



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

Φυσική II

Ενότητα 7: Μαγνητικό Πεδίο

Ιωάννης Γκιάλας

Τμήμα Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Στόχοι διάλεξης

Ο φοιτητής να μάθει:

- περιγράφει ένα μαγνητικό πεδίο και την κίνηση ενός φορτίου μέσα σε αυτό.
- αναγνωρίζει σημαντικά φαινόμενα και τεχνολογικές εφαρμογές που σχετίζονται με κίνηση φορτίων μέσα σε μαγνητικά πεδία.
- αναγνωρίζει τις πηγές του μαγνητικού πεδίου, δηλαδή τα ηλεκτρικά ρεύματα, και τους νόμους που διέπουν την παραγωγή μαγνητικών πεδίων, δηλαδή το νόμο του Ampere και το νόμο των Biot-Savart.
- εφαρμόζει τη θεωρία σε πρακτικά προβλήματα όπως η ροπή σε ρευματοφόρο πλαίσιο, το μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς, και η δύναμη μεταξύ παράλληλων αγωγών.

Γνωριμία με μαγνητικά φαινόμενα

- Ιδιότητες μαγνητών από την αρχαιότητα
- Μελέτες Ampere, Oersted, Faraday αρχές 19^{ου} αι.
- Πείραμα Oersted με μαγνητική βελόνα σε ρευματοφόρο αγωγό
- Ακολουθούν Maxwell και Hertz. Τέλη 19^{ου} αι.
- Υπάρχει η σύνδεση ηλεκτρικών και μαγνητικών φαινομένων.
- Τα μαγνητικά φαινόμενα οφείλονται σε κινήσεις ηλεκτρονίων και σε μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά πεδία.

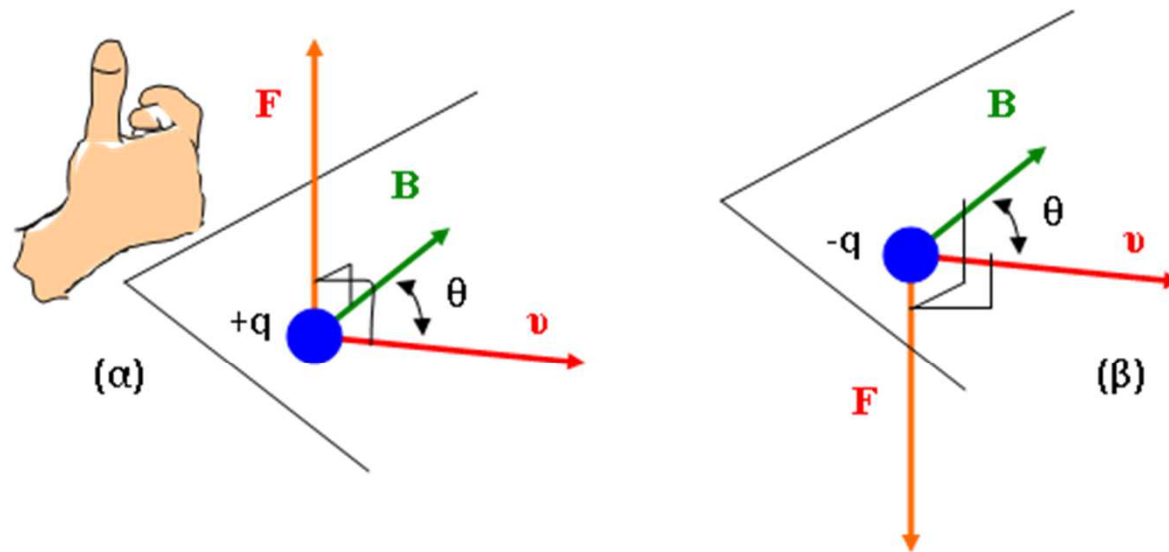
Ιδιότητες μαγνητών

- Πυξίδες
- Βόρειος-Νότιος πόλος, έλξη-άπωση
- Δεν μπορούν να ξεχωρίσουν
- Μαγνητικό πεδίο της γης. Που οφείλεται;
- Υπάρχουν μαγνητικά μονόπολα;

Από μελέτη κινούμενων φορτίων σε μαγνητικό πεδίο

Διάνυσμα μαγνητικής
επαγωγής B

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$



Σχήμα 3.1 Εύρεση της κατεύθυνσης της δύναμης που ασκείται σε κινούμενο φορτίο από μαγνητικό πεδίο με την μέθοδο του κανόνα του δεξιού χεριού. (α) Θετικό φορτίο, (β) Αρνητικό φορτίο.

Δύναμη Lorentz

Μονάδες μαγνητικής επαγωγής

- $1 \text{ T} = 1 \text{ N} \cdot \text{Cb}^{-1} \cdot \text{sec} \cdot \text{m}^{-1}$ ή $1 \text{ Tesla} = 1 \text{ Newton}/(\text{Ampere} \cdot \text{meter})$
- $1 \text{ Tesla} = 10^4 \text{ Gauss}$

Χαρακτηριστικά Μαγνητικά πεδία:

