενέργειας που μεταφέρουν. Ετσι, είναι πιθανό ο αριθμός των μορίων, που προσπαθούν να περιστρέψουν τη φτερωτή προς τη μια κατεύθυνση, σε κάθε χρονική στιγμή να ισούται με τον αριθμό των μορίων που προσπαθούν να την περιστρέψουν προς την αντίθετη κατεύθυνση. Αυτό θα έχει σαν αποτέλεσμα η φτερωτή να παραμένει ακίνητη. Δηλαδή, δεν είναι δυνατή η άμεση παραγωγή οποιοδήποτε έργου από ένα ποσό ενέργειας που δεν είναι οργανωμένο (Σχήμα 6-17).

Στη συνέχεια, εξετάζεται ο περιστρεφόμενος άξονας που παριστάνεται στο σχήμα 6-18.

Στην περίπτωση αυτή, η ενέργεια των μορίων είναι πλήρως οργανωμένη, γιατί τα μόρια του άξονα περιστρέφονται όλα μαζί προς την ίδια κατεύθυνση. Η οργανωμένη αυτή ενέργεια μπορεί να χρησιμεύσει άμεσα στην παραγωγή κάποιου έργου, όπως λ.χ. στην ανύψωση ενός βάρους ή στην παραγωγή ηλεκτρισμού. Το έργο, σαν οργανωμένη μορφή ενέργειας, είναι ελεύθερο κάθε αταξίας και κατά συνέπεια ελεύθερο εντροπίας



Σχήμα 6-17 Η αποδιοργανωμένη ενέργεια δε μπορεί να παράγει χρήσιμα αποτελέσματα όσο μεγάλη και εάν είναι.



Σχήμα 6-18 Απουσία τριβής, η ανύψωση ενός βάρους από έναν περιστρεφόμενο άξονα δε δημιουργεί καμιά αταξία (εντροπία). Κατά τη διάρκεια μιας τέτοιας διεργασίας η ενέργεια δεν υποβαθμίζεται.



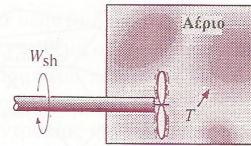
Σχήμα 6-19 Το έργο που παράγει το αέριο (εντροπία) του αερίου. Κατά τη διεργασία, η ενέργεια

(δεν εμπεριέχει σ'ενα μεταφορά εντροπίας) μετατρέφεται σε έργο. Η εντροπία καθαρά εντροπία είναι να αντιστραφεί βαθμίζεται κατά τη διάρκεια παραγωγής

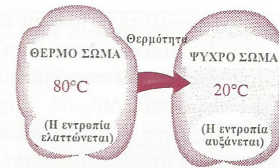
Αντί για την εσ'ένα δοχείο γεμάτο έργο της φτερωτή λώνεται με την εαύξηση του επιπέδου αυτή είναι εντελώς ενέργεια της φτερωτή είναι αδύνατο να Μόνο ένα μέρος διοργάνωση που κατά τη διάρκεια έργου ελαττώνεται της εντροπίας

Κατά τη διάρκεια πάντοτε (πρώτη τωση της ποιότητας εξετάζεται η μετασ'ένα ψυχρό. Σε αλλά σε χαμηλότερη

Η θερμότητα εαποδιοργάνωσης έλεγμα, η εντροπία τώνεται, ενώ η εντροπία αυξάνεται. Σύμφωνα



Σχήμα 6-19 Το έργο που παράγεται από τη φτερωτή αυξάνει το επίπεδο της αταξίας (εντροπίας) του αερίου. Κατά τη διάρκεια μιας τέτοιας διεργασίας, η ενέργεια υποβαθμίζεται.



Σχήμα 6-20 Κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας μεταφοράς θερμότητας, η καθαρή αταξία (εντροπία) αυξάνεται. (Η αύξηση της αταξίας στο ψυχρό σώμα είναι μεγαλύτερη από τη μείωση της αταξίας στο θερμό σώμα).

(δεν εμπεριέχει εντροπία). Η μεταφορά ενέργειας με τη μορφή έργου δε συνοδεύεται από μεταφορά εντροπίας. Απουσία τριβών, η διεργασία ανύψωσης ενός βάρους από τον περιστρεφόμενο άξονα δεν παράγει καθαρή εντροπία. Κάθε διεργασία που δεν παράγει καθαρά εντροπία είναι αντιστρεπτή, όπως και η συγκεκριμένη διεργασία, η οποία μπορεί να αντιστραφεί και το βάρος να κινηθεί προς τα κάτω. Οπότε, η ενέργεια δεν υποβαθμίζεται κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης διεργασίας, δηλαδή δε χάνεται η δυνατότητα παραγωγής έργου.

Αντί για την ανύψωση του βάρους, θεωρείται η περιστροφή μιας φτερωτής μέσα σ' ένα δοχείο γεμάτο με αέριο, όπως φαίνεται στο σχήμα 6-19. Στην περίπτωση αυτή, το έργο της φτερωτής μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια του αερίου, η οποία εκδηλώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας του αερίου που με τη σειρά της προκαλεί αύξηση του επιπέδου της αταξίας και του μοριακού χάους στο δοχείο. Η διεργασία αυτή είναι εντελώς διαφορετική από την ανύψωση του βάρους, γιατί η οργανωμένη ενέργεια της φτερωτής μετατρέπεται σε μια μορφή ενέργειας με υψηλή αταξία, η οποία είναι αδύνατο να μετατραπεί ξανά σε κινητική ενέργεια περιστροφής της φτερωτής. Μόνο ένα μέρος της ενέργειας αυτής μπορεί να μετατραπεί σε έργο με τη μερική αναισοργάνωση που προκαλεί η χρήση μιας θερμικής μηχανής. Επομένως: (α) η ενέργεια κατά τη διάρκεια αυτής της διεργασίας υποβαθμίζεται, (β) η ικανότητα παραγωγής έργου ελαττώνεται, (γ) παράγεται μοριακή αταξία και όλα αυτά μαζί οδηγούν σε αύξηση της εντροπίας.

Κατά τη διάρκεια μιας πραγματικής διεργασίας η ποσότητα της ενέργειας διατηρείται πάντοτε (πρώτος νόμος), η ποιότητα της όμως μειώνεται (δεύτερος νόμος). Η ελάττωση της ποιότητας συνοδεύεται πάντα από αύξηση της εντροπίας. Σαν παράδειγμα εξετάζεται η μεταφορά 10 kJ ενέργειας, με τη μορφή θερμότητας, από ένα θερμό μέσο σ' ένα ψυχρό. Στο τέλος της διεργασίας εξακολουθούν να υπάρχουν 10 kJ ενέργειας, αλλά σε χαμηλότερη θερμοκρασία, άρα σε χαμηλότερη ποιότητα.

Η θερμότητα είναι μια μορφή αποδιοργανωμένης ενέργειας και ένα μέρος αυτής της αποδιοργάνωσης (εντροπία) ρέει με τη θερμότητα (Σχήμα 6-20). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, η εντροπία και το επίπεδο της μοριακής αταξίας ενός θερμού σώματος να ελαττώνεται, ενώ η εντροπία και το επίπεδο της μοριακής αταξίας ενός ψυχρού σώματος να αυξάνεται. Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο, η αύξηση της εντροπίας του ψυχρού σώμα-

τος είναι μεγαλύτερη από τη ελάττωση της εντροπίας του θερμού σώματος. Ετσι, η καθαρή εντροπία του συνδυασμένου συστήματος (ψυχρό και θερμό σώμα) αυξάνεται. Δηλαδή, στην τελική κατάσταση το συνδυασμένο σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση μεγαλύτερης αταξίας. Εξάγεται λοιπόν το συμπέρασμα ότι οι διεργασίες μπορούν να πραγματοποιηθούν μόνο προς την κατεύθυνση αύξησης της ολικής εντροπίας ή της μοριακής αταξίας. Ολόκληρο το σύμπαν γίνεται κάθε μέρα όλο και περισσότερο χαοτικό (διαστέλλεται) και το γεγονός αυτό δεν απασχολεί μόνο τους μηχανικούς, αλλά και τους φιλοσόφους.

Από στατιστική άποψη, η εντροπία αποτελεί ένα μέτρο της μοριακής αβεβαιότητας, δηλαδή της αβεβαιότητας για τις θέσεις των μορίων σε κάθε χρονική στιγμή. Ακόμα και στη στερεά κατάσταση, τα μόρια μιας ουσίας ταλαντώνονται συνεχώς, δημιουργώντας έτσι αβεβαιότητα ως προς τη θέση τους. Οι ταλαντώσεις όμως αυτές φθίνουν καθώς η θερμοκρασία ελαττώνεται, με αποτέλεσμα τα μόρια να ακινητοποιούνται πλήρως στο απόλυτο μηδέν. Αυτό παριστάνει την κατάσταση της τέλει μοριακής τάξης (και της ελάχιστης ενέργειας). Επομένως, η εντροπία μιας καθαρής κρυσταλλικής ουσίας στο απόλυτο μηδέν είναι και η ίδια μηδέν, εφόσον δεν υπάρχει πλέον αβεβαιότητα για την κατάσταση των μορίων (Σχήμα 6-21). Η πρόταση αυτή είναι γνωστή σαν ο **τρίτος νόμος της θερμοδυναμικής**. Ο τρίτος νόμος της θερμοδυναμικής παρέχει ένα απόλυτο σημείο αναφοράς για τον υπολογισμό της εντροπίας. Η εντροπία που υπολογίζεται ως προς το σημείο αυτό ονομάζεται **απόλυτη εντροπία** και είναι εξαιρετικά χρήσιμη στη θερμοδυναμική ανάλυση των χημικών αντιδράσεων. Σημειώνεται ότι η εντροπία μιας ουσίας, που δεν είναι κρυσταλλική (όπως τα στερεά διαλύματα), στη θερμοκρασία του απόλυτου μηδέν δεν είναι μηδενική. Αυτό συμβαίνει, γιατί για τις ουσίες αυτές είναι δυνατοί περισσότεροι από ένας μοριακοί σχηματισμοί, γεγονός που εισάγει κάποια αβεβαιότητα για τη μικροσκοπική κατάσταση της ουσίας.

Η έννοια της εντροπίας σα μέρος της αποδιοργάνωσης της ενέργειας μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε άλλες περιοχές. Τα μόρια του σιδήρου, για παράδειγμα, δημιουργούν γύρω τους μαγνητικά πεδία. Στο συνηθισμένο σίδηρο, τα μόρια βρίσκονται σε τυχαία διάταξη και οι μαγνητικές τους επιδράσεις αλληλοαναιρούνται. Όταν, όμως, ο σίδηρος υποστεί κατάλληλη επεξεργασία και τα μόρια του ευθυγραμμιστούν, το κομμάτι αυτό του σιδήρου μετατρέπεται σε μαγνήτη και δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο.

Εντροπία και Παραγωγή Εντροπίας στην Καθημερινή Ζωή

Η εντροπία μπορεί να θεωρηθεί σαν το μέτρο της αταξίας και της αποδιοργάνωσης ενός συστήματος. Κατά τον ίδιο τρόπο, η παραγωγή εντροπίας μπορεί να θεωρηθεί σα μέτρο της αταξίας ή της αποδιοργάνωσης που προκαλείται (παράγεται) κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας. Η έννοια της εντροπίας δε χρησιμοποιείται τόσο εκτεταμένα στην καθημερινή ζωή όσο η έννοια της ενέργειας παρόλο που μπορεί να βρει εφαρμογή σε ποικίλες μορφές της καθημερινής ζωής. Η επέκταση της έννοιας της εντροπίας και σε



Σχήμα 6-21 Στο απόλυτο μηδέν, μια καθαρή ουσία βρίσκεται σε τέλεια τάξη και η εντροπία της ισούται με μηδέν (τρίτος νόμος της θερμοδυναμικής).

μη-τεχνικά θέματα αποτελέσει το θέμα βιβλίων. Παρεκτός γεγονός και επισήμια νοια της εντροπίας

Οι ικανοί άνθρωποι εντροπίας (με τον για το κάθε τι που ξεοδεύοντας ελαττότερο ικανοί είναι τους χαρακτηρίζεται ποι αυτοί χρειάζονται που χρειάζονται η αταξία καθώς οι τουργούν χωρίς να ποι με υψηλή επιτυχουν χωρίς να φαίνεται ότι μερικοί άνθρωποι θαίνονται εύκολα να χαρακτηρίσουμε αυτοί καταβάλλουν ροφορίες σχετικά με πληροφοριών στα μέσα πληροφορίες στα μέσα, νομίζοντας ότι εξέτασης, ότι θα είναι εύκολο να είναι

Μια βιβλιοθήκη που έχει βιβλιοθήκη με κακή εντροπία, εξαιτίας του συστήματος ταξινόμησης βρεθεί είναι σαν να είναι

Έστω δύο όμοια πρώτο κτίριο τα βιβλία είναι ταξινομημένα σχετικά με το ποι βιβλίο. Ωστόσο ο δεύτερος είναι όμοια, παρά παράδειγμα υποδηλώνει να ληφθεί υπόψη

Δύο βιβλία που έχουν ίδιες πληροφορίες

μη-τεχνικά θέματα δεν είναι κάτι καινούργιο. Έχει αποτελέσει το θέμα αρκετών άρθρων, ακόμη και βιβλίων. Παρακάτω παρουσιάζεται ένα καθημερινό γεγονός και επισημαίνεται η σχέση του με την έννοια της εντροπίας και την παραγωγή εντροπίας.

