ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

Φυσική ΙΙ

Ενότητα 9: Νόμος Faraday – Κανόνας Lenz – Αυτεπαγωγή

Ιωάννης Γκιάλας
Τμήμα Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης

CC BY NC ND

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

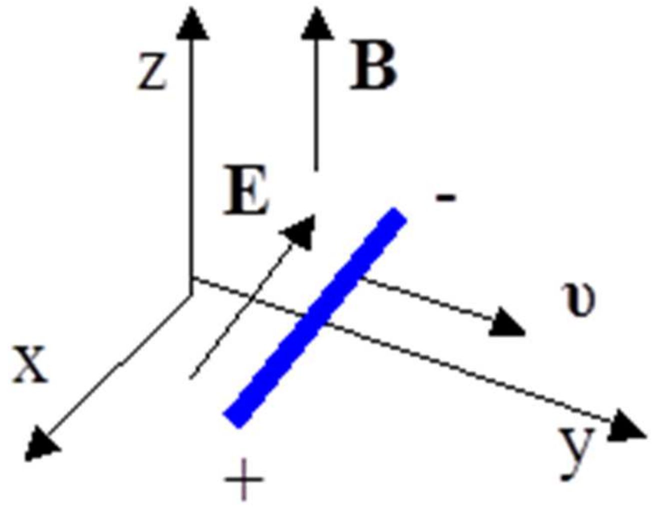
Στόχοι διάλεξης

Πώς να:

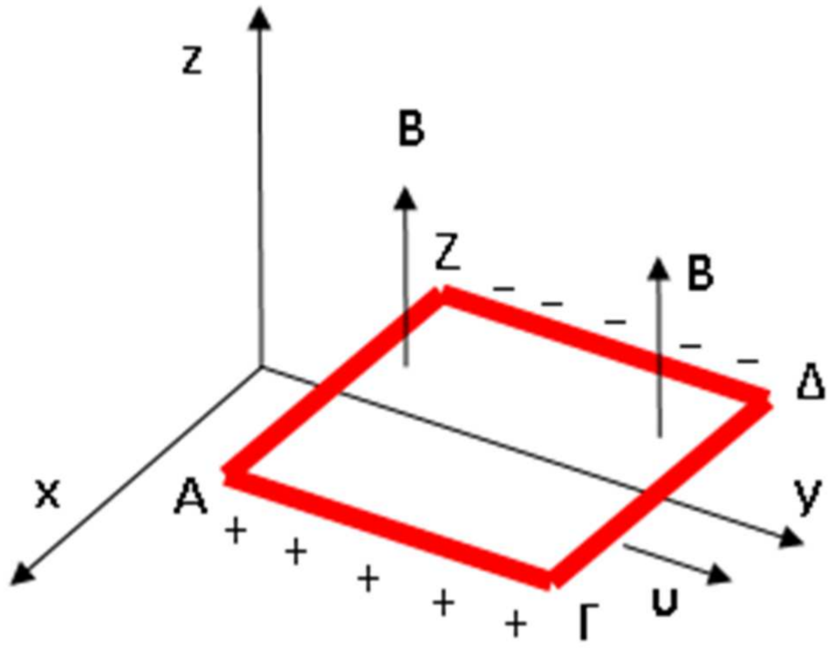
- υπολογίζει την μεταβολή της μαγνητικής ροής.
- εφαρμόζει το νόμο του Faraday για τον υπολογισμό της επαγόμενης ηλεκτρεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ) σε ένα κύκλωμα.
- βρίσκει την πολικότητα μίας επαγόμενης ΗΕΔ χρησιμοποιώντας τον κανόνα το Lenz.
- αναγνωρίζει και να υπολογίζει την αυτεπαγωγή στοιχείων του κυκλώματος.
- υπολογίζει την αποθηκευμένη ενέργεια και την πυκνότητα ενέργειας σε ένα μαγνητικό πεδίο.
- περιγράφει την αρχή λειτουργίας δύο βασικών τεχνολογικών εφαρμογών που βασίζονται στην ηλεκτρομαγνητική επαγωγή.
- γράφει τις εξισώσεις του Maxwell και να εξηγεί πως από αυτές προκύπτουν τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα.

Μαγνητική επαγωγή

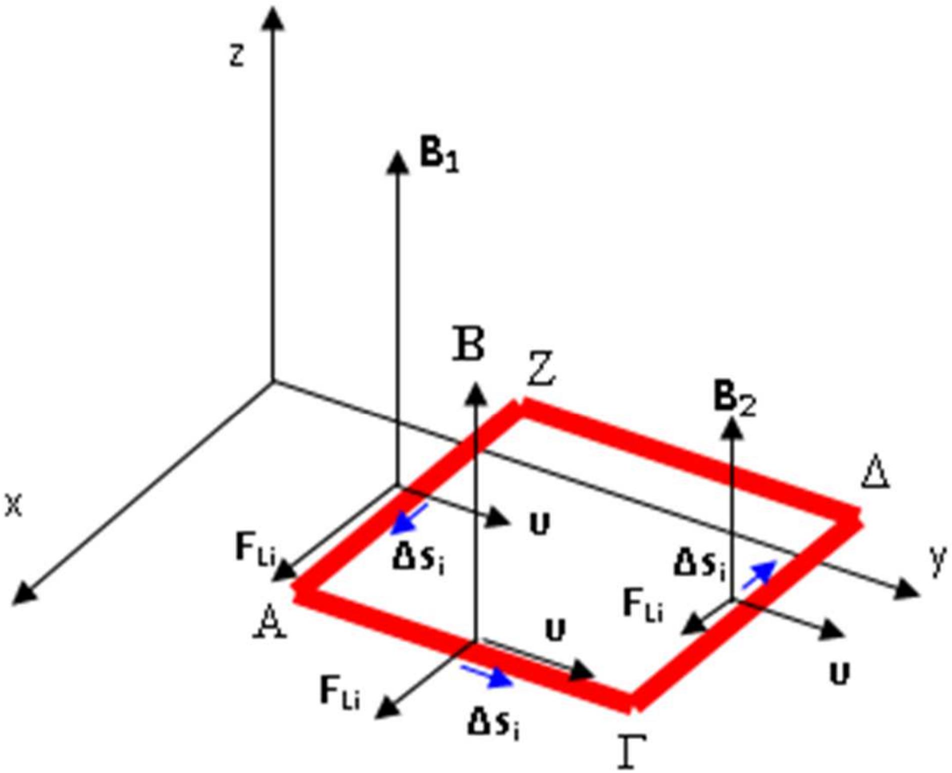
$$V = \frac{W}{e} = \frac{eEd}{e} = Bd\upsilon$$