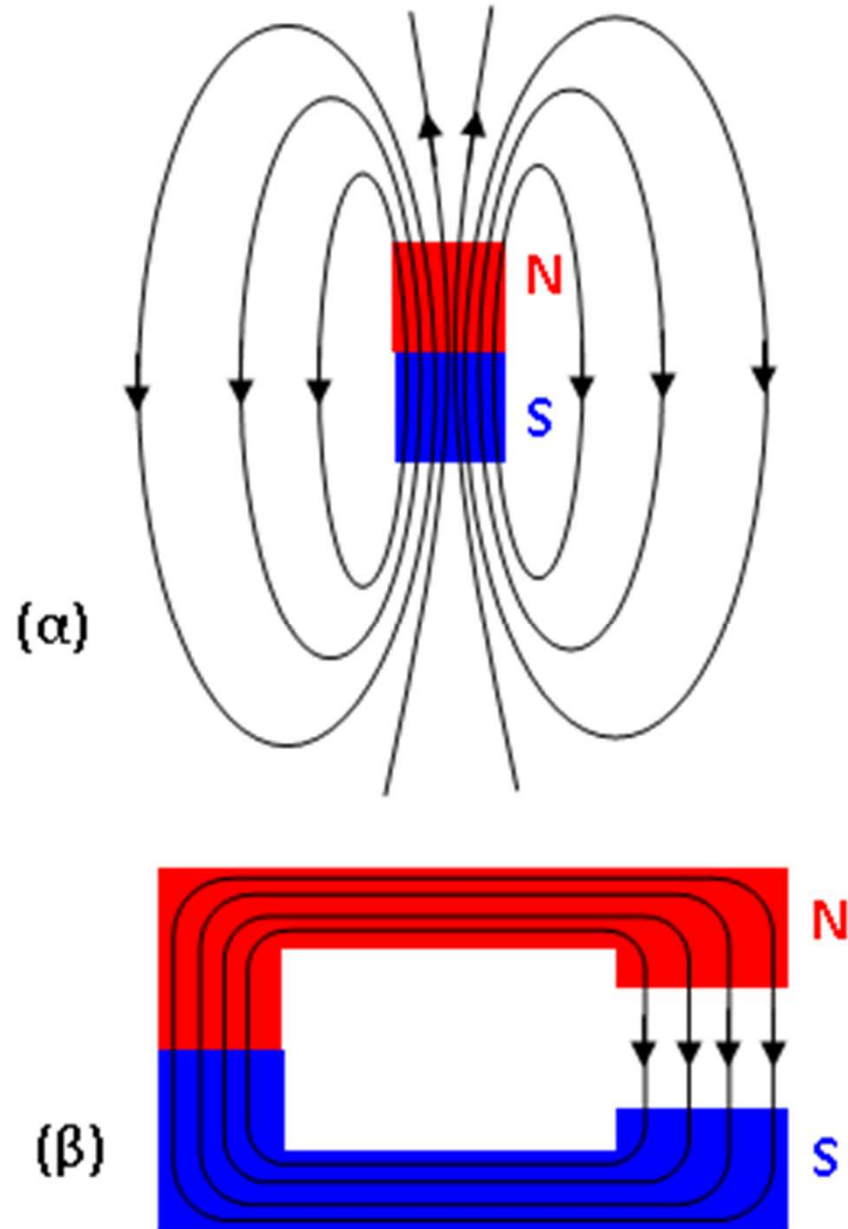
- Γης $B=0.5 \text{ Gauss}$
- Συμβατικού ηλεκτρομαγνήτη με πυρήνα μαλακού σίδηρου 2.5 T
- Υπεραγώγιμων ηλεκτρομαγνητών $10\text{-}20 \text{ T}$

Δύναμη Lorentz

$$\mathbf{F}_L = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Απεικόνιση μαγνητικού πεδίου

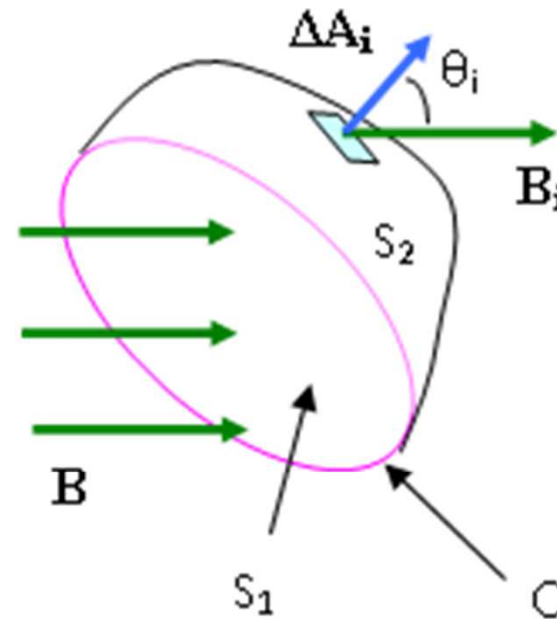
- Γραμμές μαγνητικού πεδίου, ιδιότητες
- Πυρήνας
- Ομογενές μαγνητικό πεδίο



Μαγνητική ροή

$$\Phi_B \equiv \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

Μονάδα μέτρησης της
ροής μαγνητικού πεδίου
 $1 \text{ Wb (Weber)} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$



Σχήμα 3.3 Ορισμός της ροής μαγνητικού πεδίου. Η ίδια ροή περνάει από τις επιφάνειες S_1 και S_2 .

Νόμος του Gauss για τον μαγνητισμό

- Υπενθύμιση: Νόμος Gauss για ηλεκτρισμό

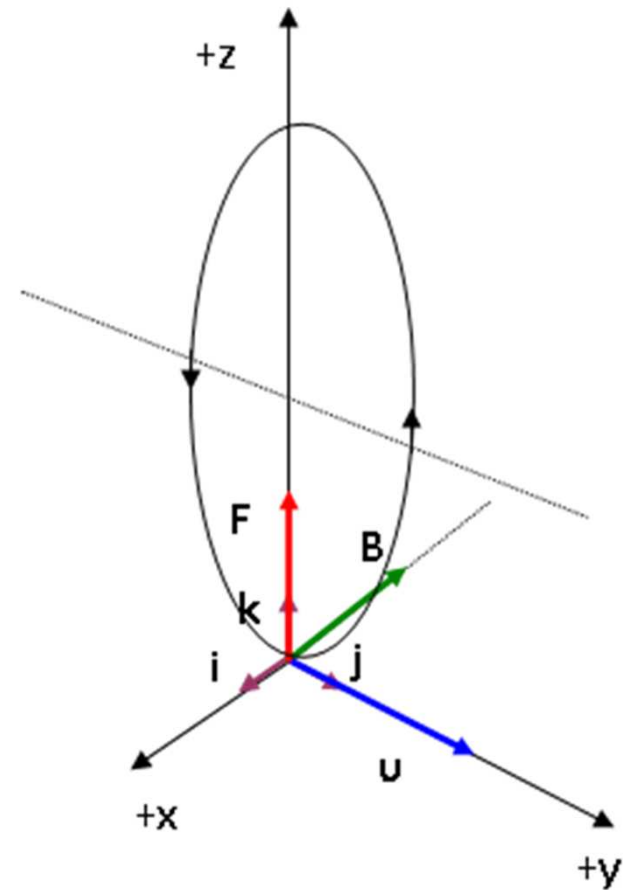
$$\Phi_E = \oint_A \vec{E} \cdot \vec{dA} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_B = \oint_A \vec{B} \cdot \vec{dA} = 0 \quad \text{για μαγνητισμό}$$

- Αντικατοπτρίζει την απουσία μονοπόλων

Παράδειγμα

- Ένα φορτισμένο σωματίο με μάζα $m=10^{-6}$ kg και φορτίο $q=2.0 \times 10^{-5}$ C έχει αρχική ταχύτητα $\mathbf{v}=(2.0 \times 10^3)\mathbf{j}$ m/s και εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Προσδιορίστε την επιτάχυνση όταν το πεδίο $\mathbf{B}=-0.5\mathbf{i}$ T.