Οι ικανοί άνθρωποι ζουν σε χαμηλά επίπεδα εντροπίας (με υψηλή οργάνωση). Έχουν μια θέση για το κάθε τι (ελάχιστη αταξία) και το βρίσκουν ξοδεύοντας ελάχιστη ενέργεια. Από την άλλη, οι λιγότερο ικανοί είναι πιο αποδιοργανωμένοι και η ζωή τους χαρακτηρίζεται από υψηλή εντροπία. Οι άνθρωποι αυτοί χρειάζονται πολύ χρόνο για να βρουν κάτι που χρειάζονται και δημιουργούν πολύ μεγαλύτερη αταξία καθώς ψάχνουν, γιατί, όταν ψάχνουν, λειτουργούν χωρίς οργάνωση (Σχήμα 6-22). Οι άνθρωποι με υψηλή εντροπία εμφανίζονται πάντα να τρέχουν χωρίς να φτάνουν. Ίσως να έχετε παρατηρήσει ότι μερικοί άνθρωποι έχουν την ικανότητα να μα-

θαίνουν εύκολα και να θυμούνται όλα όσα έχουν μάθει. Αυτό το είδος μάθησης θα το χαρακτηρίσουμε ως οργανωμένη μάθηση ή μάθηση χαμηλής εντροπίας. Οι άνθρωποι αυτοί καταβάλλουν μια συνειδητή προσπάθεια να οργανώσουν κατάλληλα τις νέες πληροφορίες σχετίζοντάς τις με τις γνώσεις που ήδη κατέχουν και δημιουργώντας ένα δίκτυο πληροφοριών στο μυαλό τους. Από την άλλη μεριά, οι άνθρωποι που απλά συσσωρεύουν πληροφορίες στο μυαλό τους χωρίς να καταβάλουν καμμία προσπάθεια να τις συγκρατήσουν, νομίζουν ότι μαθαίνουν. Σύντομα θα ανακαλύψουν, π.χ. κατά τη διάρκεια μιας εξέτασης, ότι θα πρέπει να οργανώνουν τις γνώσεις που λαμβάνουν γιατί δεν είναι καθόλου εύκολο να ανακτούν πληροφορίες που δεν έχουν συνδέσει καλά στο μυαλό τους.

Μια βιβλιοθήκη που λειτουργεί με ένα καλό σύστημα ταξινόμησης μπορεί να θεωρηθεί βιβλιοθήκη χαμηλής εντροπίας, εξαιτίας του *υψηλού επιπέδου οργάνωσης*. Μια βιβλιοθήκη με κακό σύστημα ταξινόμησης μπορεί να θεωρηθεί βιβλιοθήκη υψηλής εντροπίας, εξαιτίας του υψηλού επιπέδου έλλειψης οργάνωσης. Μια βιβλιοθήκη που δεν έχει σύστημα ταξινόμησης είναι σα να μην υπάρχει, αφού ένα βιβλίο που δε μπορεί να βρεθεί είναι σα να μην υπάρχει.

Έστω δύο *όμοια κτίρια*, καθένα από τα οποία περιέχει ένα εκατομμύριο βιβλία. Στο πρώτο κτίριο τα βιβλία είναι τοποθετημένα το ένα πάνω στο άλλο, ενώ στο δεύτερο τα βιβλία είναι ταξινομημένα και τοποθετημένα σε ράφια. Δεν υπάρχει καμμία αμφιβολία σχετικά με το ποιο κτίριο θα επιλέξει ένας φοιτητής για να βρει και να δανειστεί ένα βιβλίο. Ωστόσο ορισμένοι υποστηρίζουν ότι σύμφωνα με τον πρώτο νόμο *σα κτίρια είναι όμοια*, παρά την έλλειψη οργάνωσης (εντροπία) του πρώτου κτιρίου. Αυτό το παράδειγμα υποδηλώνει ότι για να γίνει οποιαδήποτε πραγματική σύγκριση θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ο δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής.

Δύο βιβλία που μοιάζουν επειδή καλύπτουν βασικά τα ίδια θέματα και δίνουν τις ίδιες πληροφορίες, μπορεί στην πραγματικότητα να είναι τελείως διαφορετικά, ανάλο-



Σχήμα 6-22 Η χρήση της έννοιας της εντροπίας (αταξία, αβεβαιότητα) δεν περιορίζεται μόνο στη θερμοδυναμική.

γα με το πώς καλύπτουν τα θέματα. Δύο αυτοκίνητα μπορεί να μοιάζουν εξωτερικά, όμως το ένα μπορεί να διανύει τη διπλάσια απόσταση καταναλώνοντας τα ίδια καύσιμα. Δύο βιβλία που εξωτερικά είναι όμοια, μπορεί να διαφέρουν αν χρειάζεται κανείς το διπλάσιο χρόνο να μάθει κάτι από το ένα βιβλίο απ' ό,τι από το άλλο. Από όλα αυτά τα παραδείγματα βγαίνει το συμπέρασμα ότι οι συγκρίσεις που βασίζονται μόνο στον πρώτο νόμο ίσως να οδηγήσουν σε λανθασμένα αποτελέσματα.

Ένας ανοργάνωτος στρατός (υψηλής εντροπίας) είναι σα να μην υπάρχει. Η οργάνωση είναι τόσο σημαντική για ένα στρατό, ώστε τα κέντρα από τα οποία δίνονται οι διαταγές να αποτελούν τους κύριους στόχους σε περίπτωση πολέμου. Ένας στρατός που αποτελείται από δέκα μεραρχίες είναι πολύ πιο αποτελεσματικός από δέκα στρατούς που αποτελούνται από μία μόνο μεραρχία. Αντίστοιχα, μια χώρα που αποτελείται από δέκα πολιτείες είναι πολύ πιο ισχυρή από δέκα χώρες που αποτελούνται από μία μόνο πολιτεία. Οι Η.Π.Α. δε θα ήταν τόσο ισχυρό κράτος αν υπήρχαν πενήντα ανεξάρτητες πολιτείες. Η νέα ευρωπαϊκή κοινή αγορά έχει τη δυνατότητα να γίνει μια νέα οικονομική υπερδύναμη. Η παλαιότερη φράση “διαίρει και βασίλευε” μπορεί να αντικατασταθεί από τη φράση “αύξανε την εντροπία και βασίλευε”.

Όπως είναι γνωστό, η μηχανική τριβή συνοδεύεται πάντα από παραγωγή της εντροπίας, με αποτέλεσμα τη μείωση της απόδοσης. Το φαινόμενο αυτό μπορεί να γενικευθεί και να εφαρμοστεί στην καθημερινή ζωή: η τριβή με τους συναδέλφους στο χώρο εργασίας προκαλεί την παραγωγή εντροπίας και επηρεάζει αρνητικά την απόδοση και την παραγωγικότητα. Ίσως κάποια μέρα να ανακαλυφθεί μια διαδικασία ποσοτικοποίησης της εντροπίας που παράγεται κατά τη διάρκεια μη τεχνικών διεργασιών και εντοπισμού των κύριων πηγών και του μεγέθους της.

Είναι επίσης γνωστό ότι η δίχως περιορισμούς εκτόνωση (ή έκρηξη) και η ανεξέλεγκτη ανταλλαγή ηλεκτρονίων (χημικές αντιδράσεις) παράγουν εντροπία και είναι μη αντιστρεπτές. Αντίστοιχα ο ανεξέλεγκτος θυμός και η εκτόξευση προσβλητικών λόγων είναι μη αντιστρεπτή διεργασία, αφού παράγει εντροπία και μπορεί να προκαλέσει σημαντική ζημιά. Ένας άνθρωπος που θυμώνει εύκολα, ζημιώνεται.

6-6 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΣΤΗΝ ΕΝΤΡΟΠΙΑ

Τα διαγράμματα ιδιοτήτων χρησιμεύουν για την οπτική κατανόηση της θερμοδυναμικής ανάλυσης των διεργασιών. Στα προηγούμενα κεφάλαια έγινε εκτεταμένη χρήση των διαγραμμάτων P - v και T - v σε συνδυασμό με τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής. Κατά την ανάλυση των διεργασιών σύμφωνα με το δεύτερο νόμο δημιουργούνται διαγράμματα των διαφόρων διεργασιών στα οποία η μία συντεταγμένη είναι η εντροπία. Τα δύο πιο συνηθισμένα διαγράμματα είναι αυτά της θερμοκρασίας ως προς την εντροπία και της ενθαλπίας ως προς την εντροπία.

1 Το Διάγραμμα T - s

Θεωρείται η εξίσωση ορισμού της εντροπίας (Εξίσωση 6-4), η οποία με αναδιάταξη παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\delta Q_{\text{int rev}} = T ds \quad (\text{kJ}) \quad (6-15)$$

Όπως φαίνεται βαδόν στο διάγραμμα τετικά αντιστρεπ

που αντιστοιχεί σ T - S . Επομένως, π διεργασίας σ' ένα μότητας. Αυτό ειν πτό έργο ογκομετ εμβαδόν κάτω απ σίας σ' ένα διάγραμ εμβαδόν κάτω απ ριστάνει τη μεταφ διεργασίες που ειν στρεπτές και δεν ε αντιστρεπτές δια

Αξίζει να σημειωθαι και 6-16 μπορούμε μονάδα μάζας:

$$dq_{\text{int rev}} = T ds$$

$$q_{\text{int rev}} = \int_1^2 T ds$$

Για την πραγματική διεργασία των των εξισώσεων είναι γνωστή η συνθήκη ειδική περίπτωση η ισόθερμη και ε

ή

όπου με T_0 παριστάμεν της εντροπίας του

Στις παραπάνω σχέσεις πάντα θετική. Επειδή αντιστρεπτής διεργασία εντροπία ελαττώνεται με μια κατακόρυφη

Όπως φαίνεται στο σχήμα 6-23, η ποσότητα δQ_{rev} αντιστοιχεί σ'ένα διαφορικό εμβαδόν στο διάγραμμα T - S . Η ολική μεταφορά θερμότητας κατά τη διάρκεια μιας εσωτερικά αντιστρεπτής διεργασίας υπολογίζεται με ολοκλήρωση:

$$Q_{\text{int rev}} = \int_1^2 T dS \quad (\text{kJ}) \quad (6-16)$$

που αντιστοιχεί στο εμβαδόν κάτω από την καμπύλη της διεργασίας στο διάγραμμα T - S . Επομένως, προκύπτει το συμπέρασμα ότι το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη της διεργασίας σ'ένα διάγραμμα T - S παριστάνει την εσωτερικά αντιστρεπτή μεταφορά θερμότητας. Αυτό είναι ανάλογο με το αντιστρεπτό έργο ογκομεταβολής που δίνεται από το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη της διεργασίας σ'ένα διάγραμμα P - V . Σημειώνεται ότι το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη διεργασίας παριστάνει τη μεταφορά θερμότητας μόνο για τις διεργασίες που είναι εσωτερικά (ή ολικά) αντιστρεπτές και δεν έχει κανένα νόημα για τις μη αντιστρεπτές διεργασίες.

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι εξισώσεις 6-15 και 6-16 μπορούν επίσης να εκφραστούν ανά μονάδα μάζας:

$$\delta q_{\text{int rev}} = T ds \quad (\text{kJ/kg}) \quad (6-17)$$

$$q_{\text{int rev}} = \int_1^2 T ds \quad (\text{kJ/kg}) \quad (6-18)$$

Για την πραγματοποίηση των ολοκληρωμάτων των εξισώσεων 6-16 και 6-18, πρέπει να είναι γνωστή η σχέση μεταξύ του T και του s κατά τη διάρκεια της διεργασίας. Μια ειδική περίπτωση για την οποία η λύση των ολοκληρωμάτων αυτών είναι εύκολη είναι η ισόθερμη και εσωτερικά αντιστρεπτή διεργασία για την οποία:

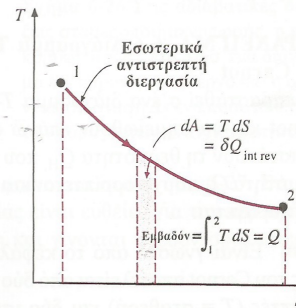
$$Q_{\text{int rev}} = T_0 \Delta S \quad (\text{kJ}) \quad (6-19)$$

ή

$$q_{\text{int rev}} = T_0 \Delta s \quad (\text{kJ/kg}) \quad (6-20)$$

όπου με T_0 παριστάνεται η σταθερή θερμοκρασία και με ΔS παριστάνεται η μεταβολή της εντροπίας του συστήματος κατά τη διάρκεια της διεργασίας.

Στις παραπάνω σχέσεις, με T παριστάνεται η απόλυτη θερμοκρασία η οποία είναι πάντα θετική. Επομένως, η μεταφορά θερμότητας κατά τη διάρκεια μιας εσωτερικά αντιστρεπτής διεργασίας είναι θετική, όταν η εντροπία αυξάνεται και αρνητική, όταν η εντροπία ελαττώνεται. Σ'ένα διάγραμμα T - s , μια ισεντροπική διεργασία παριστάνεται με μια κατακόρυφη και ευθεία γραμμή. Από το γεγονός αυτό φαίνεται ότι μια ισεντρο-



Σχήμα 6-23 Σ'ένα διάγραμμα T - S , το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη της διεργασίας παριστάνει τη θερμότητα που μεταφέρεται κατά την εσωτερικά αντιστρεπτή διεργασία.

πική διεργασία δεν περιλαμβάνει (δεν εμπλέκει) μεταφορά θερμότητας. Επομένως, το εμβαδόν κάτω από τη διαδρομή μιας τέτοιας διεργασίας πρέπει να ισούται με μηδέν, κάτι που ήταν αναμενόμενο (Σχήμα 6-24).

Τα διαγράμματα $T-s$ είναι πολύ χρήσιμα για τη φυσική κατανόηση της εφαρμογής του δεύτερου νόμου στις διάφορες διεργασίες και στους κύκλους και η χρήση τους στην θερμοδυναμική είναι πολύ συχνή. Τα διαγράμματα $T-s$ του νερού δίνονται στο παράρτημα σχήμα A-9.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6-6 Διάγραμμα $T-s$ για τον Κύκλο Carnot

Να παρασταθεί σ'ένα διάγραμμα $T-s$ ο κύκλος του Carnot και να σημειωθούν επάνω οι περιοχές που περιλαμβάνουν τη θερμότητα Q_H , που προστίθεται, τη θερμότητα Q_L που απορρίπτεται και το καθαρό έργο που παράγεται.

Λύση Είναι γνωστό από το κεφάλαιο 5 ότι ο κύκλος του Carnot αποτελείται από δύο ισόθερμες αντιστρεπτές ($T = \text{σταθερή}$) και δύο ισηντροπικές ($s = \text{σταθερή}$) διεργασίες. Οι τέσσερις αυτές διεργασίες στο διάγραμμα $T-s$ σχηματίζουν ένα ορθογώνιο, όπως φαίνεται στο σχήμα 6-25.