Κίνηση πλαισίου σχήματος ορθογώνιου παραλληλόγραμμου σε ομογενές μαγνητικό πεδίο



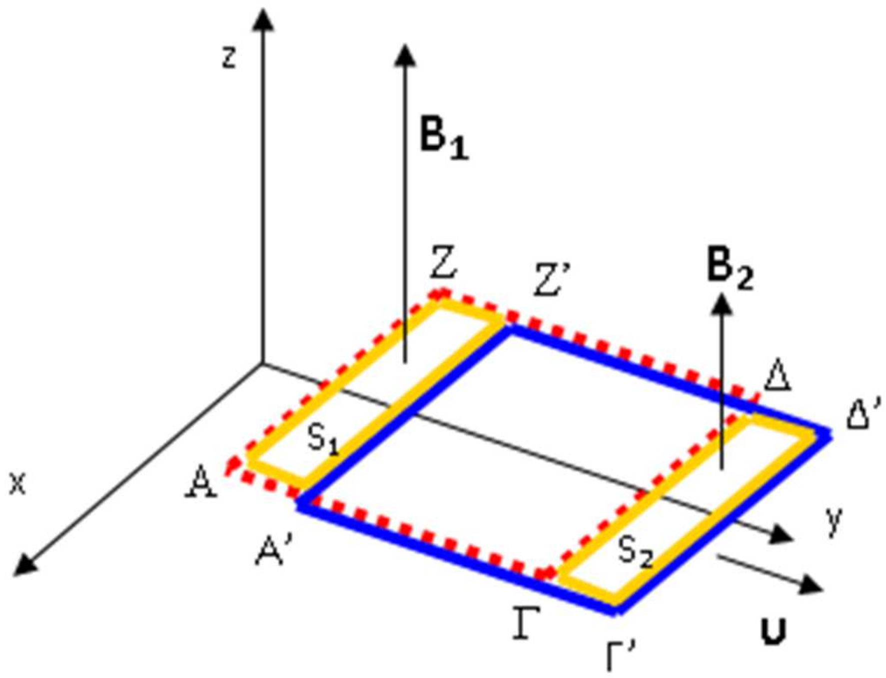
Κίνηση πλαισίου σε ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο



$$HE\Delta = \frac{W}{q} = \frac{1}{q}\lim_{\substack{\Delta s\to 0\\ N\to\infty}}\left(\sum_{i=1}^{N}\mathbf{F}_{\mathbf{L}i}\cdot\mathbf{\Delta s}_i\right) = \lim_{\substack{\Delta s\to 0\\ N\to\infty}}\left(\sum_{i=1}^{N}\mathbf{E}_{\mathbf{i}}\cdot\mathbf{\Delta s}_i\right)$$

Μεταβολή μαγνητικής ροής κατά την κίνηση αγώγιμου πλαισίου μέσα σε ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο

$$d\Phi_B = \Phi(S_2) - \Phi(S_1) = B_2 \upsilon\, dt\, d - B_1 \upsilon\, dt\, d = -\upsilon\, d(B_1 - B_2)dt$$



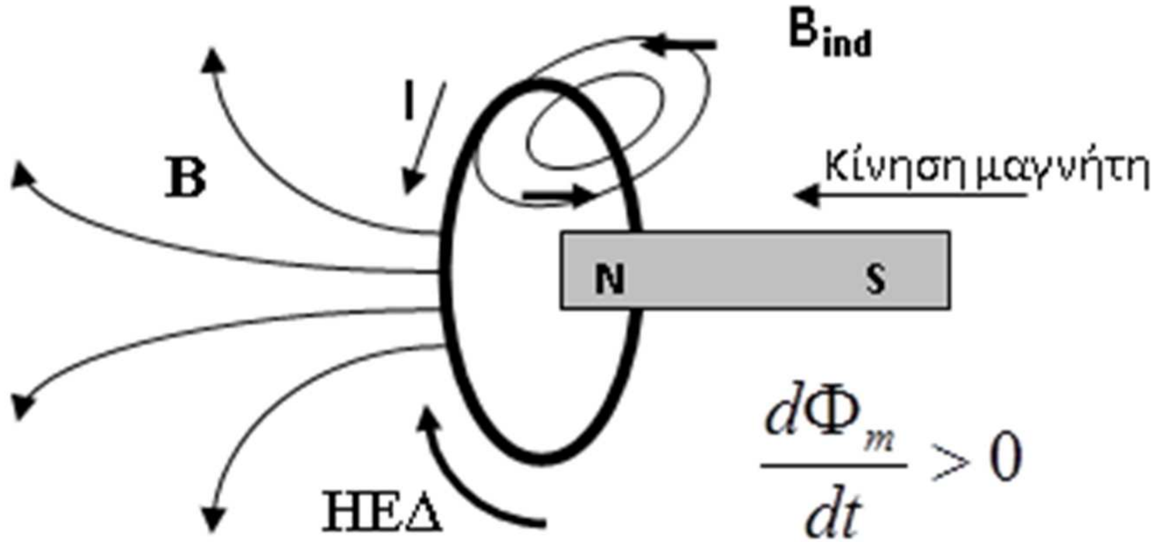
Νόμος του Faraday

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = -\upsilon\, d\left(B_1 - B_2\right)$$

$$\mathrm{HE\Delta} = -\frac{d\Phi_{\mathrm{B}}}{dt}$$

Κανόνας του Lenz

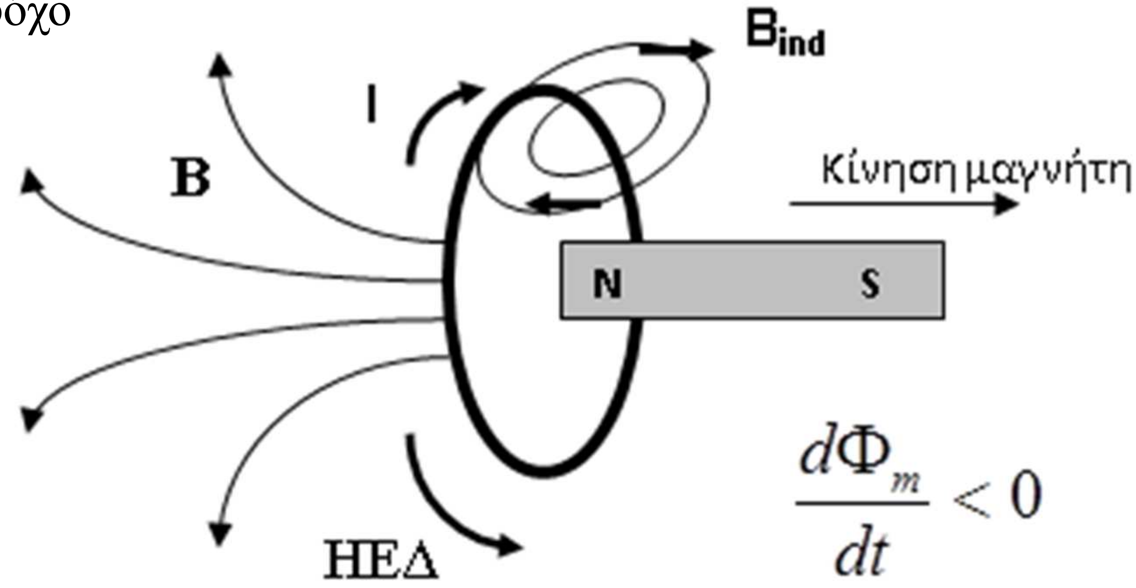
Μεταβολή της μαγνητικής ροής μέσα από τον βρόχο σαν αποτέλεσμα της κίνησης του μόνιμου μαγνήτη προς το βρόχο.



$$\frac{d\Phi_m}{dt} > 0$$

Κανόνας του Lenz (2)