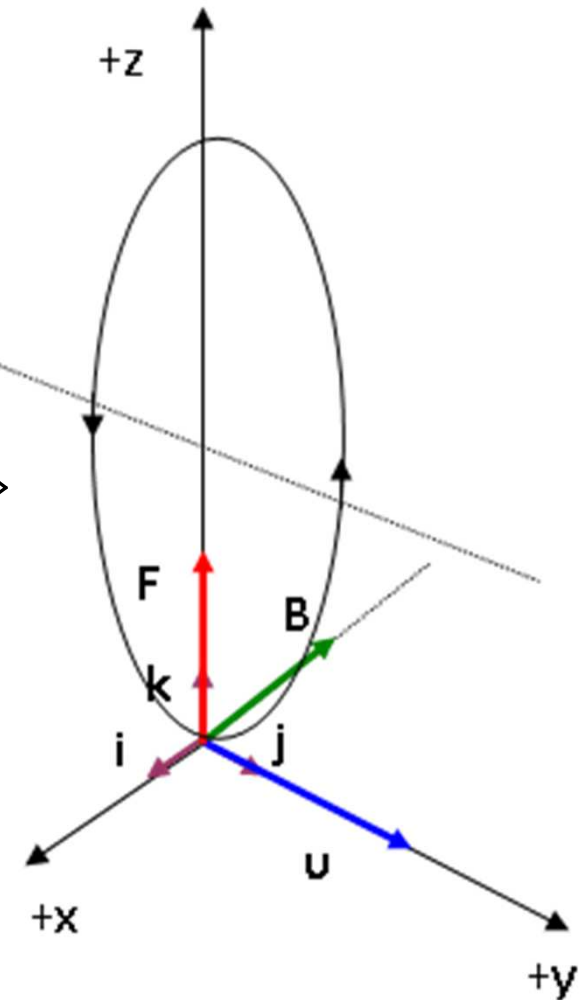
Λύση

$$\mathbf{F} = qvB\mathbf{k}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{F} / m = (qvB / m)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{a} = \frac{(2 \times 10^{-5} \text{ C})(2 \times 10^3 \text{ m/s})(0.5 \text{ T})}{10^{-6} \text{ kg}} \mathbf{k} \Rightarrow$$

$$\mathbf{a} = (2 \times 10^4 \mathbf{k}) \text{ m/s}^2$$



Παράδειγμα

Ένα συρμάτινο κυκλικό πλαίσιο με ακτίνα $R=0.1\text{ m}$ βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $B = 0.2\text{ T}$. Ποια είναι η ροή του μαγνητικού πεδίου που περνάει μέσα από το πλαίσιο όταν η διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου είναι (α) παράλληλη στο επίπεδο του πλαισίου, (β) κάθετη στο επίπεδο του πλαισίου, (γ) σχηματίζει γωνία 30° με το επίπεδο του πλαισίου;

Λύση

Επίπεδη επιφάνεια

$$\Phi_B = \sum_{i=1}^N \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{A}_i = \mathbf{B} \cdot \left(\sum_{i=1}^N \Delta \mathbf{A}_i \right) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$

(α) $\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = 0 \quad T \cdot m$

(β) $\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = BA = (0.2T)(\pi \cdot 0.1^2 m) =$
 $6.28 \times 10^{-3} \quad T \cdot m$

(γ) $\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = BA \cos 60 =$
 $(0.2T)(\pi \cdot 0.1^2 m) \cdot 0.5 = 3.14 \times 10^{-3} \quad T \cdot m$

Παράδειγμα

Ένα ορθογώνιο πλαίσιο με πλευρές a και b που κείται στο επίπεδο xy βρίσκεται σε χώρο μαγνητικού πεδίου $\mathbf{B}=0.1\mathbf{i}+0.005\mathbf{k}$. Υπολογίστε την ροή μαγνητικού πεδίου που το διαπερνάει.

Λύση

Αφού το πλαίσιο κείται στο επίπεδο xy και έχει εμβαδόν ab , μαθηματικά παριστάνεται με ένα διάνυσμα \mathbf{A} κάθετο στο επίπεδο xy . Έστω αυτή είναι η κατεύθυνση z με μοναδιαίο διάνυσμα \mathbf{k} . Άρα $\mathbf{A} = ab\mathbf{k}$. Το μαγνητικό πεδίο είναι επίσης ένα σταθερό διάνυσμα. Άρα εδώ τα πράγματα είναι απλά. Η μαγνητική ροή είναι

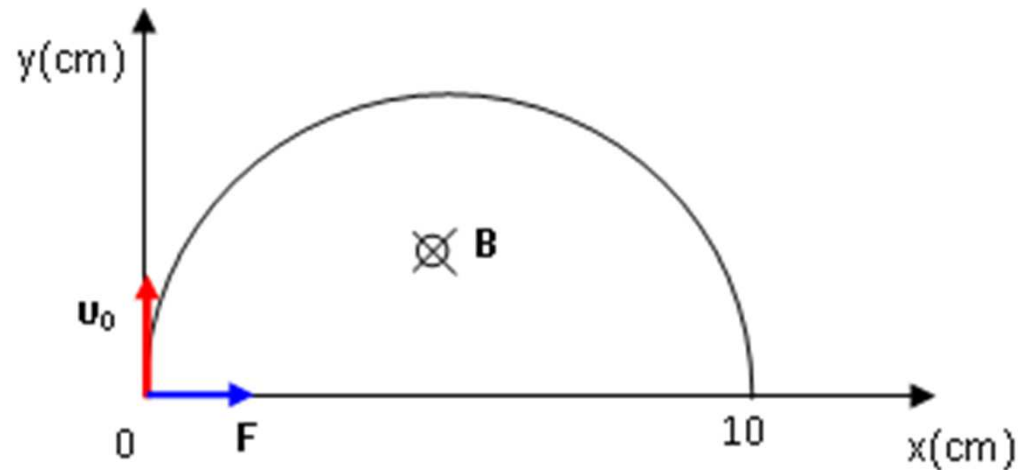
$$\Phi_m = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = (0.1\mathbf{i} + 0.005\mathbf{k}) \cdot (ab\mathbf{k}) = 0.005ab$$

Παράδειγμα

- Ένα ηλεκτρόνιο έχει αρχική ταχύτητα $v_0 = 5 \times 10^5 \text{ j m/s}$ όταν περνάει από την αρχή των αξόνων. Προσδιορίστε το μαγνητικό πεδίο που απαιτείται ώστε το ηλεκτρόνιο να περάσει από το σημείο $(10.0, 0, 0) \text{ cm}$.