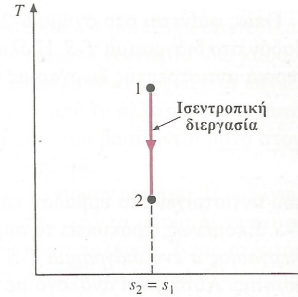
Το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη διεργασίας περιλαμβάνει τη μεταφορά θερμότητας. Δηλαδή, το εμβαδόν $A12B$ περιλαμβάνει την Q_H , το εμβαδόν $A43B$ περιλαμβάνει την Q_L και η διαφορά τους (γραμμοσκιασμένη περιοχή) περιλαμβάνει το καθαρό έργο, εφόσον:

$$W_{\text{net}} = Q_H - Q_L$$

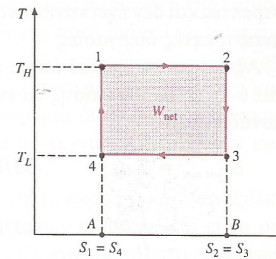
Επομένως, το εμβαδόν που περικλείεται από τη διαδρομή ενός κύκλου (επιφάνεια 1234) στο διάγραμμα $T-s$ περιλαμβάνει το καθαρό έργο. Από το κεφάλαιο 3 είναι γνωστό ότι στο διάγραμμα $P-V$ το εμβαδόν, που περικλείεται από έναν κύκλο, περιλαμβάνει επίσης το καθαρό έργο που παράγεται.

2 Το Διάγραμμα $h-s$

Ενα δεύτερο διάγραμμα που χρησιμοποιείται συχνά στη μηχανική, κυρίως για την ανάλυση των διατάξεων σταθεροποιημένης ροής, όπως οι στρόβιλοι, οι συμπιεστές και τα ακροφύσια, είναι το διάγραμμα ενθαλπίας-εντροπίας. Οι συντεταγμένες του διαγράμματος $h-s$ είναι δύο ιδιότητες με μεγάλο ενδιαφέρον: η ενθαλπία είναι βασική ιδιότητα

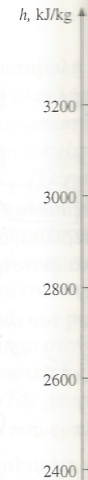


Σχήμα 6-24 Κατά τη διάρκεια μιας εσωτερικά αντιστρεπτής και αδιαβατικής (ισηντροπικής) διεργασίας η εντροπία του συστήματος παραμένει σταθερή.

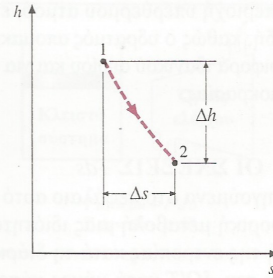


Σχήμα 6-25 Το διάγραμμα $T-s$ για τον κύκλο Carnot (Παράδειγμα 6-6).

για την ανάλυση της ροής με τη βοήθεια του νόμου και η αντιστρεπτικότητα διεργασιών. Η ανάλυση μιας διεργασίας υδρατμού μέσα σε κατακόρυφη απότομη εισόδου και εξόδου έργου που παράγεται ζώντια απόσταση γόντων αναντιστρεπτικών διεργασιών τη διάρκεια της (Σχήμα 6-26). Το διάγραμμα Mollier προς τα δεξιά του Mollier (1863-1933) δίνεται στο παράρτημα 6. Η χαρακτηριστική γραμμή του Mollier (1863-1933) δίνεται στο παράρτημα 6. Η χαρακτηριστική γραμμή του Mollier (1863-1933) δίνεται στο παράρτημα 6. Η χαρακτηριστική γραμμή του Mollier (1863-1933) δίνεται στο παράρτημα 6.

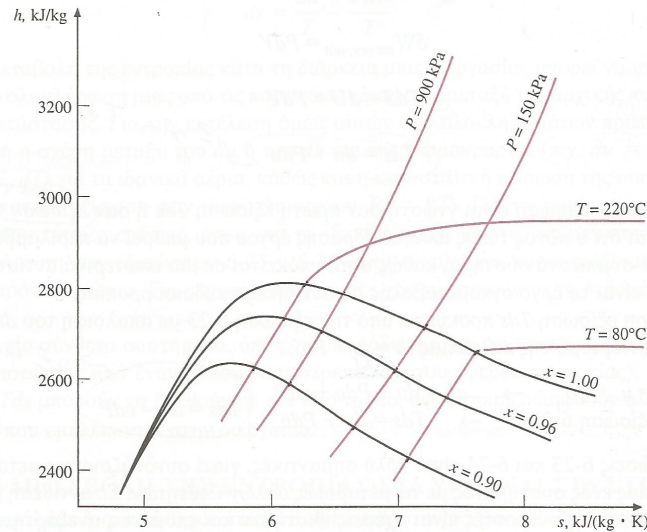


για την ανάλυση των διατάξεων σταθεροποιημένης ροής με τη βοήθεια του πρώτου θερμοδυναμικού νόμου και η εντροπία ελέγχει τους παράγοντες αναντιστρεπτότητας κατά τη διάρκεια αδιαβατικών διεργασιών. Για παράδειγμα, κατά την ανάλυση μιας διεργασίας σταθεροποιημένης ροής υδρατμού μέσα από έναν αδιαβατικό στρόβιλο, η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των καταστάσεων εισόδου και εξόδου (Δh) αποτελεί ένα μέτρο του έργου που παράγεται από το στρόβιλο και η οριζόντια απόσταση (Δs) αποτελεί ένα μέτρο των παραγόντων αναντιστρεπτότητας που εμφανίζονται κατά τη διάρκεια της (Σχήμα 6-26).



Σχήμα 6-26 Στις αδιαβατικές διατάξεις σταθεροποιημένης ροής, η κατακόρυφη απόσταση Δh σ' ένα διάγραμμα $h-s$ παριστάνει το έργο και η οριζόντια απόσταση Δs ένα ποσοτικό μέτρο των παραγόντων αναντιστρεπτότητας.

Το διάγραμμα $h-s$ ονομάζεται και **διάγραμμα Mollier** προς τιμή του γερμανού επιστήμονα R. Mollier (1863-1935). Το διάγραμμα $h-s$ για τον υδρατμό δίνεται στο παράρτημα (Σχήμα A-10). Τα γενικά χαρακτηριστικά ενός τέτοιου διαγράμματος φαίνονται στο σχήμα 6-27. Στα διαγράμματα αυτά οι γραμμές σταθερής θερμοκρασίας είναι ευθείες για την περιοχή του κορεσμένου μίγματος ατμού σε υγρή κατάσταση και γίνονται σχεδόν οριζόντιες για



Σχήμα 6-27 Διάγραμμα $h-s$ για το νερό.

την περιοχή υπέρθερμου ατμού, ειδικά στις χαμηλές πιέσεις. Αυτό είναι αναμενόμενο, επειδή, καθώς ο υδρατμός απομακρύνεται από την περιοχή κορεσμού, προσεγγίζει τη συμπεριφορά ιδανικού αερίου και για τα ιδανικά αέρια η ενθαλπία είναι συνάρτηση μόνο της θερμοκρασίας.

▽ 6-7 ΟΙ ΣΧΕΣΕΙΣ Tds

Προηγούμενα στο κεφάλαιο αυτό δείχθηκε ότι η ποσότητα $(\delta Q/T)_{int rev}$ αντιστοιχεί στη διαφορική μεταβολή μιας ιδιότητας που ονομάστηκε εντροπία. Στη συνέχεια, η μεταβολή της εντροπίας κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας υπολογίστηκε από την ολοκλήρωση του $\delta Q/T$ κατά μήκος κάποιας εσωτερικά αντιστρεπτής διαδρομής μεταξύ των πραγματικών αρχικών και τελικών καταστάσεων (Εξίσωση 6-5). Για ισόθερμες και εσωτερικά αντιστρεπτές διεργασίες, το ολοκλήρωμα αυτό υπολογίζεται εύκολα. Όταν όμως κατά τη διάρκεια της διεργασίας μεταβάλλεται η θερμοκρασία, τότε για να λυθεί το ολοκλήρωμα πρέπει να υπάρχει μια σχέση μεταξύ του δQ και του T . Η εύρεση τέτοιων σχέσεων αποτελεί το αντικείμενο αυτής της παραγράφου. Η διαφορική μορφή της εξίσωσης διατήρησης της ενέργειας για ένα κλειστό σύστημα (σταθερή μάζα) που περιέχει μια συμπίεστη ουσία (Εξίσωση 3-40) και για εσωτερικά αντιστρεπτή διεργασία γράφεται ως εξής:

$$\delta Q_{int rev} - \delta W_{int rev, out} = dU \quad (6-21)$$

Αλλά $\delta Q_{int rev} = Tds$ (Εξ. 6-15)

$$\delta W_{int rev, out} = PdV$$

Ετσι, $Tds = dU + PdV$ (6-22)

ή $Tds = du + Pdv$ (6-23)

Η παραπάνω εξίσωση είναι γνωστή σαν πρώτη εξίσωση Tds ή σαν εξίσωση Gibbs. Σημειώνεται ότι ο μόνος τύπος αλληλεπίδρασης έργου που μπορεί να περιλαμβάνεται σ'ένα απλό συμπίεστο σύστημα, καθώς αυτό υπόκειται σε μια εσωτερικά αντιστρεπτή διεργασία, είναι το έργο ογκομεταβολής σε συνθήκες ψευδοισορροπίας.

Η δεύτερη εξίσωση Tds προκύπτει από την εξίσωση 6-23 με απαλοιφή του du σύμφωνα με τον ορισμό της ενθαλπίας ($h = u + Pv$):

$$h = u + Pv \rightarrow dh = du + Pdv + vdp \quad \left. \begin{array}{l} \rightarrow q = \int_{T_1}^{T_2} T ds \\ \rightarrow q = \int_{T_1}^{T_2} T ds \end{array} \right\} Tds = dh - vdp \quad (6-24)$$

Οι εξισώσεις 6-23 και 6-24 είναι πολύ σημαντικές, γιατί συνδυάζουν τις μεταβολές της εντροπίας ενός συστήματος με τις μεταβολές άλλων ιδιοτήτων. Σε αντίθεση με την εξίσωση 6-4, οι σχέσεις αυτές είναι σχέσεις ιδιοτήτων και επομένως ανεξάρτητες από το είδος της διεργασίας.

Οι παραπάνω σχέσεις αναπτύχθηκαν με βάση μια εσωτερικά αντιστρεπτή διεργα-

σία, γιατί η μεταβολή των καταστάσεων πρέπει να είναι αντιστρεπτή. Τα όμως ισχύουν και για μη-αντιστρεπτή εντροπία είναι θετική μεταβολή μιας θερμοκρασίας μεταξύ δύο καταστάσεων του είδους της διεργασίας του συστήματος. Οι εξισώσεις μεταξύ των ιδιοτήτων ενός απλού συστήματος αυτό υπόκειται σε ένα κλειστό σύστημα. Αυτές βρίσκονται αν η μεταβολή είναι κλειστό ή σε κλειστό σύστημα. Οι εξισώσεις για τα απλά συστήματα των εξισώσεων 6-

και

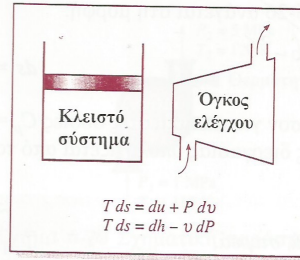
Η μεταβολή της εντροπίας με την ολοκλήρωση της κατάστασης. Η γνωστή η σχέση $dh = C_p dT$ για τα καταστατικά εξισώσεων υπάρχουν τέτοιες ολοκλήρωση των οποίων στο παρόν κεφάλαιο.

Για πιο σύνθετα περισσότερους απλά για το Tds μπορούν έργου που εμπλέκονται

▽ 6-8 Η ΜΕΤΑΒΟΛΗ

Στο κεφάλαιο 3 ασυμπίεστες ουσίες ουσιαστικά αμετά-

σία, γιατί η μεταβολή εντροπίας μεταξύ δύο καταστάσεων πρέπει να υπολογίζεται κατά μήκος μιας αντιστρεπτής διαδρομής. Τα αποτελέσματα όμως ισχύουν τόσο για αντιστρεπτές όσο και για μη-αντιστρεπτές διεργασίες, εφόσον η εντροπία είναι θερμοδυναμική ιδιότητα και η μεταβολή μιας θερμοδυναμικής ιδιότητας μεταξύ δύο καταστάσεων είναι ανεξάρτητη από το είδος της διεργασίας στην οποία υπόκειται το σύστημα. Οι εξισώσεις 6-23 και 6-24 είναι σχέσεις μεταξύ ιδιοτήτων της μονάδας της μάζας ενός απλού συμπίεστου συστήματος, καθώς αυτό υπόκειται σε μεταβολή της κατάστασης του. Αυτές βρίσκουν εφαρμογή ανεξάρτητα από το αν η μεταβολή αυτή λαμβάνει χώρα σε ανοικτό ή σε κλειστό σύστημα (Σχήμα 6-28).



Σχήμα 6-28 Οι σχέσεις Tds ισχύουν τόσο για αντιστρεπτές όσο και για μη-αντιστρεπτές διεργασίες σε κλειστά και σε ανοικτά συστήματα.

Οι εξισώσεις για τις διαφορικές μεταβολές της εντροπίας προκύπτουν με επίλυση των εξισώσεων 6-23 και 6-24 ως προς ds :

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{P dv}{T} \quad (6-25)$$

και

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{v dP}{T} \quad (6-26)$$

Η μεταβολή της εντροπίας κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας μπορεί να υπολογιστεί με την ολοκλήρωση μιας από τις παραπάνω εξισώσεις μεταξύ της αρχικής και της τελικής κατάστασης. Για την εκτέλεση όμως αυτών των ολοκληρωμάτων πρέπει να είναι γνωστή η σχέση μεταξύ του du ή του dh και της θερμοκρασίας (π.χ. $du = C_v dT$ και $dh = C_p dT$) για τα ιδανικά αέρια, καθώς και η καταστατική εξίσωση της ουσίας (π.χ. η καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων $Pv = RT$). Για τις ουσίες για τις οποίες υπάρχουν τέτοιες σχέσεις, όπως για τα ιδανικά αέρια και τις ασυμπίεστες ουσίες, η ολοκλήρωση των εξισώσεων 6-25 ή 6-26 είναι εύκολη και παρουσιάζεται αργότερα στο παρόν κεφάλαιο. Για τις υπόλοιπες ουσίες χρησιμοποιούνται τα δεδομένα των πινάκων.

Για πιο σύνθετα συστήματα, όπως, για παράδειγμα, συστήματα που περιλαμβάνουν περισσότερους από έναν τύπους αντιστρεπτού έργου (ψευδοισορροπίας), οι σχέσεις για το Tds μπορούν να βρεθούν με τον ίδιο τρόπο, αφού συμπεριληφθούν όλοι οι τύποι έργου που εμπλέκονται στην διεργασία.