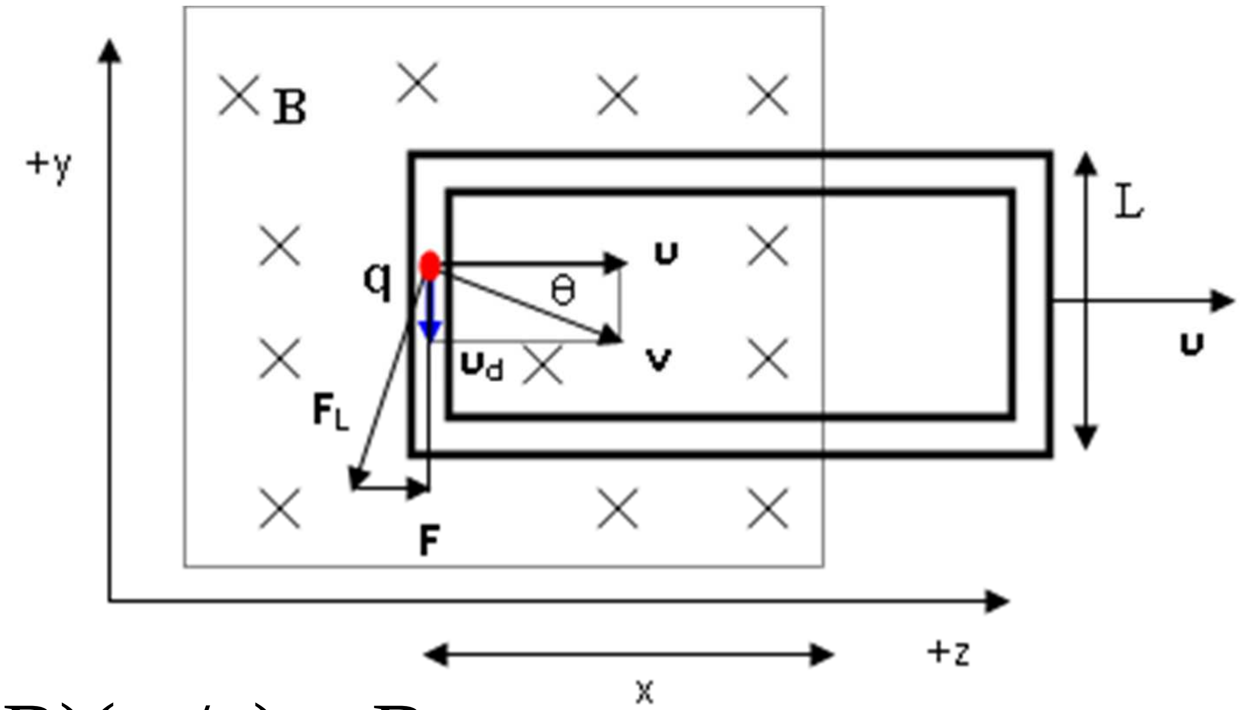
Μεταβολή της μαγνητικής ροής μέσα από τον βρόχο σαν αποτέλεσμα της απομάκρυνσης του μόνιμου μαγνήτη από το βρόχο



$$\frac{d\Phi_m}{dt} < 0$$

Όταν κάποιο αίτιο επάγει ΗΕΔ σε ένα κύκλωμα, το επαγόμενο ρεύμα **αντιτίθεται** στο αίτιο που προκάλεσε την επαγόμενη ΗΕΔ

Κινητική επαγωγή



$$F = F_L \sin\theta = (qvB)(\upsilon_d/v) = qB\upsilon_d$$

$$\Delta W = (qB\upsilon_d)(\upsilon\Delta t) = (qB\upsilon)(\upsilon_d\Delta t) = qB\upsilon\Delta l$$

$$W = qB\upsilon\int dl = qB\upsilon L$$

Με το νόμο Faraday

Άρα $$\text{ΗΕΔ} = \frac{W}{q} = \frac{qB\upsilon L}{q} = B\upsilon L$$

Με το νόμο Faraday

A=L·x.

Φ_m=B·A=B·L·x

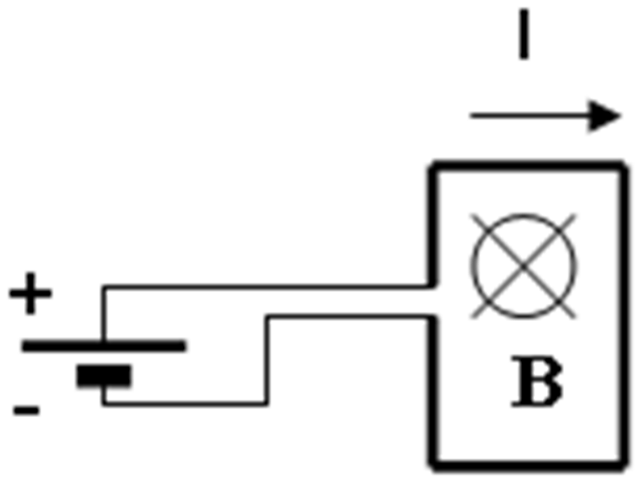
Σε χρόνο dt dA=L·dx

$$\text{ΗΕΔ} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = B\upsilon L$$

$d\Phi_m/dt$=B·L·dx/dt= -B·L·υ

Σύμφωνα με το σχήμα x=-z

Αυτεπαγωγή



Σχήμα 4.8 Κύκλωμα για την μελέτη του φαινομένου της .

Το φαινόμενο στο οποίο επάγεται ΗΕΔ σε ένα κύκλωμα από την μεταβολή του ηλεκτρικού ρεύματος στο ίδιο το κύκλωμα λέγεται **αυτεπαγωγή**.

Αυτεπαγωγή

- Σωληνοειδές

$$N\Phi_m = LI \qquad \text{ΗΕΔ}_L = -\frac{d(N\Phi_m)}{dt}$$

$$\text{ΗΕΔ}_L = -\frac{d(N\Phi_m)}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

$$L = -\frac{\text{ΗΕΔ}_L}{dI/dt}$$

1 henry (H) =1Volt · second / ampere

Παράδειγμα

Αποδείξτε ότι η αυτεπαγωγή σωληνοειδούς μεγάλου μήκους δίνεται από την σχέση $L=\mu_0 n^2 DA$, *όπου* n *είναι ό αριθμός των περιελίξεων ανά μονάδα μήκους,* D *το μήκος του σωληνοειδούς, και* A *η διατομή του σωληνοειδούς.*

Λύση

$$\Phi_m = BA = \mu_0 nIA$$

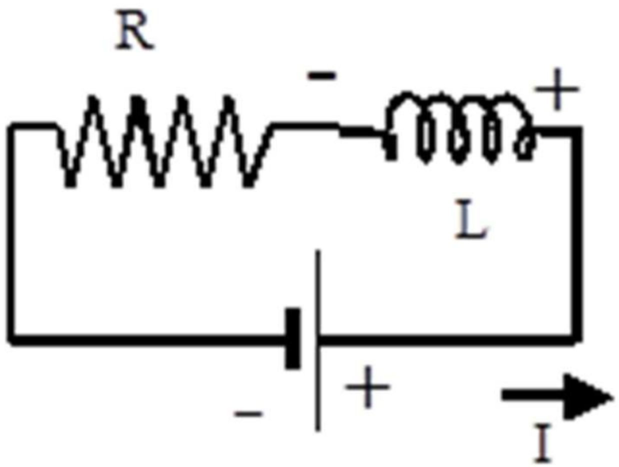
$$N\Phi_m = LI$$

$$N\Phi_m = \mu_0 \frac{N^2}{D} IA = LI \Rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 A}{D}$$