Λύση

$$\begin{aligned} e v_0 B &= \frac{m v_0^2}{R} \Rightarrow B = \left(\frac{m}{e} \right) \frac{v_0}{R} = \\ &= \frac{1}{1.76 \times 10^{11} \text{ C / kg}} \frac{5 \times 10^5 \text{ m / s}}{5 \times 10^{-2} \text{ m}} = \\ &= 5.7 \times 10^{-5} \text{ T} \end{aligned}$$



Κίνηση φορτίων σε ομογενές μαγνητικό πεδίο

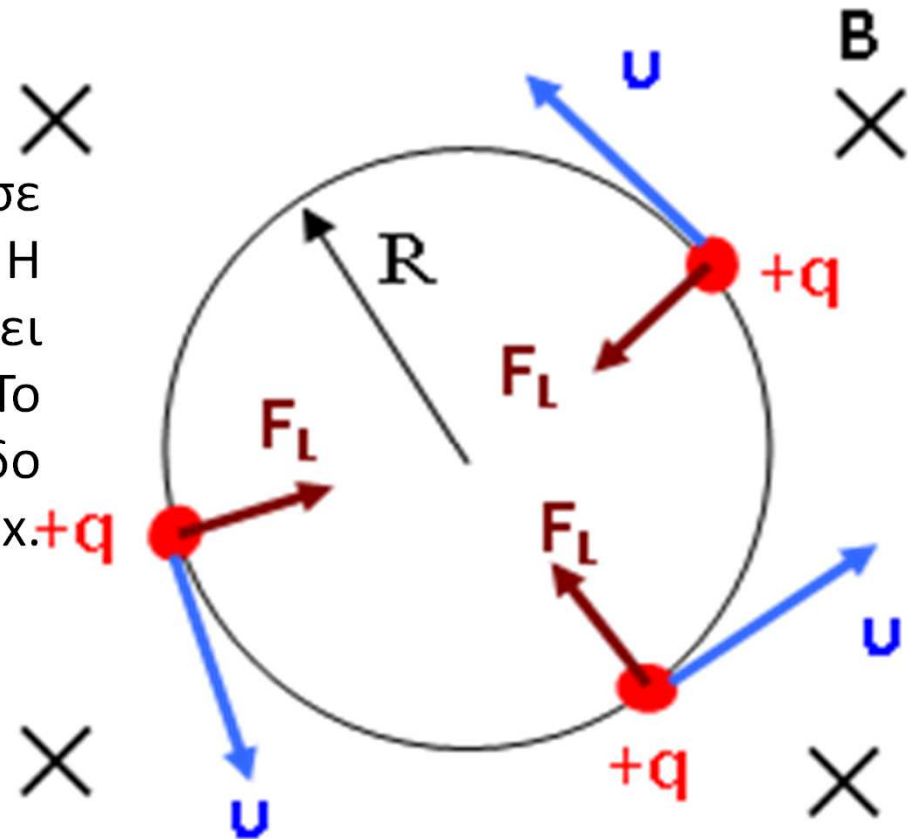
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ

Απλούστερη περίπτωση

Κίνηση θετικού φορτίου μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Η ταχύτητα είναι αρχικά και παραμένει κάθετη στο μαγνητικό πεδίο. Το μαγνητικό πεδίο μπαίνει στο επίπεδο της σελίδας και συμβολίζεται με το \times . Η τροχιά του φορτίου είναι κυκλική.

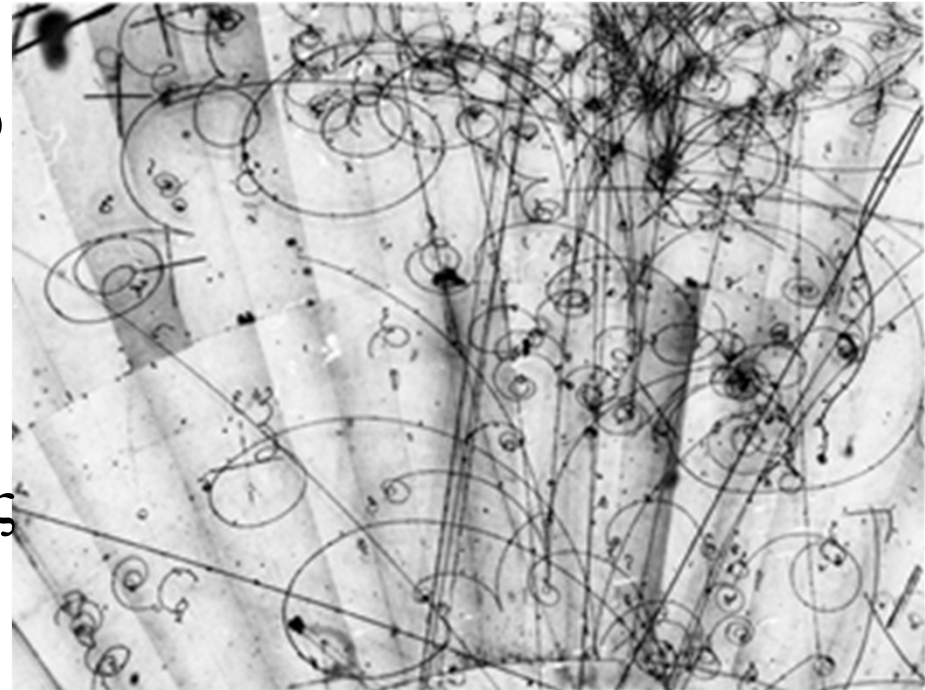
$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$$

ω : Συχνότητα κυκλότρου



Θάλαμος φυσαλίδων

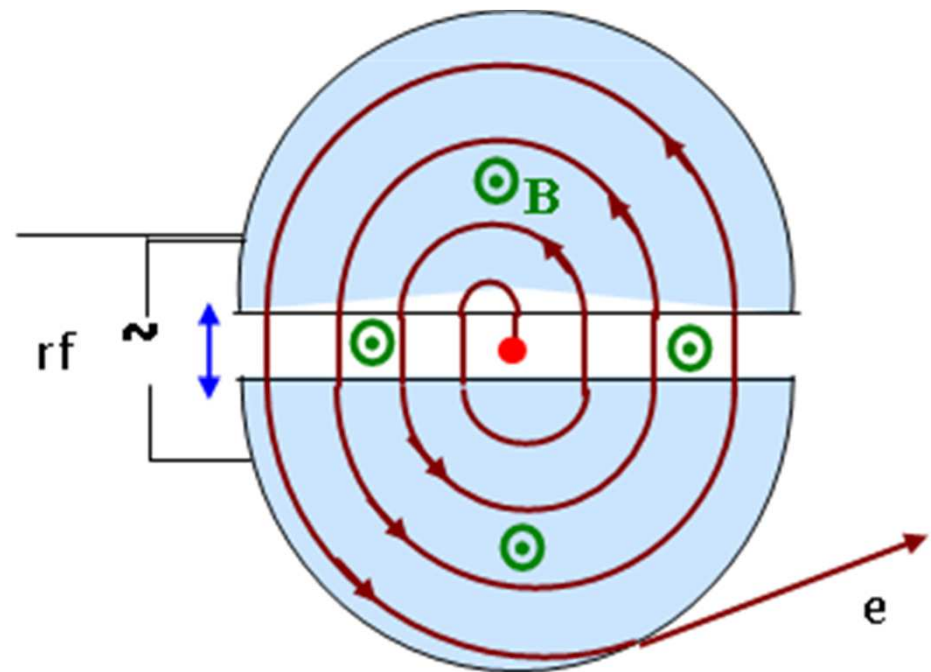
Εικόνα από θάλαμο φυσαλίδων. Οι γραμμές είναι τροχιές φορτισμένων σωματιδίων. Λόγω ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων με το μέσον του θαλάμου, τα σωματία χάνουν ενέργεια και άρα μειώνεται η ακτίνα περιστροφής τους. Στην μέση και κάτω μπορείτε να δείτε την παραγωγή ενός ζεύγους ηλεκτρονίου ποζιτρονίου.