6-8 Η ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΕΝΤΡΟΠΙΑΣ ΣΤΑ ΥΓΡΑ ΚΑΙ ΣΤΑ ΣΤΕΡΕΑ

Στο κεφάλαιο 3 αναφέρθηκε ότι τα στερεά και τα υγρά μπορούν να θεωρηθούν σαν ασυμπίεστες ουσίες, γιατί κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας οι όγκοι τους παραμένουν ουσιαστικά αμετάβλητοι. Δηλαδή, για τα στερεά και τα υγρά ισχύει $dv = 0$ και η εξίσω-

ση 6-26 ανάγεται στη μορφή:

$$ds = \frac{du}{T} = \frac{C dT}{T} \quad (6-27)$$

εφόσον για ασυμπίεστες ουσίες $C_p = C_v = C$ και $du = CdT$. Η μεταβολή της εντροπίας μιας διεργασίας υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα:

$$\text{Υγρά, στερεά:} \quad s_2 - s_1 = \int_1^2 C(T) \frac{dT}{T} \cong C_{av} \ln \frac{T_2}{T_1} \quad [\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})] \quad (6-28)$$

όπου C_{av} είναι η μέση ειδική θερμότητα της ουσίας στη συγκεκριμένη θερμοκρασιακή περιοχή. Αξίζει να σημειωθεί ότι η μεταβολή της εντροπίας μιας πραγματικά ασυμπίεστης ουσίας εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία και όχι από την πίεση.

Οι μεταβολές της εντροπίας των στερεών και των υγρών μπορούν να υπολογιστούν από την εξίσωση 6-28 με ικανοποιητική ακρίβεια. Ωστόσο, στην περίπτωση των υγρών που διαστέλλονται αρκετά με τη θερμοκρασία θα πρέπει να ληφθούν υπόψη στους υπολογισμούς οι επιδράσεις της μεταβολής του όγκου. Αυτό ισχύει κυρίως όταν η μεταβολή της θερμοκρασίας είναι μεγάλη.

Εξισώνοντας την εξίσωση μεταβολής της εντροπίας (Εξίσωση 6-33) με το μηδέν προκύπτει μια σχέση για τις ισηντροπικές διεργασίες σε στερεά και σε υγρά:

$$\text{Ισηντροπική διεργασία:} \quad s_2 - s_1 = C_{av} \ln \frac{T_2}{T_1} = 0 \rightarrow T_2 = T_1 \quad (6-29)$$

Δηλαδή, η θερμοκρασία μιας πραγματικά ασυμπίεστης ουσίας κατά τη διάρκεια μιας ισηντροπικής διεργασίας παραμένει σταθερή. Επομένως, η ισηντροπική διεργασία μιας ασυμπίεστης ουσίας είναι και ισόθερμη. Η συμπεριφορά αυτή προσεγγίζεται σε μεγάλο βαθμό από τα στερεά και από τα υγρά.

Πίνακας 6-1 Ιδιότητες του υγρού μεθανίου

Θερμοκρ. T K	Πίεση P MPa	Πυκνότητα ρ kg/m ³	Ενθαλπία h kJ/kg	Εντροπία s kJ/(kg K)	Ειδική θερμότητα C_p kJ/(kg K)
110	0.5	425.3	208.3	4.878	3.476
	1.0	425.8	209.0	4.875	3.471
	2.0	426.6	210.5	4.867	3.460
	5.0	429.1	215.0	4.844	3.432
120	0.5	410.4	243.4	5.185	3.551
	1.0	411.0	244.1	5.180	3.543
	2.0	412.0	245.4	5.171	3.528
	5.0	415.2	249.6	5.145	3.486

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

της ενός Υγρ

Το υγρό μεθάνιο
διάφορες κρυσθ
θερμοκρασία τα
μένως, θα πρέπ
κρασίες χαμηλό
ραμένει υγρό. Σ
νται οι ιδιότητε
φορες θερμοκρα
γιστεί η μεταβο
μεθανίου που π
κατά την οποία
5 MPa: (α) χρησ
ντας το υγρό με

Λύση (α) Έστα
εντροπίας του
πίνακα 6-1:

Άρα,

(β) Στην περίπτ

αφού

Επομένως, το σ
υγρό είναι το εξ

Σφ

όπου ο δείκτης
μέγεθος που αν

Σχόλια Το απο

✓ **ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6-7 Επίδραση της Πυκνότητας ενός Υγρού στην Εντροπία**

Το υγρό μεθάνιο χρησιμοποιείται συχνά σε διάφορες κρυογενικές εφαρμογές. Η κρίσιμη θερμοκρασία του είναι 191 K (ή -82°C). Επομένως, θα πρέπει να διατηρείται σε θερμοκρασίες χαμηλότερες από 191 K, ώστε να παραμένει υγρό. Στον πίνακα 6-1 παρουσιάζονται οι ιδιότητες του υγρού μεθανίου σε διάφορες θερμοκρασίες και πιέσεις. Να υπολογιστεί η μεταβολή της εντροπίας του υγρού μεθανίου που προκαλείται από μια διεργασία

κατά την οποία το μεθάνιο μεταβάλλεται από τους 110 K και 1 MPa στους 120 K και 5 MPa: (α) χρησιμοποιώντας πραγματικά δεδομένα για το μεθάνιο και (β) προσεγγίζοντας το υγρό μεθάνιο ως ασυμπίεστο υγρό. Ποιό είναι το σφάλμα τη δεύτερη περίπτωση;

Λύση (α) Έστω μία μονάδα μάζας του υγρού μεθανίου (Σχήμα 6-29). Οι τιμές της εντροπίας του μεθανίου στην αρχική και στην τελική κατάσταση λαμβάνονται από τον πίνακα 6-1:

$$\text{Κατάσταση 1: } \left. \begin{array}{l} P_1 = 1 \text{ MPa} \\ T_1 = 110 \text{ K} \end{array} \right\} \begin{array}{l} s_1 = 4.875 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \\ C_{p1} = 3.471 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \end{array}$$

$$\text{Κατάσταση 2: } \left. \begin{array}{l} P_2 = 5 \text{ MPa} \\ T_2 = 120 \text{ K} \end{array} \right\} \begin{array}{l} s_2 = 5.145 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \\ C_{p2} = 3.486 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \end{array}$$

Άρα,

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 5.145 - 4.875 = \mathbf{0.270 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})}$$

(β) Στην περίπτωση αυτή η μεταβολή της εντροπίας του μεθανίου είναι η εξής:

$$\Delta s = C_{p,av} \ln \frac{T_2}{T_1} = [3.4785 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})] \ln \frac{120 \text{ K}}{110 \text{ K}} = \mathbf{0.303 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})}$$

αφού

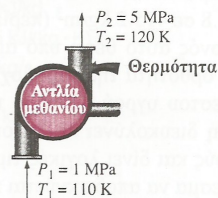
$$C_{p,av} = \frac{C_{p1} + C_{p2}}{2} = \frac{3.471 + 3.486}{2} = 3.4785 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Επομένως, το σφάλμα που συνοδεύει την παραδοχή ότι το μεθάνιο είναι ασυμπίεστο υγρό είναι το εξής:

$$\text{Σφάλμα} = \frac{|\Delta s_{\text{actual}} - \Delta s_{\text{ideal}}|}{\Delta s_{\text{actual}}} = \frac{|0.270 - 0.303|}{0.270} = \mathbf{0.122 \text{ (ή } 12.2\%)}$$

όπου ο δείκτης “actual” δηλώνει πραγματικό μέγεθος, ενώ ο δείκτης “ideal” δηλώνει μέγεθος που αναφέρεται σε ιδανική κατάσταση.

Σχόλια Το αποτέλεσμα αυτό είναι αναμενόμενο, εφόσον η πυκνότητα του μεθανίου



Σχήμα 6-29 Σχηματική παράσταση του παραδείγματος 6-7.

μεταβάλλεται κατά τη διεργασία από 425.8 σε 415.2 kg/m³ (περίπου 3%). Το γεγονός αυτό θέτει υπό αμφισβήτηση την ορθότητα της παραδοχής του ασυμπίεστου υγρού. Ωστόσο η παραδοχή αυτή διευκολύνει πολύ τους υπολογισμούς και δίνει λογικές τιμές, με αποτέλεσμα να αποδεικνύεται πολύ χρήσιμη όταν δεν υπάρχουν δεδομένα για το συμπιεσμένο υγρό.

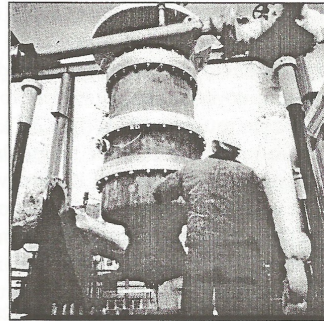
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6-8 Οικονομική Ανάλυση της Αντικατάστασης μιας Βαλβίδας από ένα Στρόβιλο.

Μια μονάδα κρυογενικών εφαρμογών χρησιμοποιεί υγρό μεθάνιο σε θερμοκρασία 115 K και πίεση 5 MPa με ρυθμό 0.280 m³/s. Κατά τη διεργασία απαιτείται η μείωση της πίεσης του μεθανίου στο 1 MPa, η οποία επιτυγχάνεται με το στραγγαλισμό του μεθανίου καθώς διέρχεται από μια διάταξη που προβάλλει αντίσταση στη ροή, όπως π.χ. από μια βαλβίδα. Ένας μηχανικός προτείνει την αντικατάσταση της βαλβίδας στραγγαλισμού από ένα στρόβιλο, ώστε να παράγεται ταυτόχρονα ισχύς. Να υπολογιστεί η μέγιστη ισχύς που μπορεί να παράγει ένας τέτοιος στρόβιλος, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του πίνακα 6-1. Επίσης να υπολογιστεί πόσα χρήματα θα εξοικονομηθούν ανά έτος εάν ο στρόβιλος λειτουργεί συνεχώς (8760 ώρες/έτος) και το κόστος του ηλεκτρισμού είναι \$0.075/kWh.

Λύση Επιλέγεται σα σύστημα ο *στρόβιλος* (Σχήμα 6-30). Πρόκειται για *όγκο ελέγχου*, εφόσον κατά τη διάρκεια της διεργασίας διαμέσου οριακών επιφανειών υπάρχει μεταφορά μάζας. Το εν λόγω σύστημα περιλαμβάνει μόνο μία είσοδο και μία έξοδο, επομένως $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$.

Παραδοχές 1 Πρόκειται για μια διεργασία σταθεροποιημένης ροής, αφού τίποτα δε μεταβάλλεται με το χρόνο σε κανένα σημείο, άρα $\Delta m_{CV} = 0$, $\Delta E_{CV} = 0$ και $\Delta S_{CV} = 0$. 2 Ο στρόβιλος είναι αδιαβατικός, άρα δεν υπάρχει ροή θερμότητας. 3 Η διεργασία είναι αντιστρεπτή. 4 Η κινητική και η δυναμική ενέργεια είναι αμελητέες.

Ανάλυση Οι παραπάνω παραδοχές είναι λογικές, αφού συνήθως οι στρόβιλοι είναι καλά μονωμένοι και δεν εμφανίζουν παράγοντες αναντιστρεπτότητας, ώστε να έχουν τη βέλτιστη απόδοση και να παράγουν τη μέγιστη δυνατή ισχύ. Άρα η διεργασία που λαμβάνει χώρα στο στρόβιλο θα πρέπει να είναι *αντιστρεπτή και αδιαβατική* δηλαδή *ισεντροπική*, οπότε ισχύει $s_2 = s_1$ και:



Σχήμα 6-30 Στρόβιλος υγροποιημένου φυσικού αερίου (γνωστό ως LNG από τα αρχικά των λέξεων Liquefied Natural Gas) ισχύος 1.0 MW με διάμετρο 95 cm που τοποθετείται σε μια κρυογενική μονάδα δοκιμών (με την άδεια της Ebara International Corporation, Cryodynamics Division, Sparks, Nevada).

Η παροχή μάζας

Η ισχύς του στρόβιλου εξής:

Η ισχύς που παράγεται

Αν το κόστος του ηλεκτρισμού είναι:

Χρήματα που εξοικονομούνται (κόστος του ηλεκτρισμού) =

Άρα τοποθετώντας τον στρόβιλο αυξάνεται η παραγωγή του δυνατού

Σχόλια Από το οποίο φαίνεται ότι η απόδοση του στρόβιλου είναι καλύτερη από αυτή της βαλβίδας. Η απόδοση του στρόβιλου είναι 100%, ενώ η απόδοση της βαλβίδας είναι 90%. Η απόδοση του στρόβιλου μπορεί να αυξηθεί περαιτέρω με τη χρήση ενός στρόβιλου που έχει απόδοση 900 kW ισχύος. Μπορεί να δει-

$$\begin{aligned} \text{Κατάσταση 1: } & \left. \begin{array}{l} P_1 = 5 \text{ MPa} \\ T_1 = 115 \text{ K} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 232.3 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 4.9945 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \\ \rho_1 = 422.5 \text{ kg/s} \end{array} \\ \text{Κατάσταση 2: } & \left. \begin{array}{l} P_2 = 1 \text{ MPa} \\ s_2 = s_1 \end{array} \right\} h_2 = 222.6 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Η παροχή μάζας του υγρού μεθανίου είναι:

$$\dot{m} = \rho_1 \dot{V}_1 = (422.5 \text{ kg/m}^3)(0.280 \text{ m}^3/\text{s}) = 118.3 \text{ kg/s}$$

Η ισχύς του στρόβιλου υπολογίζεται από το ισοζύγιο ενέργειας με τη μορφή ρυθμών ως εξής:

$$\underbrace{\dot{E}_{\text{in}} - \dot{E}_{\text{out}}}_{\text{Ρυθμός συνολικής μεταφοράς ενέργειας με τη μορφή θερμότητας, έργου και μάζας}} = \underbrace{\Delta \dot{E}_{\text{system}}}_{\text{Ρυθμός μεταβολή της εσωτερικής, κινητικής δυναμικής κ.λ.π. ενέργειας}} = 0 \quad (\text{σταθεροποιημένη})$$

$$\dot{E}_{\text{in}} = \dot{E}_{\text{out}}$$

$$\dot{m}h_1 = \dot{W}_{\text{out}} + \dot{m}h_2 \quad (\text{αφού } \dot{Q} = 0, \text{ ke} \cong \text{pe} \cong 0)$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\text{out}} &= \dot{m}(h_1 - h_2) && (\text{αφού } \dot{Q} = 0, \text{ ke} \cong \text{pe} \cong 0) \\ &= (118.3 \text{ kg/s})(232.3 - 222.6) \text{ kJ/kg} \\ &= \mathbf{1148 \text{ kW}} \end{aligned}$$

Η ισχύς που παράγεται ανά έτος όταν η λειτουργία είναι συνεχής θα είναι η ακόλουθη:

$$\begin{aligned} \text{Ετήσια παραγωγή ισχύος} &= \dot{W}_{\text{out}} \times \Delta t = (1148 \text{ kW})(8760 \text{ h/yr}) \\ &= 1.0056 \times 10^7 \text{ kWh/yr} \end{aligned}$$

Αν το κόστος του ηλεκτρισμού είναι \$ 0.075/kWh, τα χρήματα που θα εξοικονομηθούν είναι:

$$\begin{aligned} \text{Χρήματα που εξοικονομούνται ανά έτος} &= (\text{ετήσια παραγωγή ισχύος})(\text{κόστος μονάδας} \\ \text{ηλεκτρισμού}) &= (1.0056 \times 10^7 \text{ kWh/yr})(\$0.075/\text{kWh}) \\ &= \mathbf{\$754,200/\text{yr}} \end{aligned}$$

Άρα τοποθετώντας το στρόβιλο εξοικονομούνται \$754200 ανά έτος, από την εκμετάλλευση του δυναμικού που χάνεται μέσω της βαλβίδας στραγγαλισμού.