$$L = \frac{\mu_0 (nD)^2 A}{D} = \mu_0 n^2 DA$$

Ενέργεια αποθηκευμένη σε μαγνητικό πεδίο

$$\text{ΗΕΔ} - L\frac{dI}{dt} - RI = 0$$

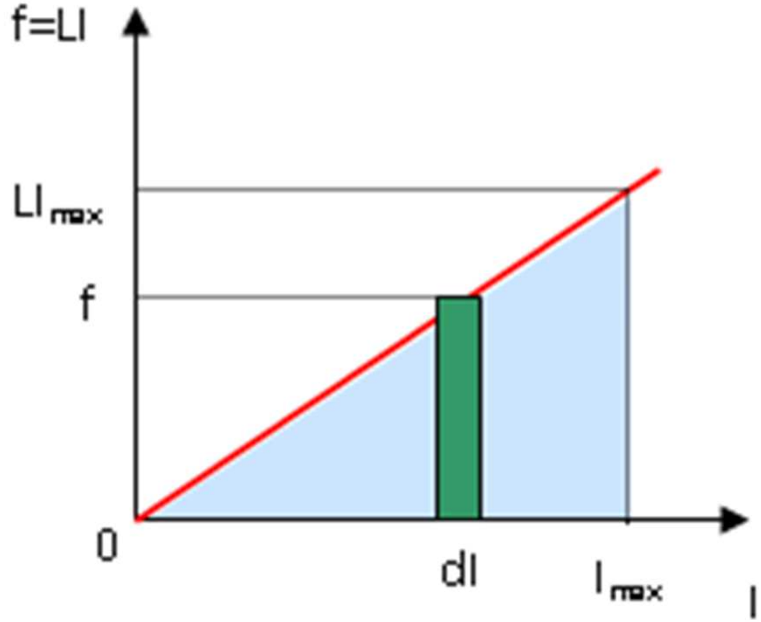


$$dq \cdot \text{ΗΕΔ} - dq \cdot L\frac{dI}{dt} - dq \cdot RI = 0$$

$$dU = dq \cdot L \cdot \frac{dI}{dt} = L \cdot \frac{dq}{dt} \cdot dI = L \cdot I \cdot dI$$

Ενέργεια σε μαγνητικό πεδίο

$$U = \frac{1}{2} L I_{\max}^2$$



$$U = \int_0^U dU = L \int_0^I I dI \quad \Rightarrow \quad U = \frac{1}{2} L I^2$$

Πυκνότητα ενέργειας

$$\upsilon_m = \frac{U}{Al} = \frac{\frac{1}{2}LI^2}{Al} = \frac{1}{2}\left(\mu_0 n^2 Al\right)\frac{I^2}{Al} = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 I^2$$

$B=\mu_0 nI$

$$u_m = \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

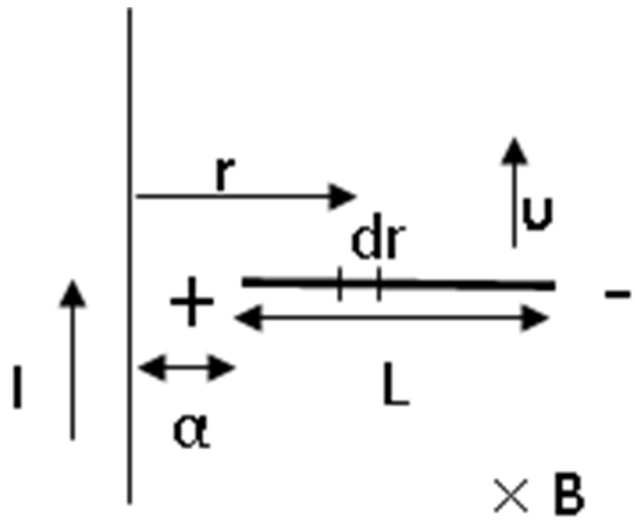
Παράδειγμα

- *Μία ράβδος μήκους L βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο και είναι κάθετη σε μακρύ ευθύγραμμο σύρμα που διαρρέεται από ρεύμα I (πχ. φαντασθείτε ότι και τα δύο βρίσκονται στην επιφάνεια ενός λείου τραπεζιού). Η ράβδος κινείται με ταχύτητα υ παράλληλα προς το σύρμα. Να βρεθεί η επαγωγική ΗΕΔ που αναπτύσσεται στα άκρα της.*

Λύση

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$dV = B\upsilon dr.$$



$$HE\Delta = \int_0^{HE\Delta} dV = \int_a^{a+L} \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\upsilon dr = \frac{\mu_0 I\upsilon}{2\pi}\int_a^{a+L}\frac{1}{r}dr = \frac{\mu_0 I\upsilon}{2\pi}\ln\left(\frac{a+L}{a}\right)$$

Άσκηση

Ένας χάλκινος βρόχος ακτίνας 10 cm με διάμετρο σύρματος 1 mm τοποθετείται κάθετα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, το οποίο μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό 0.01 T/s από μηδέν μέχρι 1 T. Βρείτε (α) Το ρυθμό παραγωγής ενέργειας που εκλύεται υπό την μορφή θερμότητας πάνω στο σύρμα του βρόχου. (Η ειδική αντίσταση του χαλκού είναι 1.7×10^{-8} Ωm). (β) Την συνολική θερμική ενέργεια που εκλύεται.

Λύση

$$R = \rho \frac{L}{A} = \left(1.7 \times 10^{-8}\,\Omega m\right) \frac{2\pi 0.1\,m}{\pi\left(10^{-3}\,m\right)^{2}} = 3.4 \times 10^{-3}\,\Omega$$

$$V_{\text{ΗΕΔ}} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(BA_{\beta\rho}\right) = \frac{dB}{dt} A_{\beta\rho} = \left(0.01\,Ts^{-1}\right)\left(\pi 0.1^{2}\right) = 3.14 \times 10^{-4}\,Volt$$

$$P = \frac{V^{2}}{R} = \frac{\left(3.14 \times 10^{-4}\right)^{2}}{3.4 \times 10^{-3}} W = 2.9 \times 10^{-5}\,W$$

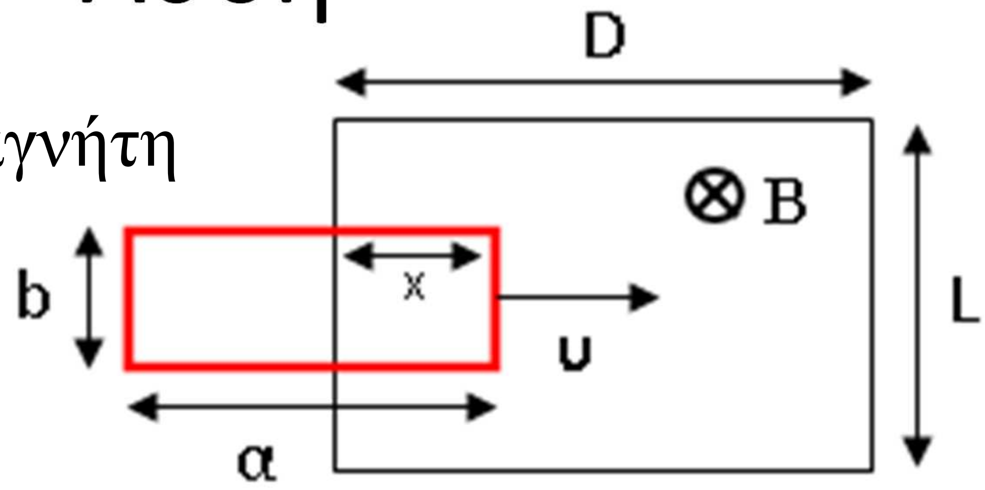
$$E = P \cdot \Delta t = 2.9 \times 10^{-4}\,J$$