Έπιταχυντής σωματιδίων - Κύκλοτρον

Ανακαλύφθηκε το 1932 από τον Ernest O. Lawrence στο Berkeley

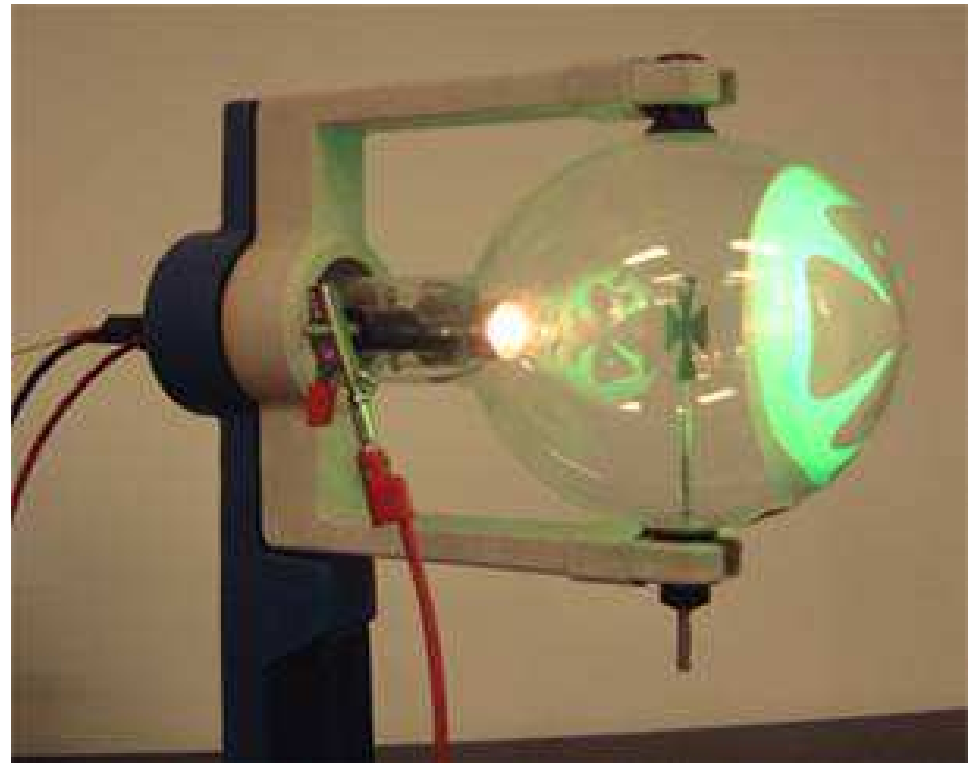
Σχηματική παράσταση ενός κυκλότρον. Το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετο στη σελίδα και έχει φορά από την σελίδα προς τον αναγνώστη. Συμβολίζεται από τους κύκλους με την τελεία στη μέση. Θετικά ιόντα από μία πηγή ιόντων στο κέντρο επιταχύνονται από ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσα στα δύο D (ημικύκλια)



Παράκαμψη - Καθοδικές ακτίνες

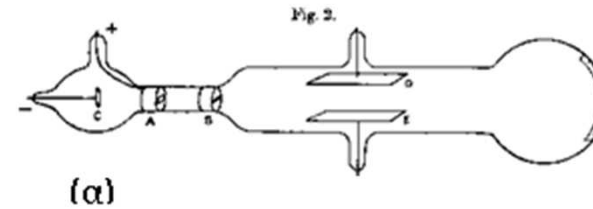
Έτσι ανακαλύφθηκαν
τα ηλεκτρόνια που τα
ονόμασαν «καθοδικές
ακτίνες»

William Crookes 1875

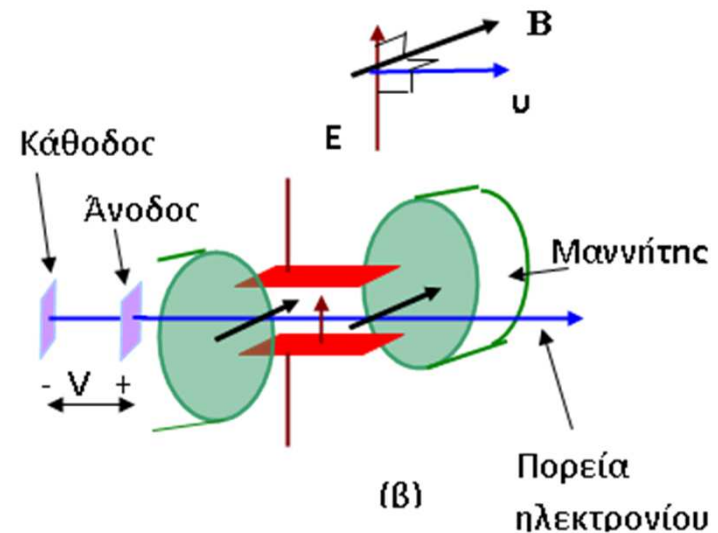


Μέτρηση e/m ηλεκτρονίου

(α) Ο καθοδικός σωλήνας που χρησιμοποίησε ο J.J. Thomson για την ανακάλυψη του ηλεκτρονίου, όπως σχεδιάστηκε στην πρωτότυπη δημοσίευση (1897)



(β) Σχηματική παράσταση του πειράματος. Το ηλεκτρικό πεδίο, το μαγνητικό πεδίο και η ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι μεταξύ τους κάθετα.



$$\Delta U = \Delta K \Rightarrow Ve = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2Ve}{m}}$$

$$eE = evB \Rightarrow E = vB = B \sqrt{\frac{2Ve}{m}} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{1}{2V} \left(\frac{E}{B} \right)^2$$