Σχόλια Από το παράδειγμα αυτό γίνεται προφανής η σημασία της εντροπίας, μέσω της οποίας ποσοτικοποιήθηκε το δυναμικό που χανόταν. Στην πράξη ο στρόβιλος δεν είναι ισηντροπικός και η ισχύς που θα παράγει θα είναι μικρότερη. Με την παραπάνω ανάλυση προσδιορίστηκε απλώς το ανώτερο όριο. Μια πραγματική διάταξη στρόβιλου-γεννήτριας μπορεί να χρησιμοποιήσει το 80% περίπου του δυναμικού και να παράγει πάνω από 900 kW ισχύος, εξοικονομώντας πάνω από \$600000 ανά έτος.

Μπορεί να δειχθεί, επίσης, ότι κατά τη διάρκεια της ισηντροπικής εκτόνωσης η θερμο-

κρασία του μεθανίου θα γίνει ίση με 113.9 K (μείωση κατά 1.1 K) και δε θα παραμείνει σταθερή, όπως θα αναμενόταν, εάν το μεθάνιο είχε θεωρηθεί ασυμπίεστο. Κατά το στραγγαλισμό η θερμοκρασία του μεθανίου θα γινόταν ίση με 116.6 K (αύξηση κατά 1.6 K).

6-9 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΕΝΤΡΟΠΙΑΣ ΣΤΑ ΙΔΑΝΙΚΑ ΑΕΡΙΑ

Η εξίσωση που δίνει τη μεταβολή της εντροπίας των ιδανικών αερίων προκύπτει από την εξίσωση 6-25 ή την εξίσωση 6-26 με εφαρμογή των σχέσεων που ισχύουν για τα ιδανικά αέρια (Σχήμα 6-31). Με τις αντικαταστάσεις του $du = C_v dT$ και του $P = RT/v$ στην εξίσωση 6-25 ή διαφορική μεταβολή της εντροπίας ενός ιδανικού αερίου γίνεται:

$$ds = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \quad (6-30)$$

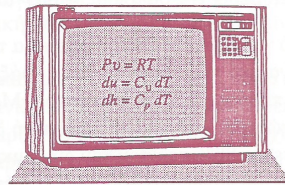
Η μεταβολή της εντροπίας μιας διεργασίας υπολογίζεται με ολοκλήρωση της παραπάνω σχέσης μεταξύ της αρχικής και της τελικής κατάστασης:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 C_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (6-31)$$

Μία δεύτερη εξίσωση για τη μεταβολή της εντροπίας ενός ιδανικού αερίου προκύπτει με τον ίδιο τρόπο, αντικαθιστώντας τα $dh = C_p dT$ και $v = RT/P$ στην εξίσωση 6-26 και πραγματοποιώντας το αντίστοιχο ολοκλήρωμα. Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 C_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (6-32)$$

Οι ειδικές θερμότητες των ιδανικών αερίων, με εξαίρεση τα μονοατομικά αέρια, εξαρτώνται από τη θερμοκρασία, με αποτέλεσμα τα ολοκληρώματα των εξισώσεων 6-31 και 6-32 να μην είναι δυνατό να πραγματοποιηθούν εκτός και εάν είναι γνωστή η εξάρτηση των C_v και του C_p από τη θερμοκρασία. Όμως, ακόμη και όταν είναι γνωστές οι συναρτήσεις $C_p(T)$ και $C_v(T)$, ο υπολογισμός των μακροσκελών ολοκληρωμάτων που δίνουν τη μεταβολή της εντροπίας δεν είναι καθόλου πρακτικός. Επομένως, απομένουν δύο επιλογές: είτε πραγματοποιούνται τα ολοκληρώματα με την παραδοχή ότι οι ειδικές θερμότητες είναι σταθερές ή τα αποτελέσματα αυτών των ολοκληρωμάτων καταχωρούνται σε πίνακες. Οι δύο αυτές προσεγγίσεις παρουσιάζονται παρακάτω.



Σχήμα 6-31 Μια τηλεοπτική εκπομπή από το κανάλι I.A.

1 Σταθερές E

Η υπόθεση ότι ο παραδοχή που μό την ανάλυση τος, που εισάγει βλημα. Για παρ ειδικές θερμότητ ειδική θερμότητ θερμότητες μετ ενδιαφέρει, το π θερμότητας που τα που προκύπτ κά αέρια, όταν π βαθμούς.

Σχήμα 6-32 : ραδοχή της σ μότητας, η ει ρείται σταθερ της στη μέση

Η σχέση της σταθερές ειδική $C_v(T)$ και $C_p(T)$ πραγματοποιήση

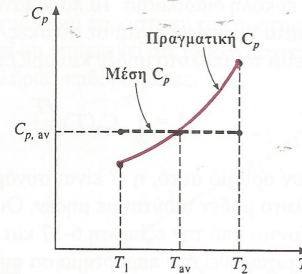
και

Οι μεταβολές ντας τις παραπ

και

1 Σταθερές Ειδικές Θερμότητες: Προσεγγιστική Λύση

Η υπόθεση ότι οι ειδικές θερμότητες των ιδανικών αερίων είναι σταθερές αποτελεί μια παραδοχή που χρησιμοποιείται συχνά και η οποία συνήθως απλοποιεί σε μεγάλο βαθμό την ανάλυση με αντίτιμο κάποιες απώλειες στην ακρίβεια. Το μέγεθος του σφάλματος, που εισάγεται εξαιτίας της παραδοχής αυτής, εξαρτάται από το συγκεκριμένο πρόβλημα. Για παράδειγμα, για μονοατομικά ιδανικά αέρια, όπως είναι λ.χ. το ήλιο, οι ειδικές θερμότητες είναι ανεξάρτητες της θερμοκρασίας και η παραδοχή για σταθερή ειδική θερμότητα δεν εισάγει κανένα σφάλμα. Για ιδανικά αέρια, των οποίων οι ειδικές θερμότητες μεταβάλλονται σχεδόν γραμμικά μέσα στην περιοχή θερμοκρασιών που ενδιαφέρει, το πιθανό λάθος ελαχιστοποιείται, εάν χρησιμοποιηθούν οι τιμές ειδικής θερμότητας που υπολογίζονται στη μέση θερμοκρασία (Σχήμα 6-32). Τα αποτελέσματα που προκύπτουν έχουν συνήθως ικανοποιητική ακρίβεια για τα περισσότερα ιδανικά αέρια, όταν το εύρος θερμοκρασιών δεν είναι μεγαλύτερο από μερικές εκατοντάδες βαθμούς.



Σχήμα 6-32 Σύμφωνα με την παραδοχή της σταθερής ειδικής θερμότητας, η ειδική θερμότητα θεωρείται σταθερή και ίση με την τιμή της στη μέση θερμοκρασία.

Η σχέση της μεταβολής της εντροπίας για τα ιδανικά αέρια, με την παραδοχή της σταθερής ειδικής θερμότητας, προκύπτει εύκολα με αντικατάσταση των συναρτήσεων $C_v(T)$ και $C_p(T)$, στις εξισώσεις 6-31 και 6-32, από τις $C_{v,av}$ και $C_{p,av}$ αντίστοιχα και με πραγματοποίηση των ολοκληρωμάτων. Έτσι, προκύπτουν οι σχέσεις:

$$s_2 - s_1 = C_{v,av} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad [\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})] \quad (6-33)$$

και

$$s_2 - s_1 = C_{p,av} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})] \quad (6-34)$$

Οι μεταβολές της εντροπίας μπορούν να εκφραστούν και ανά mol πολλαπλασιάζοντας τις παραπάνω σχέσεις με τη γραμμομοριακή μάζα:

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{C}_{v,av} \ln \frac{T_2}{T_1} + R_u \ln \frac{v_2}{v_1} \quad [\text{kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})] \quad (6-35)$$

και

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{C}_{p,av} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_u \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [\text{kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})] \quad (6-36)$$

2 Μεταβλητές Ειδικές Θερμότητες: Ακριβής Λύση

Όταν οι μεταβολές της θερμοκρασίας κατά τη διάρκεια της διεργασίας είναι μεγάλες και οι ειδικές θερμότητες του ιδανικού αερίου μεταβάλλονται με τρόπο μη-γραμμικό μέσα στην περιοχή θερμοκρασιών της διεργασίας, η παραδοχή των σταθερών ειδικών θερμοκρασιών μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικά σφάλματα. Στις περιπτώσεις αυτές, οι μεταβολές των ειδικών θερμοτήτων πρέπει πάντοτε να λαμβάνονται υπόψη με τη χρήση των σχέσεων που συνδέουν τις ειδικές θερμότητες με τη θερμοκρασία. Η μεταβολή της εντροπίας κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας υπολογίζεται με την αντικατάσταση των συναρτήσεων $C_v(T)$ και $C_p(T)$ στις εξισώσεις 6-31 και 6-32 και με τη λύση των ολοκληρωμάτων που προκύπτουν.

Αντί να πραγματοποιούνται κάθε φορά τα παραπάνω πολύπλοκα ολοκληρώματα, ακολουθείται μια πιο εύκολη διαδικασία. Τα παραπάνω ολοκληρώματα λύνονται μια φορά και τα αποτελέσματα καταχωρούνται σε πίνακες. Για το σκοπό αυτό σε θερμοκρασία αναφοράς επιλέγεται το απόλυτο μηδέν και ορίζεται μια συνάρτηση s° ως εξής:

$$s^\circ = \int_0^T C_p(T) \frac{dT}{T} \quad (6-37)$$

Σύμφωνα με τον ορισμό αυτό, η s° είναι συνάρτηση μόνο της θερμοκρασίας και η τιμή της στο απόλυτο μηδέν ισούται με μηδέν. Οι τιμές της s° για τις διάφορες θερμοκρασίες υπολογίζονται από την εξίσωση 6-37 και τα αποτελέσματα για διάφορα ιδανικά αέρια έχουν καταχωρηθεί στο παράρτημα σε συνάρτηση της θερμοκρασίας. Με βάση τον παραπάνω ορισμό, το ολοκλήρωμα της εξίσωσης 6-32 παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\int_1^2 C_p(T) \frac{dT}{T} = s_2^\circ - s_1^\circ \quad (6-38)$$

όπου s_2° είναι η τιμή της s° στη θερμοκρασία T_2 και s_1° η τιμή της s° στη θερμοκρασία T_1 . Έτσι:

$$s_2 - s_1 = s_2^\circ - s_1^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})] \quad (6-39)$$

Η παραπάνω σχέση μπορεί επίσης να εκφραστεί σε μοναδιαία βάση (ανά γραμμομόριο):

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{s}_2^\circ - \bar{s}_1^\circ - R_u \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [\text{kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})] \quad (6-40)$$

Σημειώνεται ότι, σε αντίθεση με την εσωτερική ενέργεια και την ενθαλπία, η εντροπία ενός ιδανικού αερίου μεταβάλλεται με τον ειδικό όγκο, την πίεση και τη θερμοκρασία. Επομένως, η εντροπία δεν είναι δυνατό να καταχωρηθεί σε συνάρτηση μόνο της θερμοκρασίας. Οι τιμές της s° στους πίνακες λαμβάνουν υπόψη την εξάρτηση της εντροπίας από τη θερμοκρασία (Σχήμα 6-33). Η μεταβολή της εντροπίας με την πίεση δίνεται από τον τελευταίο όρο της εξίσωσης 6-39. Μια δεύτερη σχέση της μεταβολής της

εντροπίας θα με την εξίσωση 6-3 τούσε τον ορισ την καταχώρησ νακες, κάτι που

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ
πίας ενός Ιδαν
Αέριο άζωτο στα τους 17°C στα υπολογιστεί η αζώτου χρησιμ τήτων από τον μέσες ειδικές θα

Λύση Στο σχήμα διάγραμμα T-s κατάσταση του

Σχήμα 6-

Παραδοχές Το υψηλή και η πίε μέγεθος των -147 βολής της εντρο

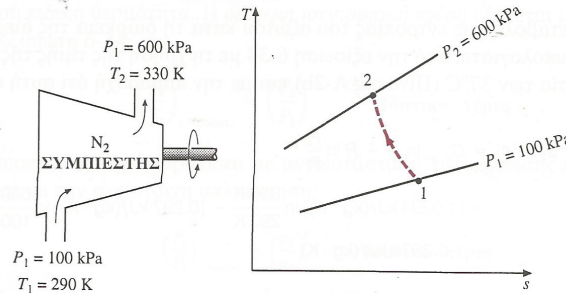
Ανάλυση (α) Στο υπολογισμός της της εξίσωσης 6- λες μονάδες (Σχ και αντικαθιστά

εντροπίας θα μπορούσε να αναπτυχθεί με βάση την εξίσωση 6-35, κάτι τέτοιο όμως θα απαιτούσε τον ορισμό μιας νέας συνάρτησης και την καταχώρηση των τιμών της σε νέους πίνακες, κάτι που δεν είναι καθόλου πρακτικό.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6-9 Μεταβολή της Εντροπίας ενός Ιδανικού Αερίου

Αέριο άζωτο συμπιέζεται από τα 100 kPa και τους 17°C στα 600 kPa και στους 57°C. Να υπολογιστεί η μεταβολή της εντροπίας του αζώτου χρησιμοποιώντας: (α) τις τιμές ιδιοτήτων από τον πίνακα του αζώτου και (β) τις μέσες ειδικές θερμότητες.