Άσκηση

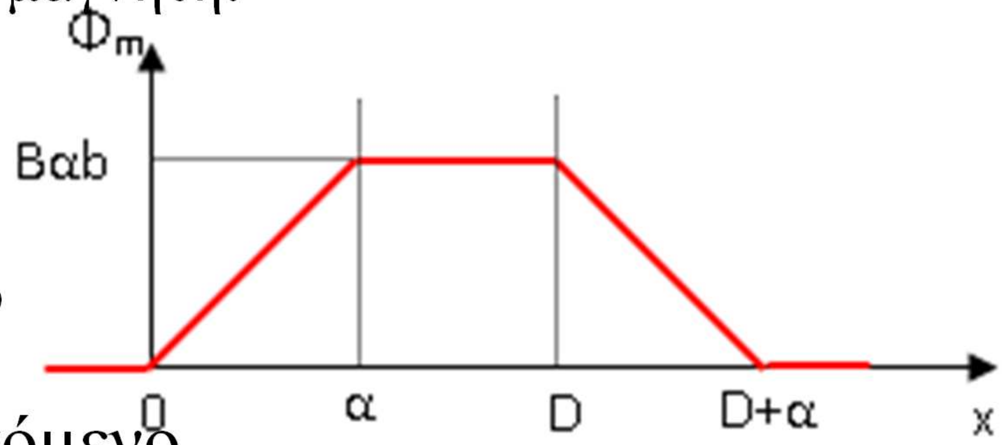
Ένα ορθογώνιο πλαίσιο διαστάσεων a *και* b *μπαίνει με ταχύτητα* ***υ*** *κάθετα σε περιοχή σταθερού μαγνητικού πεδίου* ***B*** *που δημιουργείται από μαγνήτη με πόλους ορθογώνιας διατομής μήκους D και L, έτσι ώστε η πλευρά* a *να είναι παράλληλη στην πλευρά D. (α) Υπολογίστε την ροή* Φ_m *σαν συνάρτηση του μήκους x του πλαισίου που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο. (β) Παραστήσετε την* Φ_m *γραφικά, (γ) Παραστήσετε ποιοτικά την επαγώμενη ΗΕΔ.*

Λύση

$\Phi_m=0$ έξω από τον μαγνήτη



$\Phi_m=B(ab)$ πλήρως μέσα στο μαγνήτη.



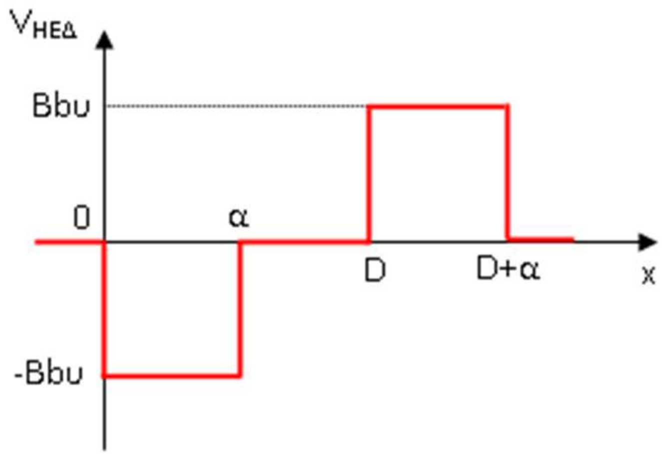
$\Phi_m=B(xb)$ εισερχόμενο

$\Phi_m=Bb(\alpha-(x-D))$ εξερχόμενο.

Λύση (β) ΗΕΔ

$$V_{\mathrm{HE\Delta}} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(Bbx\right) = -Bb\frac{dx}{dt} = -Bb\upsilon < 0$$

$$V_{\mathrm{HE\Delta}} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(Bb(a-(x-D))\right) = Bb\frac{dx}{dt} = Bb\upsilon > 0$$



Άσκηση

Υπολογίστε την ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο μαγνητικό πεδίο της γής στον χώρο που περιέχεται μεταξύ της επιφάνειας της Γης (ακτίνα περίπου 6500 km) *και σε ύψος* 5 km. *Το μαγνητικό πεδίο της Γης είναι* 5×10^{-5} *T και μπορεί να θεωρηθεί σταθερό στην περιοχή που αναφέρεται στο πρόβλημα.*

Λύση

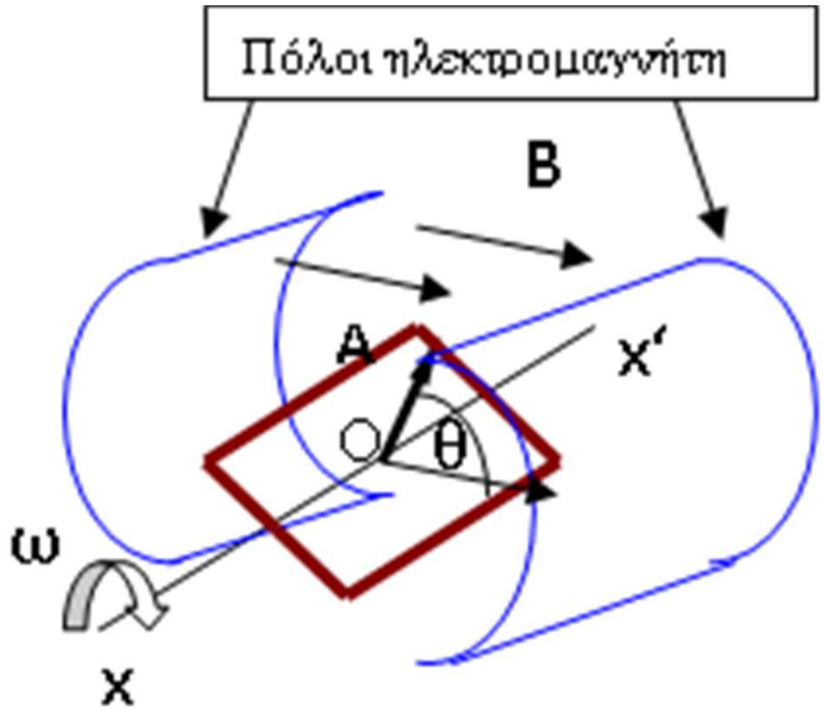
$$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\left(5\times10^{-5}\ T\right)^2}{2\left(4\pi\times10^{-7}\ Tm/A\right)} = 0.99\times10^{-3}\ Jm^{-3}$$

$$V = \left(4\pi R^2\right)h = \left(4\times3.14\times6.5^2\times10^{12}\ m^2\right)\left(5\times10^3\ m\right) = 2.65\times10^{18}\ m^3$$

$$U_m = u_m V = 2.65\times10^{15}\ J = 2.65\times10^3\ TJ \quad (Terajoule)$$

Ηλεκτρογεννήτριες

$$\text{ΗΕΔ} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -BA\frac{d\cos(\omega t)}{dt} = BA\omega\sin(\omega t) \qquad (4.21)$$