Ανακάλυψη ηλεκτρονίου

$$e/m = 1.76 \times 10^{11} \text{ Cb/kg}$$

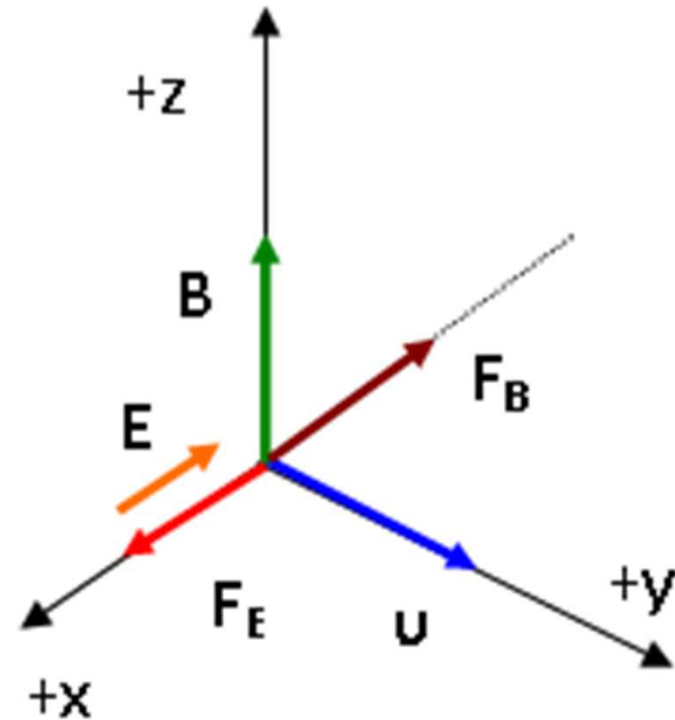
Παράδειγμα

πό έναν επιταχυντή παίρνουμε αρνητικά ιόντα υδρογόνου (ένα πρωτόνιο και δύο ηλεκτρόνια). (α) Ποια είναι η ταχύτητα των ιόντων της δέσμης όταν αυτά δεν αποκλίνουν περνώντας μέσα από ένα ηλεκτρικό πεδίο $1.5 \times 10^5 \text{ V/m}$ και ένα μαγνητικό πεδίο 0.2 T ; Η διάταξη είναι τέτοια ώστε τα \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{v} να είναι κάθετα μεταξύ τους. Προσδιορίστε τις φορές των διανυσμάτων (β) Ποια είναι η ακτίνα της τροχιάς υπό την επίδραση μόνο του μαγνητικού πεδίου; (γ) Βρείτε την συχνότητα κυκλότρου της κίνησης.

Λύση

$$(\alpha) F_E = Eq$$

$$(\beta) v = \frac{E}{B} = \frac{1.5 \times 10^5 \text{ V/m}}{0.2 \text{ T}} = 7.5 \times 10^5 \text{ m/s}$$



$$F_L = F_C \Rightarrow qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} = \frac{(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})(7.5 \times 10^5 \text{ m/s})}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0.2 \text{ T})} \Rightarrow$$

$$R = 3.91 \text{ cm}$$

$$(\gamma) \omega = \frac{qB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} = \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0.2 \text{ T})}{(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})} = 1.9 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$$

Παράδειγμα

Ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο μέτρου 1 T έχει κατεύθυνση κατακόρυφα προς τα κάτω. Ένα ηλεκτρόνιο με ταχύτητα $2.0 \times 10^7\text{ m/s}$ κινείται με ταχύτητα 45° ως προς τις γραμμές του πεδίου. Πόση κατακόρυφη απόσταση θα καλύψει το ηλεκτρόνιο στον χρόνο που χρειάζεται για να κάνει μία πλήρη περιστροφή;

Λύση

$$\mathbf{F}_L = e\mathbf{v} \times \mathbf{B} = e(\mathbf{v}_\perp + \mathbf{v}_\parallel) \times \mathbf{B} =$$

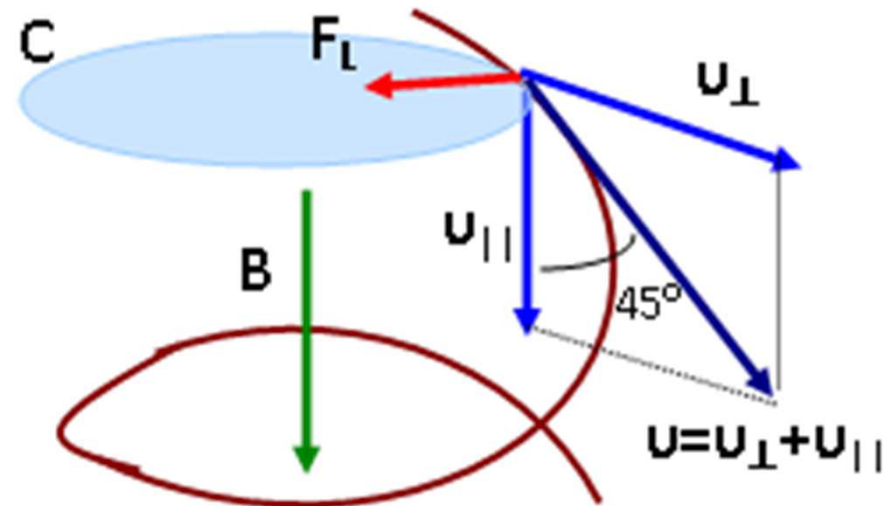
$$e\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B} + e\mathbf{v}_\parallel \times \mathbf{B} = e\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B} \quad \text{C}$$

Η κυκλική κίνηση θα έχει
συχνότητα κυκλότρου

$$\omega = eB / m$$

Η v_\perp επηρεάζει την ακτίνα του
κύκλου C. Αντίθετα, στην
κατακόρυφη διεύθυνση το
ηλεκτρόνιο εκτελεί ομαλή
ευθύγραμμη κίνηση με
ταχύτητα μέτρου

$$v_\parallel = v \cdot \cos 45^\circ = 0.707 \cdot v$$



Σχήμα Παράδειγμα 3.3.2

$$T = 2\pi / \omega = (2\pi m) / (eB).$$

$$L = T v_\parallel.$$

Άσκηση

- Μία δέσμη πρωτονίων με ταχύτητα v μπαίνει σε περιοχή μαγνητικού πεδίου $B=1.5$ T και εκτελεί κυκλική κίνηση ακτίνας 0.5 m. (α) Ποια είναι η ταχύτητα των πρωτονίων της δέσμης; (β) Πόσο χρόνο θα χρειασθεί για να διαγράψει ένα ημικύκλιο;

Λύση

$$e v_0 B = \frac{m v_0^2}{R} \Rightarrow v_0 = \frac{e}{m} B R = \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}} (1.5 \text{ T})(0.5 \text{ m}) = 7.18 \times 10^7 \text{ m/s}$$

$$\omega = \frac{eB}{m} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{T}{2} = \frac{m\pi}{eB} = \frac{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} \times \frac{3.14}{1.5 \text{ T}} = 2.18 \times 10^{-8} \text{ s}$$