Λύση Στο σχήμα 6-34 δίνεται μια σχηματική παράσταση του συστήματος καθώς και το διάγραμμα T-s της διεργασίας. Αξίζει να σημειωθεί ότι τόσο η αρχική όσο και η τελική κατάσταση του συστήματος είναι πλήρως καθορισμένες.



Σχήμα 6-34 Σχηματική παράσταση και διάγραμμα T-s για το παράδειγμα 6-9.

Παραδοχές Το άζωτο θεωρείται ιδανικό αέριο, επειδή η θερμοκρασία του είναι πολύ υψηλή και η πίεση του είναι αρκετά χαμηλή σε σύγκριση με τα αντίστοιχα κρίσιμα μεγέθη των -147°C και 3.39 MPa. Επομένως, μπορούν να εφαρμοστούν οι σχέσεις μεταβολής της εντροπίας που αναπτύχθηκαν με βάση την παραδοχή των ιδανικών αερίων.

Ανάλυση (α) Στον πίνακα A-18 οι ιδιότητες του αζώτου δίνονται ανά mol. Επομένως, ο υπολογισμός της μεταβολής της εντροπίας του αζώτου είναι ευκολότερος με τη χρήση της εξίσωσης 6-40 και τη μετατροπή στη συνέχεια των αποτελεσμάτων στις κατάλληλες μονάδες (Σχήμα 6-35). Παίρνοντας τις τιμές της \bar{s}° στις αντίστοιχες θερμοκρασίες και αντικαθιστώντας προκύπτει:

T, K	$\bar{s}^\circ(T)$, kJ/(kg · K)
...	...
300	1.70203
310	1.73498
320	1.76690
...	...

(πίνακας A-17)

Σχήμα 6-33 Η εντροπία ενός ιδανικού αερίου εξαρτάται από τη T και την P. Η συνάρτηση \bar{s}° παριστάνει το μέρος εκείνο της εντροπίας που εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία.

Σχήμα 6-35 Οι τιμές των ιδιοτήτων ανά mol και ανά μονάδα μάζας συνδέονται μεταξύ τους με τη γραμμομοριακή μάζα της ουσίας.

$$\bar{s}^{\circ} = 194.459 \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$$

$$M = 28.013 \text{ kg}/\text{kmol}$$



$$s^{\circ} = \frac{\bar{s}^{\circ}}{M} = 6.942 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_2 - \bar{s}_1 &= \bar{s}_2^{\circ} - \bar{s}_1^{\circ} - R_u \ln \frac{P_2}{P_1} \\ &= [(194.459 - 190.695) \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})] \\ &\quad - [8.314 \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})] \ln \frac{600 \text{ kPa}}{100 \text{ kPa}} \\ &= -11.133 \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K}) \end{aligned}$$

Οπότε:

$$s_2 - s_1 = \frac{\bar{s}_2 - \bar{s}_1}{M} = \frac{-11.133 \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})}{28.013 \text{ kg}/\text{kmol}} = -0.3974 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

(β) Η μεταβολή της εντροπίας του αζώτου κατά τη διάρκεια της διεργασίας μπορεί επίσης να υπολογιστεί από την εξίσωση 6-34 με τη χρήση της τιμής της C_p για τη μέση θερμοκρασία των 37°C (Πίνακας A-2b) και με την παραδοχή ότι αυτή είναι σταθερή:

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= C_{p,av} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \\ &= [1.0394 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})] \ln \frac{330 \text{ K}}{290 \text{ K}} - [0.297 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})] \ln \frac{600 \text{ kPa}}{100 \text{ kPa}} \\ &= -0.3978 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \end{aligned}$$

Σχόλια Τα δύο παραπάνω αποτελέσματα είναι σχεδόν ίσα μεταξύ τους, γιατί η μεταβολή της θερμοκρασίας κατά τη διάρκεια της διεργασίας είναι σχετικά μικρή. Όταν η μεταβολή της θερμοκρασίας είναι μεγάλη, η διαφορά τους ενδέχεται να είναι σημαντική. Στις περιπτώσεις αυτές, πρέπει να χρησιμοποιείται η εξίσωση 6-40 αντί της εξίσωσης 6-34, γιατί αυτή λαμβάνει υπόψη της τις μεταβολές των ειδικών θερμοτήτων με τη θερμοκρασία.

Ισεντροπικές Διεργασίες των Ιδανικών Αερίων

Οι σχέσεις που περιγράφουν τις ισεντροπικές διεργασίες των ιδανικών αερίων μπορούν να εξαχθούν εξισώνοντας με το μηδέν τις σχέσεις που αναπτύχθηκαν για τις μεταβολές της εντροπίας. Για ακόμα μια φορά, αυτό θα γίνει πρώτα για την περίπτωση των σταθερών ειδικών θερμοτήτων και στη συνέχεια για την περίπτωση των μεταβλητών ειδικών θερμοτήτων.

Σταθερές Ειδί

Όταν ισχύει η π...
τα ιδανικά αέρια
Από την εξίσωση

η οποία με αναδ...

ή

εφόσον $R = C_p -$

Η εξίσωση 6-...
δοχή για σταθερ...
τρόπο από την εξ...

Η τρίτη ισεντρ...
εξίσωση 6-42 κ...

Οι εξισώσεις τ...

Στη γενική περ...
μοκρασία, οπότε...
του k για την κ...

Σημειώνεται ό...
φαίνεται και από...
σίες, όταν ισχύει

Σταθερές Ειδικές Θερμότητες: Προσεγγιστική Λύση

Όταν ισχύει η παραδοχή της σταθερής ειδικής θερμότητας, οι ισεντροπικές σχέσεις για τα ιδανικά αέρια προκύπτουν θέτοντας τις εξισώσεις 6-37 και 6-38 ίσες με το μηδέν. Από την εξίσωση 6-33 προκύπτει:

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{C_v} \ln \frac{v_2}{v_1}$$

η οποία με αναδιάταξη παίρνει τη μορφή:

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{R/C_v} \quad (6-41)$$

ή

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{const.}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \quad \text{Ιδανικό Αέριο} \quad (6-42)$$

εφόσον $R = C_p - C_v$, $k = C_p/C_v$ άρα $R/C_v = k - 1$.

Η εξίσωση 6-42 είναι η *πρώτη ισεντροπική σχέση* για τα ιδανικά αέρια με την παραδοχή για σταθερή ειδική θερμότητα. Η *δεύτερη ισεντροπική σχέση* εξάγεται με τον ίδιο τρόπο από την εξίσωση 6-34:

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{const.}} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} \quad \text{Ιδανικό Αέριο} \quad (6-43)$$

Η *τρίτη ισεντροπική σχέση* λαμβάνεται με αντικατάσταση της εξίσωσης 6-43 στην εξίσωση 6-42 και με την αντίστοιχη απλοποίηση:

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{s=\text{const.}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k \quad \text{Ιδανικό Αέριο} \quad (6-44)$$

Οι εξισώσεις 6-42 μέχρι 6-44 μπορούν να εκφραστούν επίσης με τη μορφή:

$$Tv^{k-1} = \text{σταθερό} \quad (6-45)$$

$$TP^{(1-k)/k} = \text{σταθερό} \quad \text{Ιδανικό Αέριο} \quad (6-46)$$

$$Pv^k = \text{σταθερό} \quad (6-47)$$

Στη γενική περίπτωση, ο λόγος των ειδικών θερμοτήτων k μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία, οπότε στις παραπάνω ισεντροπικές σχέσεις χρησιμοποιείται μία μέση τιμή του k για την κάθε θερμοκρασιακή περιοχή.

Σημειώνεται ότι οι παραπάνω ισεντροπικές εξισώσεις των ιδανικών αερίων, όπως φαίνεται και από το όνομα τους, ισχύουν αυστηρά και μόνο για ισεντροπικές διεργασίες, όταν ισχύει η παραδοχή της σταθερής ειδικής θερμότητας (Σχήμα 6-36).

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)_s = \text{σταθερό} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(k-1)/k} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{(k-1)}$$

* ιδανικό αέριο
 * ισεντροπική διεργασία
 * σταθερές ειδικές θερμότητες

ΙΣΕΝΤΡΟΠΙΑ

Σχήμα 6-36 Οι ισεντροπικές σχέσεις των ιδανικών αερίων ισχύουν μόνο για τις ισεντροπικές διεργασίες των ιδανικών αερίων.

$$0 = s_2^\circ - s_1^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\text{ή} \quad s_2^\circ = s_1^\circ + R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (6-48)$$

όπου με s_2° παριστάνεται η τιμή της s° στο τέλος της ισεντροπικής διεργασίας.

Σχετική Πίεση και Σχετικός Ειδικός Όγκος

Η εξίσωση 6-48 δίνει τον ακριβή τρόπο υπολογισμού των μεταβολών των ιδιοτήτων των ιδανικών αερίων κατά τη διάρκεια ισεντροπικών μεταβολών, γιατί περιλαμβάνει και τις μεταβολές της ειδικής θερμότητας με τη θερμοκρασία. Περιλαμβάνει όμως και κοπιαστικές επαναλήψεις, όταν δίνεται ο λόγος των όγκων αντί του λόγου των πιέσεων. Αυτό προκαλεί μεγάλες δυσκολίες κατά τους υπολογισμούς βελτιστοποίησης, οι οποίοι συνήθως εμπεριέχουν πολλές πράξεις. Για την αντιμετώπιση των δυσκολιών αυτών ορίζονται δύο νέες αδιάστατες ποσότητες που σχετίζονται με τις ισεντροπικές διεργασίες.

Ο ορισμός της πρώτης ποσότητας στηρίζεται στην εξίσωση 6-48, η οποία μπορεί να γραφεί και ως εξής:

$$\frac{P_2}{P_1} = \exp \frac{s_2^\circ - s_1^\circ}{R}$$

$$\text{ή} \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{\exp(s_2^\circ/R)}{\exp(s_1^\circ/R)}$$

Η ποσότητα $\exp(s^\circ/R)$ ορίζεται ως η **σχετική πίεση** P_r . Με τον ορισμό αυτό η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{s=\text{const.}} = \frac{P_{r2}}{P_{r1}} \quad (6-49)$$

Μεταβλητές Ειδικές Θερμότητες: Ακριβής Λύση

Όταν δεν είναι δυνατό να εφαρμοστεί η παραδοχή των σταθερών ειδικών θερμοτήτων, οι ισεντροπικές σχέσεις, που αναπτύχθηκαν παραπάνω, δεν δίνουν αποτελέσματα μεγάλης ακρίβειας. Σε τέτοιες περιπτώσεις, πρέπει να χρησιμοποιείται η ισεντροπική σχέση που εξάγεται από την εξίσωση μεταβολής της εντροπίας που περιλαμβάνει τη μεταβολή των ειδικών θερμοτήτων με τη θερμοκρασία, δηλαδή την εξίσωση 6-39. Όταν η παραπάνω εξίσωση τεθεί ίση με μηδέν, προκύπτει:

Σημειώνεται ότι αδιάστατη ποσότητα θερμοκρασίας, που μοκρασία και μόνον να καταγραφεί μοκρασία. Για την κα Α-17. Στο σχήμα χρήσης των δεδομένων

Μερικές φορές δίνεται ο λόγος να, αυτό συμβαίνει ανάλυσης των μετρημένων τιμών. Επειδή έχει σχέση με τους ισεντροπικούς δείκτες και της εξίσωσης

Η ποσότητα T/P_r ειδικός όγκος v_r

Οι εξισώσεις 6-44 μέχρι 6-47 δίνουν τις τιμές των

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6-1
Σε μια μηχανή απλώς συνθήκες των όταν ο λόγος συμπίεσης

Λύση Στο σχήμα το διάγραμμα T-s

Παραδοχές Στις δύο περιπτώσεις σαν ιδανικό αέριο αρκετά χαμηλή σε Επομένως, μπορεί να βασιστεί την παραδοχή

Σημειώνεται ότι η σχετική πίεση P_r είναι μια *αδιάστατη* ποσότητα και είναι συνάρτηση μόνο της θερμοκρασίας, εφόσον το s° εξαρτάται από τη θερμοκρασία και μόνο. Επομένως, οι τιμές της P_r μπορούν να καταχωρηθούν σε πίνακες ως προς τη θερμοκρασία. Για τον αέρα αυτό έχει γίνει στον πίνακα A-17. Στο σχήμα 6-37 παρουσιάζεται ο τρόπος χρήσης των δεδομένων της P_r .

Μερικές φορές, αντί του λόγου των πιέσεων, δίνεται ο λόγος των ειδικών όγκων. Συγκεκριμένα, αυτό συμβαίνει συχνά στην περίπτωση της ανάλυσης των μηχανών των αυτοκινήτων. Στις περιπτώσεις αυτές ορίζεται μια νέα ποσότητα που έχει σχέση με τους λόγους των ειδικών όγκων στις ισηντροπικές διεργασίες. Αυτό πραγματοποιείται με τη βοήθεια της εξίσωσης των ιδανικών αερίων και της εξίσωσης 6-49:

$$\frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2 P_1}{T_1 P_2} = \frac{T_2 P_{r1}}{T_1 P_{r2}} = \frac{T_2/P_{r2}}{T_1/P_{r1}}$$

Η ποσότητα T/P_r είναι συνάρτηση μόνο της θερμοκρασίας και ορίζεται σα *σχετικός ειδικός όγκος* v_r . Έτσι:

$$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)_{s=\text{const.}} = \frac{v_{r2}}{v_{r1}} \tag{6-50}$$

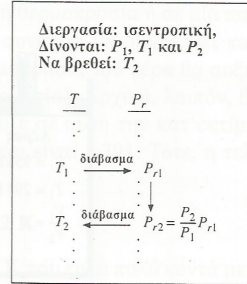
Οι εξισώσεις 6-49 και 6-50 ισχύουν αυστηρά και μόνο για τις ισηντροπικές διεργασίες των ιδανικών αερίων και, επειδή περιλαμβάνουν τις μεταβολές των ειδικών θερμοτήτων με τη θερμοκρασία, δίνουν πιο ακριβή αποτελέσματα από ό,τι οι εξισώσεις 6-44 μέχρι 6-47 που αναπτύχθηκαν με την παραδοχή των σταθερών ειδικών θερμοτήτων. Οι τιμές των P_r και v_r για τον αέρα παρουσιάζονται στον πίνακα A-17.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6-10 Ισηντροπική Συμπίεση του Αέρα στη Μηχανή ενός Αυτοκινήτου

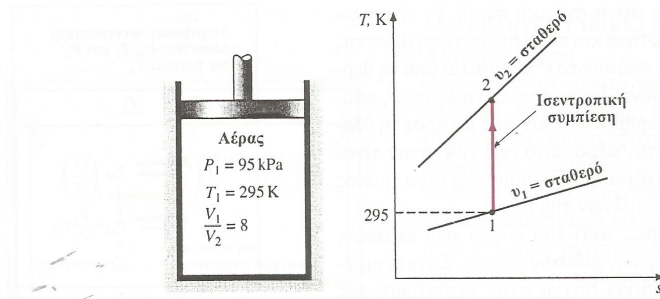
Σε μια μηχανή αυτοκινήτου συμπιέζεται αέρας κατά τρόπο αντιστρεπτό από τις αρχικές συνθήκες των 22°C και 95 kPa. Να υπολογιστεί η τελική θερμοκρασία του αέρα, όταν ο λόγος συμπίεσης V_1/V_2 της διάταξης ισούται με 8.