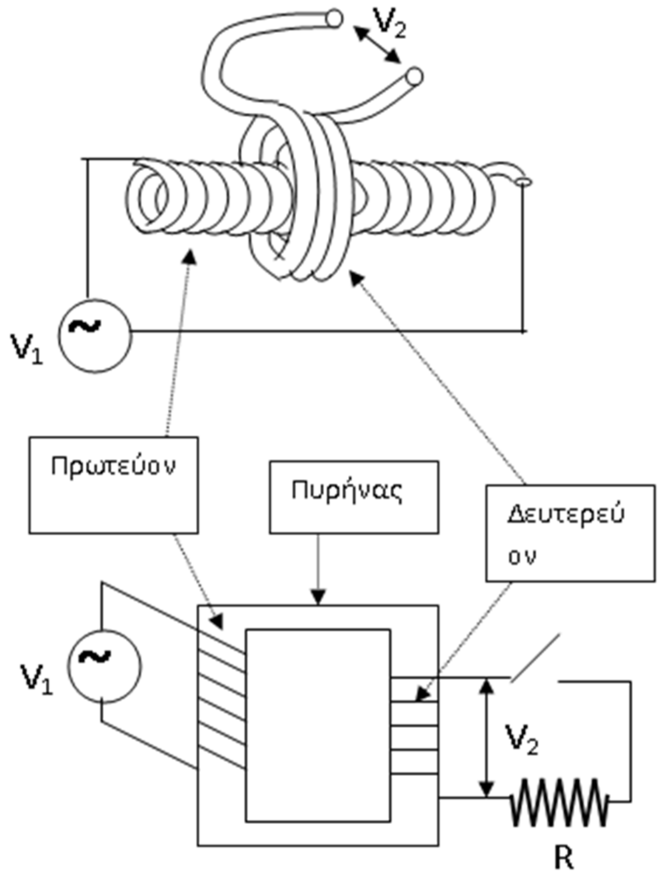


Μετασχηματιστές

$$V_1 = N_1 E_{\sigma\pi} = -N_1 \frac{d\Phi_m}{dt} \qquad (4.22)$$

$$V_2 = N_2 E_{\sigma\pi} = -N_2 \frac{d\Phi_m}{dt} \qquad (4.23)$$

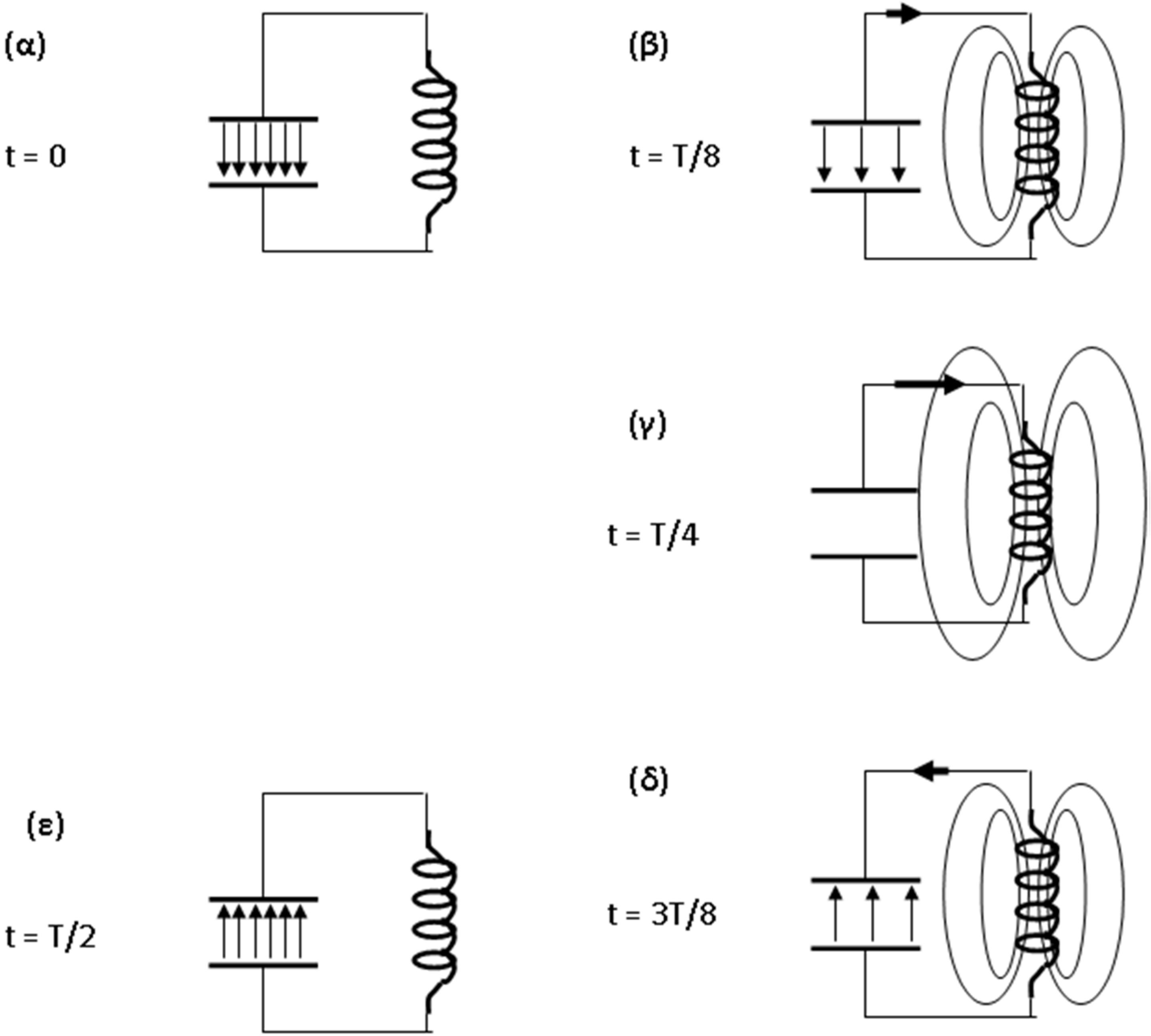
$$V_2 = V_1 \frac{N_2}{N_1} \qquad (4.24)$$