Λύση Στο σχήμα 6-38 δίνεται μια σχηματική παράσταση του συστήματος καθώς και το διάγραμμα T-s της διεργασίας. Η διεργασία είναι αντιστρεπτή και αδιαβατική.

Παραδοχές Στις δεδομένες συνθήκες ο αέρας μπορεί να θεωρηθεί ότι συμπεριφέρεται σαν ιδανικό αέριο επειδή η θερμοκρασία του είναι πολύ υψηλή και η πίεσή του είναι αρκετά χαμηλή σε σύγκριση με τα αντίστοιχα κρίσιμα μεγέθη των -141°C και 3.77 MPa. Επομένως, μπορούν να εφαρμοστούν οι ισηντροπικές σχέσεις που αναπτύχθηκαν με βάση την παραδοχή των ιδανικών αερίων.



Σχήμα 6-37 Η χρήση των δεδομένων P_r για τον υπολογισμό της τελικής θερμοκρασίας κατά τη διάρκεια μιας ισηντροπικής διεργασίας.



Σχήμα 6-38 Σχηματική παράσταση και διάγραμμα T-s για το παράδειγμα 6-10.

Ανάλυση Η διεργασία είναι ισηντροπική εφόσον είναι αντιστρεπτή και αδιαβατική. Η τελική θερμοκρασία μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση 6-50 με τη βοήθεια των δεδομένων του σχετικού ειδικού όγκου (Πίνακας A-17), όπως φαίνεται στο σχήμα 6-39.

Για κλειστά συστήματα: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{v_2}{v_1}$

Σε θερμοκρασία $T_1 = 295 \text{ K}$: $v_{r1} = 647.9$

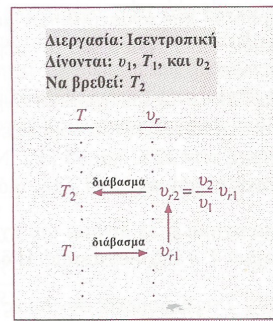
Από την εξίσωση 6-50: $v_{r2} = v_{r1} \left(\frac{v_2}{v_1}\right) = (647.9) \left(\frac{1}{8}\right) = 80.99 \rightarrow T_2 = 662.7 \text{ K}$

Επομένως, κατά τη διάρκεια της διεργασίας η θερμοκρασία του αέρα θα αυξηθεί κατά 367.7 °C.

Εναλλακτική λύση Η τελική θερμοκρασία μπορεί να υπολογιστεί και από την εξίσωση 6-42, κάνοντας την παραδοχή ότι οι ειδικές θερμότητες (θερμοχωρητικότητες) του αέρα παραμένουν σταθερές:

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)_{s=\text{const.}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}$$

Ο λόγος k των ειδικών θερμότητων μεταβάλλεται επίσης με τη θερμοκρασία. Για το λόγο αυτό πρέπει να χρησιμοποιηθεί η τιμή του k που αντιστοιχεί στη μέση θερμοκρασία. Ομως, δε δίνεται η τελική θερμοκρασία και έτσι, αρχικά, δεν είναι δυνατό να υπολογιστεί η μέση θερμοκρασία. Στις περιπτώσεις αυτές, οι υπολογι-



Σχήμα 6-39 Η χρήση των δεδομένων του σχετικού ειδικού όγκου, v_r , για τον υπολογισμό της τελικής θερμοκρασίας μιας ισηντροπικής διεργασίας (Παράδειγμα 6-10).

σμοί μπορούν να κτίμηση μέσω θεολογισμοί να σημαντικά κατά τρείται μια μέση μέση θερμοκρασία θερμοκρασία του

Η θερμοκρασία κατ' εκτίμηση τη λογισμοί με τη Το αποτέλεσμα των περιέχει ένα μενο, γιατί η μετα είναι σχετικά μικρά αέρα μεταβάλλον

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ
Αέριο He συμπίε-
τάσταση πίεσης
υπολογιστεί η πίε-

Λύση Στο σχήμα
διάγραμμα T-s. Η

Παραδοχές Στις
κό αέριο, εφόσον
θερμοκρασία του
ντροπικές σχέσεις

Σχήμα 6-40 Σχ

σμοί μπορούν να αρχίσουν με την τιμή του k στην αρχική θερμοκρασία ή σε μία κατ'εκτίμηση μέση θερμοκρασία. Η τιμή αυτή μπορεί στη συνέχεια να διορθωθεί και οι υπολογισμοί να επαναληφθούν. Είναι γνωστό ότι η θερμοκρασία του αέρα θα αυξηθεί σημαντικά κατά τη διάρκεια αυτής της αδιαβατικής διεργασίας. Αρχικά, λοιπόν, θεωρείται μια μέση θερμοκρασία ίση με 450 K. Η τιμή του k σε αυτή την κατ'εκτίμηση μέση θερμοκρασία υπολογίζεται από τον πίνακα A-2b και είναι 1.391. Τότε, η τελική θερμοκρασία του αέρα θα είναι:

$$T_2 = (295 \text{ K}) (8)^{1.391-1} = 665.2 \text{ K}$$

Η θερμοκρασία αυτή δίνει μια μέση τιμή ίση με 480.1 K που είναι πολύ κοντά με την κατ'εκτίμηση τιμή των 450 K. Επομένως, δεν είναι ανάγκη να επαναληφθούν οι υπολογισμοί με τη χρησιμοποίηση της τιμής του k σε αυτή τη μέση θερμοκρασία.

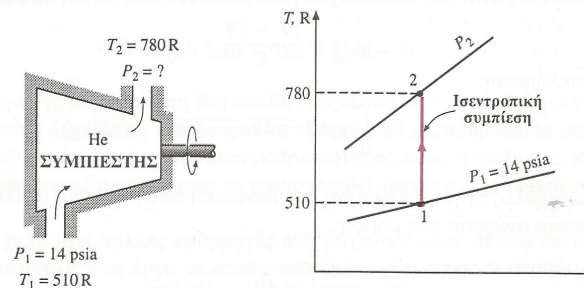
Το αποτέλεσμα που υπολογίστηκε με την παραδοχή των σταθερών ειδικών θερμοτήτων περιέχει ένα σφάλμα περίπου 0.4 % που είναι σχετικά μικρό. Αυτό ήταν αναμενόμενο, γιατί η μεταβολή της θερμοκρασίας του αέρα σε αυτή την περιοχή θερμοκρασιών είναι σχετικά μικρή (μόνο μερικές εκατοντάδες βαθμοί) και οι ειδικές θερμότητες του αέρα μεταβάλλονται σχεδόν γραμμικά με τη θερμοκρασία.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6-11 Ισεντροπική Συμπίεση ενός Ιδανικού Αερίου

Αέριο He συμπιέζεται αντιστρεπτά σ'έναν αδιαβατικό συμπιεστή από μια αρχική κατάσταση πίεσης 14 psia και θερμοκρασίας 50°F σε μια τελική θερμοκρασίας 320°F. Να υπολογιστεί η πίεση εξόδου του ηλίου.

Λύση Στο σχήμα 6-40 απεικονίζεται μια σχηματική παράσταση της διεργασίας και το διάγραμμα T - s . Η διεργασία είναι αντιστρεπτή και αδιαβατική.

Παραδοχές Στις συγκεκριμένες συνθήκες, το ήλιο μπορεί να αντιμετωπιστεί σαν ιδανικό αέριο, εφόσον η θερμοκρασία της διεργασίας είναι πολύ ψηλότερη από την κρίσιμη θερμοκρασία του ηλίου ($T_{cr} = -450^\circ\text{F}$). Επομένως, μπορούν να εφαρμοστούν οι ισεντροπικές σχέσεις που αναπτύχθηκαν προηγουμένως για τα ιδανικά αέρια.



Σχήμα 6-40 Σχηματική παράσταση και διάγραμμα T - s για το παράδειγμα 6-11.

Οι εξισώσεις 6-51 και 6-52 δίνουν το *αντιστρεπτό έργο* εξόδου για εσωτερικά αντιστρεπτές διεργασίες σε διατάξεις σταθεροποιημένης ροής. Οι εξισώσεις αυτές δίνουν αρνητικές τιμές όταν προσδίδεται έργο στο σύστημα. Για να αποφευχθεί το αρνητικό πρόσημο η εξίσωση 6-51 μπορεί να γραφτεί για την κατανάλωση έργου σε συσκευές σταθεροποιημένης ροής, όπως είναι οι συμπιεστές και οι αντλίες, ως εξής:

$$w_{rev, in} = \int_1^2 v \, dP - \Delta ke - \Delta pe \quad (6-53)$$

Στις παραπάνω σχέσεις, μπορεί εύκολα να παρατηρηθεί η αναλογία μεταξύ των $v dP$ και $P dv$. Δεν πρέπει όμως να συγχέονται μεταξύ τους, γιατί το $P dv$ συνδέεται με το αντιστρεπτό έργο ογκομεταβολής σε κλειστά συστήματα (Σχήμα 6-41).

Είναι φανερό ότι για να λυθεί το ολοκλήρωμα της εξίσωσης 6-51, πρέπει να είναι γνωστή η συνάρτηση εξάρτησης του v από την P . Όταν το ρευστό λειτουργίας είναι *ασυμπίεστο*, ο ειδικός όγκος v παραμένει σταθερός κατά τη διάρκεια της διεργασίας και μπορεί να βγει έξω από το ολοκλήρωμα. Τότε, η εξίσωση 6-51 απλοποιείται στη μορφή:

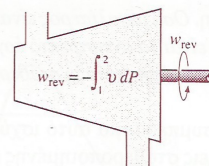
$$w_{rev} = -v(P_2 - P_1) - \Delta ke - \Delta pe \quad (\text{kJ / kg}) \quad (6-54)$$

Για την περίπτωση της σταθεροποιημένης ροής ενός υγρού διαμέσου μιας διάταξης στην οποία δεν παράγεται ούτε καταναλώνεται έργο (όπως το ακροφύσιο ή το τμήμα ενός αγωγού), ο όρος του έργου ισούται με μηδέν. Επομένως, η προηγούμενη εξίσωση παίρνει την μορφή:

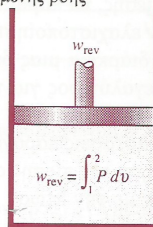
$$v(P_2 - P_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = 0 \quad (6-55)$$

η οποία είναι γνωστή σαν εξίσωση Bernoulli. Η εξίσωση 6-55 αναπτύχθηκε για εσωτερικά αντιστρεπτές διεργασίες και μπορεί να εφαρμοστεί σε ασυμπίεστα ρευστά στα οποία δεν εμφανίζονται παράγοντες αναντιστρεπτότητας, όπως η τριβή ή τα κρουστικά κύματα. Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να τροποποιηθεί, ώστε να συμπεριλάβει και αυτά τα φαινόμενα.

Η εξίσωση 6-52 έχει πολλές εφαρμογές στη μηχανική όσον αφορά διατάξεις που παράγουν ή καταναλώνουν έργο με σταθεροποιημένη ροή, όπως οι στρόβιλοι, οι συμπιεστές και οι αντλίες. Από την εξίσωση αυτή φαίνεται ότι το αντιστρεπτό έργο σταθεροποιημένης ροής συνδέεται με τον ειδικό όγκο του ρευστού που ρέει μέσα από τη



(α) Σύστημα σταθεροποιημένης ροής



(β) Κλειστό σύστημα

Σχήμα 6-41 Εξισώσεις για το αντιστρεπτό έργο σε κλειστά συστήματα και σε συστήματα σταθεροποιημένης ροής.

διάταξη. Όσο μεγαλύτερος είναι ο ειδικός όγκος τόσο μεγαλύτερο είναι το αντιστρεπτό έργο που παράγεται ή καταναλώνεται από τη διάταξη σταθεροποιημένης ροής (Σχήμα 6-42).

Το συμπέρασμα αυτό ισχύει και για τις πραγματικές διατάξεις σταθεροποιημένης ροής. Επομένως, ο ειδικός όγκος ενός ρευστού πρέπει, κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας συμπίεσης, να παραμένει όσο το δυνατό μικρότερος για την ελαχιστοποίηση του απαιτούμενου έργου και κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας εκτόνωσης όσο το δυνατό μεγαλύτερος για τη μεγιστοποίηση του έργου που παράγεται.

Στις εγκαταστάσεις παραγωγής ισχύος με υδρατμό ή αέριο, η αύξηση της πίεσης στην αντλία ή στο συμπιεστή είναι ίση με την πτώση της πίεσης στο στρόβιλο, εφόσον θεωρηθεί αμελητέα η πτώση πίεσης στα άλλα τμήματα της διεργασίας. Στις εγκαταστάσεις παραγωγής ισχύος με υδρατμό, η αντλία λειτουργεί με υγρό μικρού ειδικού όγκου, ενώ ο στρόβιλος λειτουργεί με ατμό, ο ειδικός όγκος του οποίου είναι πολύ μεγαλύτερος. Επομένως, το έργο που παράγεται από το στρόβιλο είναι πολύ μεγαλύτερο από το έργο που καταναλώνεται στην αντλία. Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο οι εγκαταστάσεις παραγωγής ισχύος με υδρατμό κυριαρχούν στην παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.

Εάν στην έξοδο του στροβίλου επρόκειτο να συμπιεστεί ο υδρατμός στην πίεση εισόδου του στροβίλου, πριν ψυχθεί στο συμπιεστή, ώστε να “διασωθεί” η θερμότητα που απορρίπτεται, τότε ο συμπιεστής θα έπρεπε να τροφοδοτείται με όλο το έργο που παράγεται από το στρόβιλο. Στην πραγματικότητα, το απαιτούμενο έργο εισόδου θα ήταν ακόμη μεγαλύτερο από το έργο που παράγεται στο στρόβιλο εξαιτίας των παραγόντων αναντιστρεπτότητας που εμφανίζονται στις δύο διεργασίες.

Στις εγκαταστάσεις παραγωγής ισχύος με αέριο, το ρευστό λειτουργίας (κυρίως αέρας) συμπιέζεται, όταν βρίσκεται στην αέρια κατάσταση και ένα σημαντικό μέρος του έργου, που παράγεται στο στρόβιλο, καταναλώνεται από το συμπιεστή. Ετσι, οι εγκαταστάσεις παραγωγής ισχύος με αέριο παράγουν λιγότερο καθαρό έργο ανά μονάδα μάζας του ρευστού λειτουργίας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6-12 Συμπίεση μιας Ουσίας κατά τη Συνύπαρξη Υγρού-Ατμών

Να υπολογιστεί το έργο που απαιτείται για την ισοτροπική συμπίεση υδρατμού από τα 100 kPa στο 1 MPa με την παραδοχή ότι στην αρχική κατάσταση ο υδρατμός βρίσκεται στην κατάσταση: (α) του κορεσμένου υγρού και (β) του κορεσμένου ατμού.

Λύση Σα σύστημα επιλέγεται ο στρόβιλος και στη συνέχεια η αντλία. Πρόκειται για όγκους ελέγχου, αφού κατά τη διάρκεια της διεργασίας διαμέσου των οριακών επιφανειών μεταφέρεται μάζα. Στο σχήμα 6-43 δίνεται μια σχηματική παράσταση του στρόβιλου και της αντλίας μαζί με το διάγραμμα T-s της διεργασίας.

$$W = -\int_1^2 v dP$$

$$W = -\int_1^2 v dP$$

$$W = -\int_1^2 v dP$$

Σχήμα 6-42 Όσο μεγαλύτερος είναι ο ειδικός όγκος του ρευστού λειτουργίας τόσο μεγαλύτερο είναι το έργο που παράγεται (ή καταναλώνεται) από μια διάταξη σταθεροποιημένης ροής.



Σχήμα 6-43 Σχηματική παράσταση του στρόβιλου και της αντλίας.

Παραδοχές 1 Η διεργασία είναι ισοτροπική και της διαδρομής (α) Συμπίεση υγρού και ατμού.

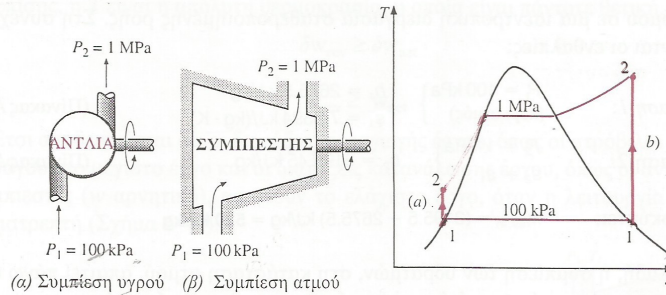
και παραμένει ο

50) (β) Αρχικά, ο υδρατμός συμπιέζεται παραμέτρως βάλλεται σημειολοκληρώματος μεταβάλλεται ει σχέση αυτή δεν εύκολα να βρεθ

Οπότε:

Το ίδιο αποτε

50%
50%



Σχήμα 6-43 Σχηματική παράσταση και διάγραμμα T-s για το παράδειγμα 6-12.

Παραδοχές 1 Η λειτουργία γίνεται κάτω από σταθερές συνθήκες. **2** Οι μεταβολές της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας είναι αμελητέες. **3** Η διεργασία είναι ισεντροπική.

Ανάλυση (α) Στη συγκεκριμένη περίπτωση, ο υδρατμός είναι αρχικά σε μορφή κορεσμένου υγρού και ο ειδικός του όγκος είναι:

$$v_1 = v_{f@100\text{ kPa}} = 0.001043 \text{ m}^3/\text{kg} \quad (\text{Πίνακας Α-5})$$

και παραμένει ουσιαστικά σταθερός κατά τη διάρκεια της διεργασίας. Έτσι:

$$\begin{aligned} w_{\text{rev, in}} &= \int_1^2 v dP \approx v_1(P_2 - P_1) \\ &= (0.001043 \text{ m}^3/\text{kg})[(1000 - 100) \text{ kPa}] \left(\frac{1 \text{ kJ}}{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3} \right) \\ &= 0.94 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

(β) Αρχικά, ο υδρατμός είναι κορεσμένος και κατά τη διάρκεια της διεργασίας συμπίεσης παραμένει στην κατάσταση ατμού. Εφόσον ο ειδικός όγκος ενός αερίου μεταβάλλεται σημαντικά κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας συμπίεσης, για τη λύση του ολοκληρώματος της εξίσωσης 6-53 πρέπει να είναι γνωστός ο τρόπος με τον οποίο μεταβάλλεται ειδικός όγκος v , καθώς μεταβάλλεται η πίεση P . Στη γενική περίπτωση, η σχέση αυτή δεν είναι άμεσα διαθέσιμη. Για μια ισεντροπική διεργασία όμως μπορεί εύκολα να βρεθεί από τη δεύτερη σχέση Tds , θέτοντας $ds = 0$:

$$\left. \begin{aligned} T ds &= dh - v dP \quad (\text{Εξ. 6-24}) \\ ds &= 0 \quad (\text{ισεντροπική διεργασία}) \end{aligned} \right\} v dP = dh$$

Οπότε:

$$w_{\text{rev, in}} = \int_1^2 v dP = \int_1^2 dh = h_2 - h_1$$

Το ίδιο αποτέλεσμα μπορεί να προκύψει και με την εφαρμογή του πρώτου θερμοδυναμικού

ναμικού νόμου σε μια ισηντροπική διεργασία σταθεροποιημένης ροής. Στη συνέχεια, υπολογίζονται οι ενθαλπίες:

$$\begin{array}{l} \text{Κατάσταση 1:} \\ \left. \begin{array}{l} P_1 = 100 \text{ kPa} \\ (\text{κορ. ατμός}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 2675.5 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 7.3594 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \end{array} \quad (\text{Πίνακας A-5}) \\ \text{Κατάσταση 2:} \\ \left. \begin{array}{l} P_2 = 1 \text{ MPa} \\ s_2 = s_1 \end{array} \right\} h_2 = 3195.45 \text{ kJ/kg} \quad (\text{Πίνακας A-6}) \end{array}$$

Οπότε, προκύπτει: $w_{\text{rev, in}} = (3195.5 - 2675.5) \text{ kJ/kg} = 520 \text{ kJ/kg}$

Σχόλια Δηλαδή, η συμπίεση των υδρατμών, στη κατάσταση ατμού, απαιτεί πάνω από 500 φορές περισσότερο έργο από ό,τι η συμπίεση τους στην υγρή κατάσταση, μεταξύ των ίδιων ορίων πίεσης.

Για Αντιστρεπτές Διεργασίες οι Διατάξεις Μόνιμης Ροής Παράγουν το Μέγιστο και Καταναλώνουν το Ελάχιστο Έργο. Απόδειξη

Στο κεφάλαιο 5 δείχθηκε ότι οι κυκλικές διατάξεις (θερμικές μηχανές, ψυγεία και αντλίες θερμότητας), όταν λειτουργούν αντιστρεπτά, αποδίδουν το μέγιστο και καταναλώνουν το ελάχιστο έργο. Στη συνέχεια, θα αποδειχθεί ότι αυτό ισχύει και στις μεμονωμένες διατάξεις, όπως είναι οι στρόβιλοι και οι συμπιεστές σε μόνιμη λειτουργία.

Εξετάζονται δύο διατάξεις μόνιμης ροής, από τις οποίες η μία είναι αντιστρεπτή και η άλλη μη-αντιστρεπτή, που λειτουργούν μεταξύ των ίδιων καταστάσεων εισόδου και εξόδου. Η εξίσωση διατήρησης της ενέργειας για κάθε μία από αυτές τις διατάξεις μπορεί να εκφραστεί σε διαφορική μορφή ως εξής:

Πραγματική: $\delta q_{\text{act}} - \delta w_{\text{act}} = dh + dke + dpe$

Αντιστρεπτή: $\delta q_{\text{rev}} - \delta w_{\text{rev}} = dh + dke + dpe$

Τα δεξιά σκέλη των παραπάνω εξισώσεων είναι ίδια, γιατί και οι δύο διατάξεις λειτουργούν μεταξύ των ίδιων ακραίων καταστάσεων. Έτσι:

$$\delta q_{\text{act}} - \delta w_{\text{act}} = \delta q_{\text{rev}} - \delta w_{\text{rev}}$$

ή $\delta w_{\text{rev}} - \delta w_{\text{act}} = \delta q_{\text{rev}} - \delta q_{\text{act}}$

Όμως:

$$\delta q_{\text{rev}} = T ds$$

Με την αντικατάσταση της τελευταίας σχέσης στην παραπάνω εξίσωση και διαιρώντας τον κάθε όρο με T , προκύπτει:

$$\frac{\delta w_{\text{rev}} - \delta w_{\text{act}}}{T} = ds - \frac{\delta q_{\text{act}}}{T} \geq 0$$

εφόσον $ds \geq \frac{\delta q_{\text{act}}}{T}$ (βλ. εξίσωση 6-8)

Επίσης, η $T =$

ή

Έτσι αποδεικνύεται ότι η παραγωγή του μέγιστου έργου απαιτεί αντιστρεπτή διεργασία.

Σχήμα 6-44 Ένας κύκλος που παράγει το μέγιστο έργο από έναν πηγή θερμότητας που βρίσκεται μεταξύ των T_1 και T_2 .

6-Π ΕΛΑΧΙΣΤΟ

Στην παράγραφο 6-Π, η παραγωγή του μέγιστου έργου απαιτεί αντιστρεπτή διεργασία.

Έτσι, γίνεται φανερό ότι η παραγωγή του μέγιστου έργου απαιτεί αντιστρεπτή διεργασία. Η παραγωγή του ελάχιστου έργου απαιτεί μη-αντιστρεπτή διεργασία. Η παραγωγή του μέγιστου έργου απαιτεί αντιστρεπτή διεργασία. Η παραγωγή του ελάχιστου έργου απαιτεί μη-αντιστρεπτή διεργασία.

Για την καλύτερη κατανόηση της παραπάνω διεργασίας, συμπεριφέρονται οι δύο διεργασίες ως αντιστρεπτή και μη-αντιστρεπτή διεργασία. Η παραγωγή του μέγιστου έργου απαιτεί αντιστρεπτή διεργασία. Η παραγωγή του ελάχιστου έργου απαιτεί μη-αντιστρεπτή διεργασία.

Επίσης, η T είναι η απόλυτη θερμοκρασία, η οποία είναι πάντοτε θετική. Οπότε:

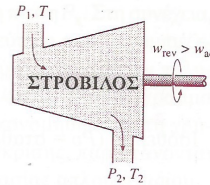
$$\delta w_{\text{rev}} \geq \delta w_{\text{act}}$$

ή

$$w_{\text{rev}} \geq w_{\text{act}}$$

Έτσι αποδεικνύεται ότι οι διατάξεις παραγωγής έργου, όπως οι στρόβιλοι (w θετικό), παράγουν το μέγιστο έργο και οι διατάξεις κατανάλωσης έργου, όπως οι αντλίες και οι συμπιεστές (w αρνητικό), απαιτούν το ελάχιστο έργο, όταν η λειτουργία τους είναι αντιστρεπτή (Σχήμα 6-44).

Σχήμα 6-44 Ένας αντιστρεπτός στρόβιλος παράγει περισσότερο έργο από έναν μη-αντιστρεπτό, όταν και οι δύο λειτουργούν μεταξύ των ίδιων αρχικών και τελικών καταστάσεων.



~~οχι~~

6-11 ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ ΣΥΜΠΙΕΣΗΣ

Στην παράγραφο 6-10 αποδείχθηκε ότι το έργο εισόδου σ' ένα συμπιεστή ελαχιστοποιείται, όταν η διεργασία πραγματοποιείται με τρόπο εσωτερικά αντιστρεπτό. Όταν οι μεταβολές της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας θεωρούνται αμελητέες, το έργο του συμπιεστή δίνεται από την εξίσωση 6-53:

$$w_{\text{rev, in}} = \int_1^2 v dP \quad (6-56)$$

Έτσι, γίνεται φανερό ότι ένας τρόπος ελαχιστοποίησης του έργου του συμπιεστή είναι να πραγματοποιηθεί η διεργασία όσο το δυνατόν περισσότερο εσωτερικά αντιστρεπτή με ελαχιστοποίηση των παραγόντων αναντιστρεπτότητας, όπως η τριβή, η τύρβη και η μη-αντιστρεπτή συμπίεση. Η έκταση στην οποία μπορεί κάτι τέτοιο να επιτευχθεί περιορίζεται από οικονομικούς λόγους. Ο δεύτερος (και πιο πρακτικός) τρόπος μείωσης του έργου του συμπιεστή είναι να διατηρηθεί ο ειδικός όγκος του ρευστού λειτουργίας όσο το δυνατό μικρότερος κατά τη διάρκεια της διεργασίας συμπίεσης. Αυτό πετυγχάνεται με τη διατήρηση της θερμοκρασίας του αερίου όσο το δυνατό χαμηλότερα κατά τη διάρκεια της συμπίεσης, αφού ο ειδικός όγκος του αερίου είναι ανάλογος με τη θερμοκρασία. Επομένως, η ελάττωση του έργου εισόδου στο συμπιεστή απαιτεί την ψύξη του αερίου κατά τη συμπίεσή του.

Για την καλύτερη κατανόηση των αποτελεσμάτων της ψύξης κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας συμπίεσης, συγκρίνονται οι απαιτήσεις έργου εισόδου (κατανάλωσης) σε τρεις διαφορετικές διεργασίες: μια *ισεντροπική* (που δεν περιλαμβάνει ψύξη), μια *πολυτροπική* (που περιλαμβάνει κάποια ψύξη) και μια *ισόθερμη* διεργασία (που περιλαμβάνει πλήρη ψύξη). Με την παραδοχή ότι και οι τρεις διεργασίες πραγματοποιούνται μεταξύ των ίδιων πιέσεων P_1 και P_2 κατά τρόπο εσωτερικά αντιστρεπτό και ότι το αέριο συμπεριφέρεται ιδανικά $Pv=RT$, γίνεται φανερό ότι για κάθε μια από τις παραπάνω

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΝΤΡΟΠΙΑ