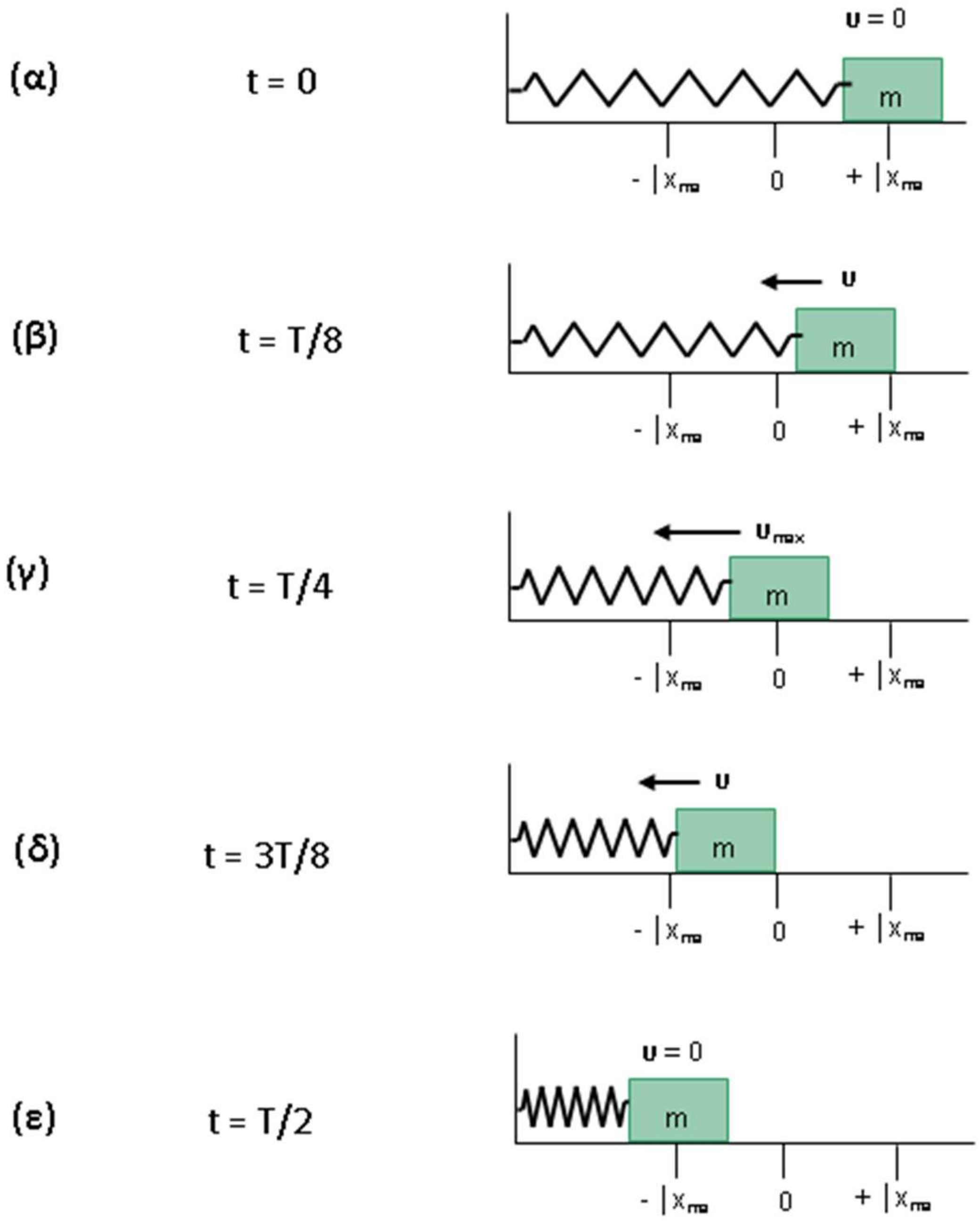
Ηλεκτρομαγνητικές ταλαντώσεις - Κυκλώματα LC

$$E_C = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$E_L = \frac{1}{2} L I^2 \qquad (4.26)$$


(α)
t = 0
(β)
t = T/8
(γ)
t = T/4
(δ)
t = 3T/8
(ε)
t = T/2

Μηχανικό ανάλογο



$$\frac{dE}{dt}=\frac{d\left(E_L+E_C\right)}{dt}=0\Rightarrow\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}LI^2+\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\right)=0\Rightarrow$$

$$LI\frac{dI}{dt}+\frac{Q}{C}\frac{dQ}{dt}=0\Rightarrow LI\frac{dI}{dt}+\frac{Q}{C}I=0\Rightarrow\frac{d}{dt}\left(\frac{dQ}{dt}\right)+\frac{Q}{LC}=0$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{d^2Q}{dt^2}=-\frac{1}{LC}Q \qquad \vdots \qquad (4.27)$$

$$Q=Q_0\sin(\omega t+\frac{\pi}{2}) \qquad (4.27.\alpha)$$

$$\omega=\frac{2\pi}{\mathrm{T}}=\frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (4.28)$$

$$I=\frac{dQ}{dt}=\omega Q_0\cos(\omega t+\frac{\pi}{2}) \qquad (4.27.\beta)$$

Παράδειγμα

Περιγράψτε σαν συνάρτηση του χρόνου την ενέργεια του πηνίου, την ενέργεια του πυκνωτή και την ολική ενέργεια.

Απάντηση

Είδαμε ότι μία συνάρτηση που ικανοποιεί την εξίσωση 4.27 είναι η $Q = Q_0 \sin(\omega t+\varphi)$. *Κατά συνέπεια η ένταση ρεύματος δίνεται από την* $I=Q_0\omega\cos(\omega t+\varphi)= I_0 \cos(\omega t+\varphi)$. *Αν δεχθούμε για* $t=0$, *ότι* $I=I_0$, *έπεται ότι* $\varphi=0$. *Επίσης, τότε το* $Q=0$. *Η ενέργεια του πυκνωτή θα είναι*

$$E_C = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C}\sin^2(\omega t)$$

$$E_L = \frac{LI^2}{2} = \frac{1}{2}LI_0^2\cos^2(\omega t)$$

$$E_L = E_C + E_L = \frac{Q_0^2}{2C}\sin^2(\omega t) + \frac{1}{2}LI_0^2\cos^2(\omega t)$$

$$E = \frac{Q_0^2}{2C}$$

$$E_C^{\max} = E_L^{\max} \Rightarrow \frac{Q_0^2}{C} = LI_0^2$$

Άσκηση

Ένα κύκλωμα LC με L=0.05 H τίθεται σε ταλάντωση. Το μέγιστο ρεύμα που μπορεί να περάσει το κύκλωμα χωρίς αυτό να καταστραφεί είναι 50 mA. (a) Αν ο πυκνωτής έχει τάση κορυφής 50 V μπορεί το κύκλωμα να λειτουργήσει ασφαλώς σε συχνότητα 1 MHz; (β) Πόση είναι η ελάχιστη χωρητικότητα; (γ) Πόση είναι η μέγιστη συχνότητα λειτουργίας;

Λύση

(α) Η μέγιστη ενέργεια που μπορεί να αποθηκευθεί στο σύστημα είναι

$$E_{\max} = LI_{\max}^{2} = 0.05 \times \left(50 \times 10^{-3}\right)^{2} J = 0.125\,mJ$$

Η χωρητικότητα που αντιστοιχεί σε συχνότητα ν = 1 MHz είναι

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \left(4\pi^{2}\nu^{2}L\right)^{-1} = \left(4 \times 3.14^{2} \times 10^{12} \times 0.05\right)^{-1} = 0.5 \times 10^{-12}\,F$$

Η μέγιστη ενέργεια επίσης δίνεται από την σχέση $E_{\max} = \dfrac{Q_{\max}^{2}}{C}$. Άρα το μέγιστο φορτίο που πρέπει να κρατήσει ο πυκνωτής για την δεδομένη χωρητικότητα είναι

$$Q_{\max} = \sqrt{E_{\max}C} = \left(0.125 \times 10^{-3} \times 0.5 \times 10^{-12}\right)^{1/2} = 7.9 \times 10^{-9}\,C$$

Σε αυτή την περίπτωση ο πυκνωτής θα έχει δυναμικό

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{7.9 \times 10^{-9}}{0.5 \times 10^{-12}} V = 15.8 \times 10^{3} V$$

Αυτή η τιμή είναι πολύ μεγαλύτερη από το V_{max} = 50 V που μπορεί να αντέξει ο πυκνωτής.

Λύση

Για δεδομένη ενέργεια του κυκλώματος, η ελάχιστη χωρητικότητα δίνεται από

$$E = \frac{Q_{\max}^2}{C} = \frac{V_{\max}^2 C^2}{C} \Rightarrow C_{\min} = \frac{E}{V_{\max}^2} = \frac{0.125\times 10^{-3}}{50^2} = 0.5\times 10^{-7}\ F$$

(γ) Η μέγιστη συχνότητα λειτουργίας βρίσκεται από την σχέση

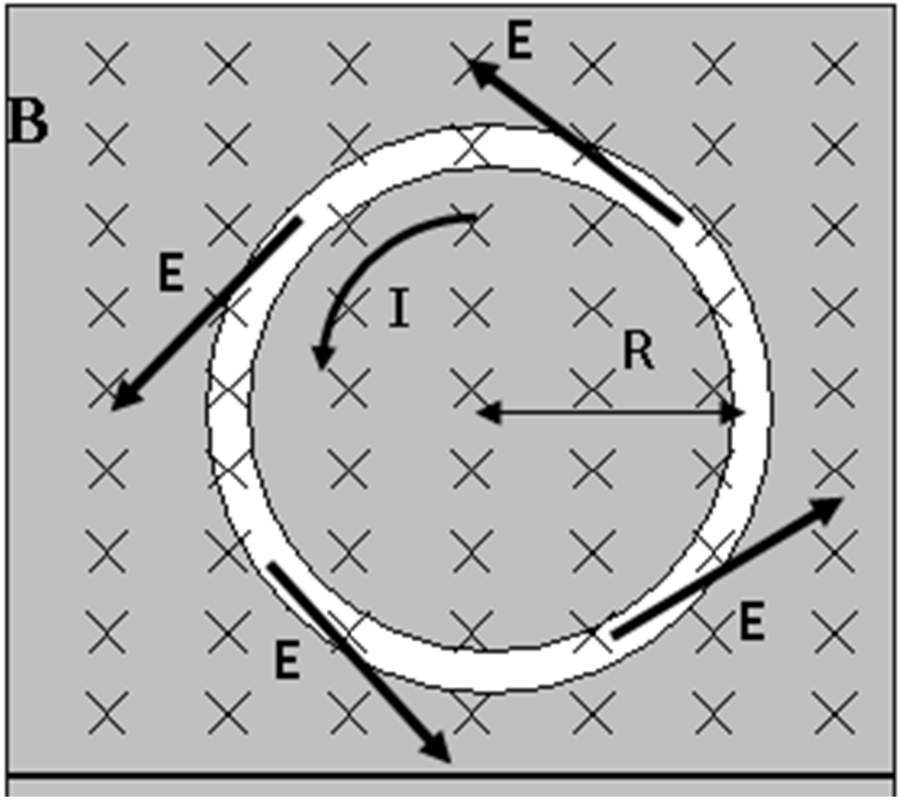
$$\omega_{\max} = 2\pi\nu_{\max} = \frac{1}{\sqrt{LC_{\min}}} \Rightarrow \nu_{\max} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{\min}}} =$$

$$\frac{1}{2\pi}\left(0.05\times 0.5\times 10^{-7}\right)^{-1/2} = 637\ Hz$$

Άσκηση

Ένα κύκλωμα LC με L=0.05 H τίθεται σε ταλάντωση. Το μέγιστο ρεύμα που μπορεί να περάσει το κύκλωμα χωρίς αυτό να καταστραφεί είναι 50 mA. (a) Αν ο πυκνωτής έχει τάση κορυφής 50 V μπορεί το κύκλωμα να λειτουργήσει ασφαλώς σε συχνότητα 1 MHz; (β) Πόση είναι η ελάχιστη χωρητικότητα; (γ) Πόση είναι η μέγιστη συχνότητα λειτουργίας;

Ηλεκτρομαγνητικά πεδία



$$HE\Delta = \oint_C \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds} = \oint_C E\,ds = E \oint_C ds = E(2\pi R)$$

$$W = \mathrm{q}\lim_{\substack{\Delta l \to 0 \\ N \to \infty}} \left(\sum_{i=1}^{N} \mathbf{E_i} \cdot \mathbf{\Delta l}_i \right) = \mathrm{q} \cdot \mathrm{HE\Delta} \qquad (4.29)$$

Η δύναμη που ασκείται σε ένα φορτίο από ένα **εξ επαγωγής ηλεκτρικό πεδίο** δεν είναι διατηρητική.

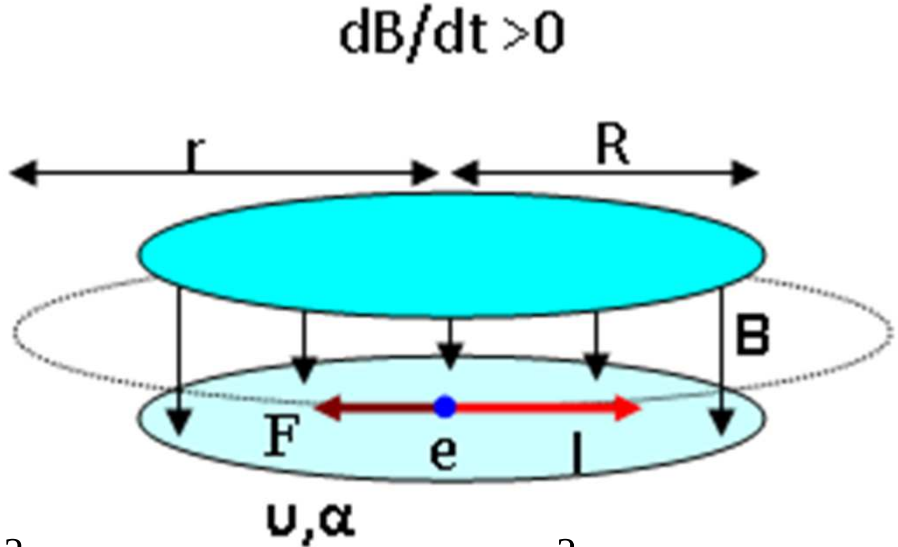
Άσκηση

- *Ένα μαγνητικό πεδίο περιορίζεται σε χώρο κυκλικής διατομής R=10 cm. Το μέτρο του μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό 0.01 T/s. Περιγράψτε την στιγμιαία επιτάχυνση* ***a*** *(υπογραμμίζω: διάνυσμα) που υφίσταται ένα ηλεκτρόνιο που θα βρεθεί σε απόσταση από το κέντρο του πεδίου (α) 5 cm, (β) 10 cm, (γ) 15 cm.*

Λύση

$$F = ma = Ee \Rightarrow a = \frac{Ee}{m}$$

$$\frac{dB}{dt}\left(\pi\rho^2\right) = E\left(2\pi r\right) \Rightarrow E = \frac{dB}{dt}\frac{\rho^2}{2r}$$



$$a = \frac{e}{m}\frac{dB}{dt}\frac{\rho^2}{2r} = \left(1.76\times 10^{11}\right)0.1\frac{\rho^2}{2r} \Rightarrow a = 8.8\times 10^9\,\frac{\rho^2}{r}$$

Λύση

- r = 0.05m

$$a = 8.8\times10^{9}\times0.05\,ms^{-2} = 0.44\times10^{9}\ ms^{-2}$$

- r = 0.1 m　　　ρ = r = R = 0.1 m

$$a = 8.8\times10^{9}\times0.1\,ms^{-2} = 0.88\times10^{9}\ ms^{-2}$$

- r = 0.15 m　　　ρ = R = 0.1 m

$$a = 8.8\times10^{9}\,\frac{0.1^{2}}{0.15}\ ms^{-1} = 0.59\times10^{9}\ \ ms^{-1}$$

Εξισώσεις Maxwell

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{ds} = 0$$

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}$$

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot \mathbf{dl} = \mu_0 I + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t}$$