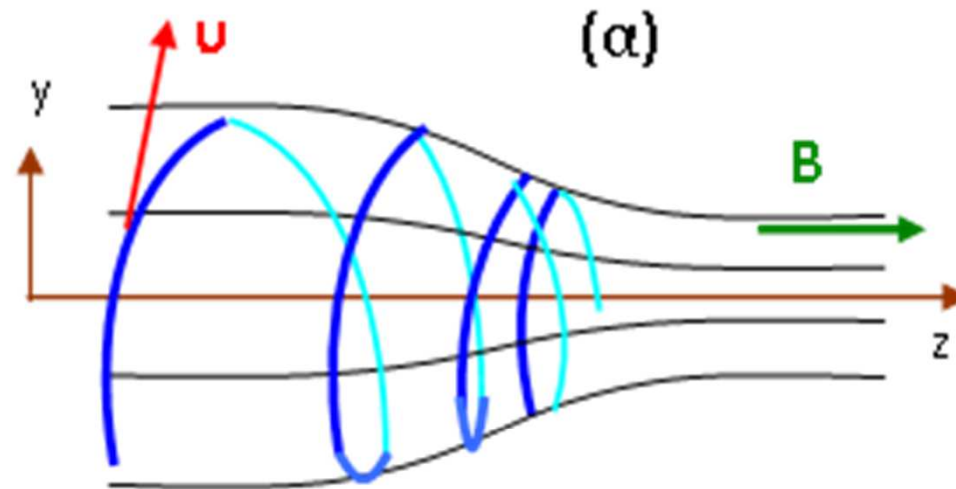
Άσκηση

Φορτίο $9.2 \times 10^{-9} \text{ C}$ κινείται σε περιοχή με μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B} = 0.5\hat{\mathbf{i}} \text{ T}$. Σε κάποια στιγμή η ταχύτητα του φορτίου είναι $\mathbf{v} = (3\hat{\mathbf{i}} + 16\hat{\mathbf{j}} - 8\hat{\mathbf{k}}) \times 10^4 \text{ m/s}$. Υπολογίστε την δύναμη \mathbf{F} που υφίσταται το φορτίο (κατά μέτρο και φορά).

Λύση

$$\begin{aligned} q\mathbf{v} \times \mathbf{B} &= (9.2 \times 10^{-9} \text{ C}) \left((3\hat{\mathbf{i}} + 16\hat{\mathbf{j}} - 8\hat{\mathbf{k}}) \times 10^4 \text{ m/s} \right) \times (0.5\hat{\mathbf{i}} \text{ T}) = \\ &= (9.2 \times 10^{-9} \text{ C}) \left((3 \times 0.5\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{i}} + 16 \times 0.5\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{i}} - 8 \times 0.5\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{i}}) \times 10^4 \text{ mT/s} \right) = \\ &= (9.2 \times 10^{-5}) \left(16 \times 0.5\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{i}} - 8 \times 0.5\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{i}} \right) \text{ N} = (9.2 \times 10^{-5}) \left(-8\hat{\mathbf{k}} - 4\hat{\mathbf{j}} \right) \text{ N} \Rightarrow \\ \mathbf{F} &= -\left(73.6\hat{\mathbf{k}} + 36.8\hat{\mathbf{j}} \right) \times 10^{-5} \text{ N} \end{aligned}$$

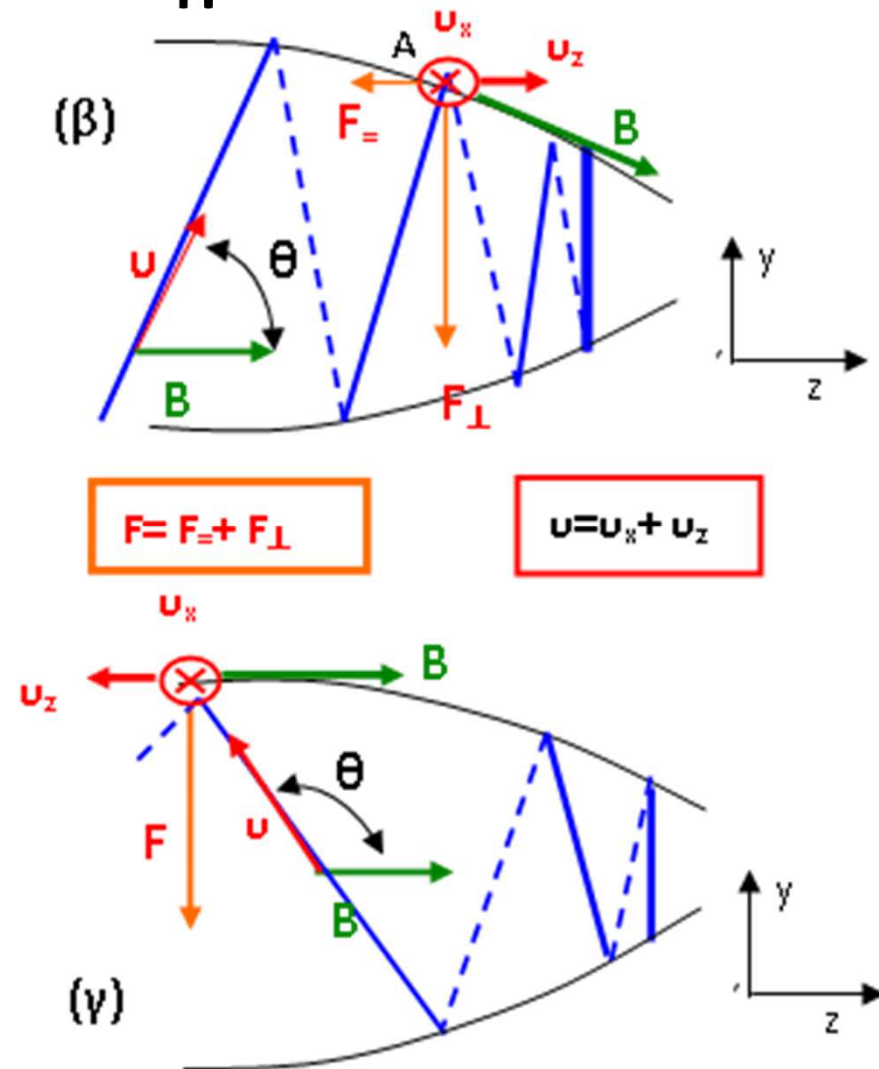
ΚΙΝΗΣΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΜΗ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ



Σχήμα 3.8 (α) Κίνηση φορτίου σε ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο. Ας πούμε μία 'καλλιτεχνική'

Κατοπτρικό σημείο

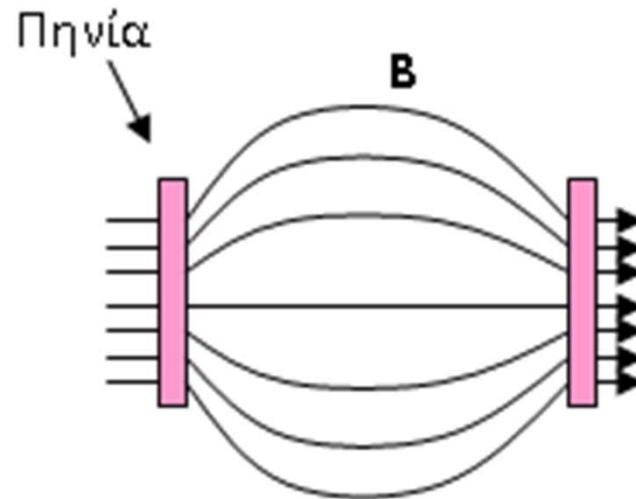
- (β) Άποψη της κίνησης από το πλάι. Βέβαια η τροχιά (μπλε γραμμές) πρέπει να είναι ελαφρά καμπυλωμένη. Το φορτίο κινείται προς τα δεξιά και φθάνει στο δεξιό άκρο στο σημείο αναστροφής ή κατοπτρικό σημείο. (γ) Το φορτίο συνεχίζει την κίνηση του από το κατοπτρικό σημείο. Τώρα η κίνηση είναι προς τα αριστερά



Μαγνητική φιάλη (παγίδα)

Εφαρμογή στην
Πυρηνική σύντηξη

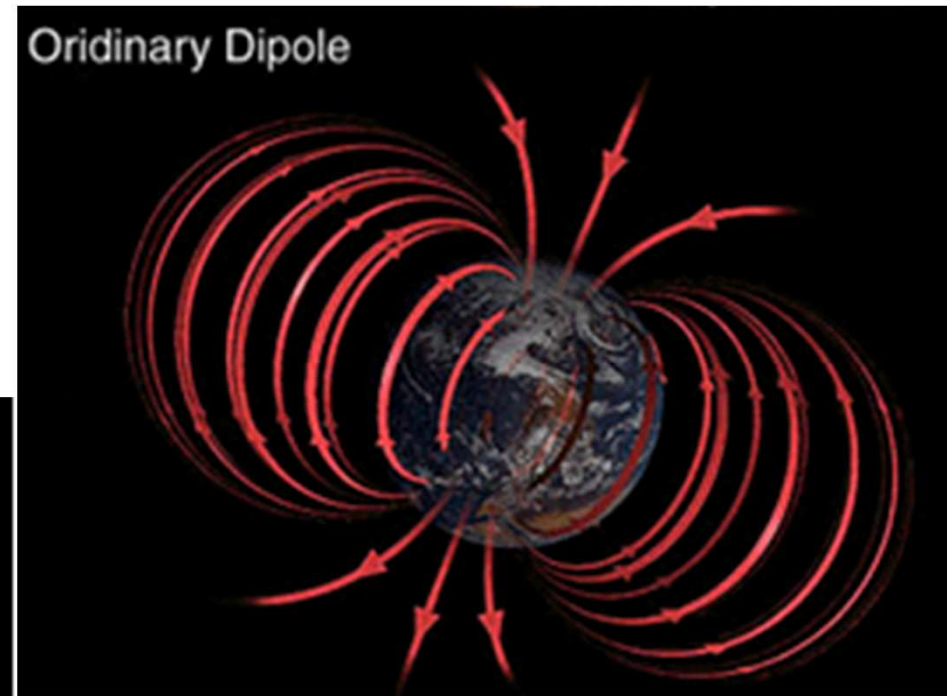
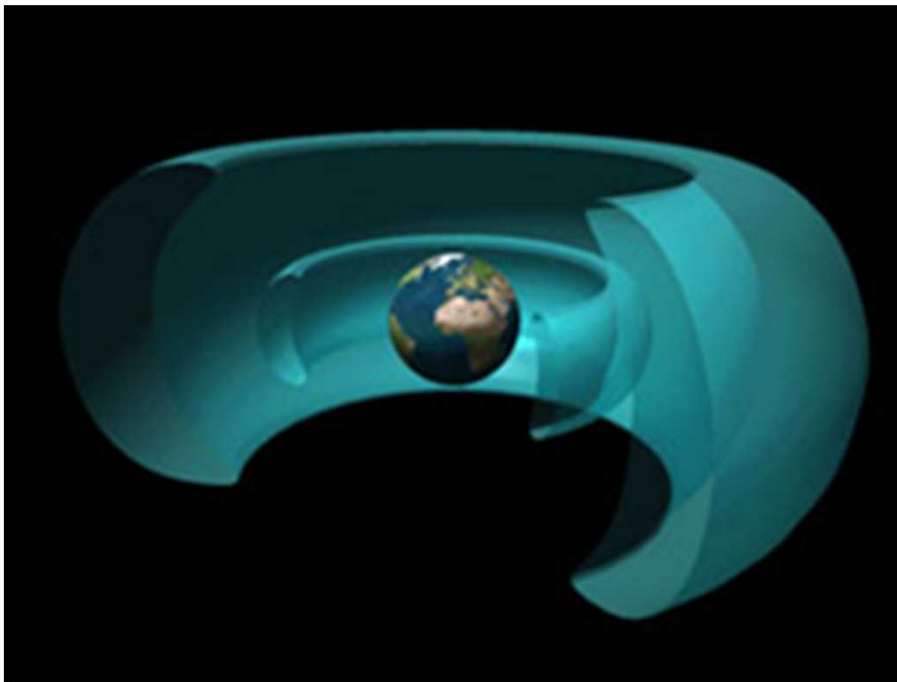
ΤΟΚΑΜΑC
ITER



Σχήμα 3.9 Σχηματική παράσταση
μίας μαγνητικής παγίδας

Μαγνητικό πεδίο της Γης

(α) Το μαγνητικό πεδίο της γης. Είναι το πεδίο ενός μαγνητικού διπόλου



. (β) Η παγίδευση φορτισμένων σωματιδίων από το ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο δίνει γέννηση στις δύο τοροειδείς ζώνες ακτινοβολίας Van Allen.

Ζώνες Van Allen

- Αυτές οι δύο περιοχές ονομάσθηκαν «ζώνες ακτινοβολίας Van Allen» από το όνομα του ανθρώπου που τις ανακάλυψε από μετρήσεις των διαστημοπλοίων Explorer1 και Pioneer3 το 1958 και φαίνονται από μία καλλιτεχνική οπτική γωνία στο σχήμα 3.10.β. Πρόκειται για δύο ζώνες σε σχήμα ντόνατ. Από αυτές η εσωτερική αποτελείται κατά κύριο λόγο από ενεργητικά πρωτόνια που προέρχονται από την αλληλεπίδραση των κοσμικών ακτινών με τα ανώτατα όρια της ατμόσφαιρας. Η εξωτερική ζώνη αποτελείται κυρίως από ενεργητικά ηλεκτρόνια που προέρχονται από τις κοσμικές ακτίνες.

Δύναμη σε ρευματοφόρο αγωγό

$$\mathbf{F}_e = e \mathbf{v}_d \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{F} = N \mathbf{F}_e \quad e: \text{φορτίο ηλεκτρονίου} \\ (\text{αρνητικό})$$

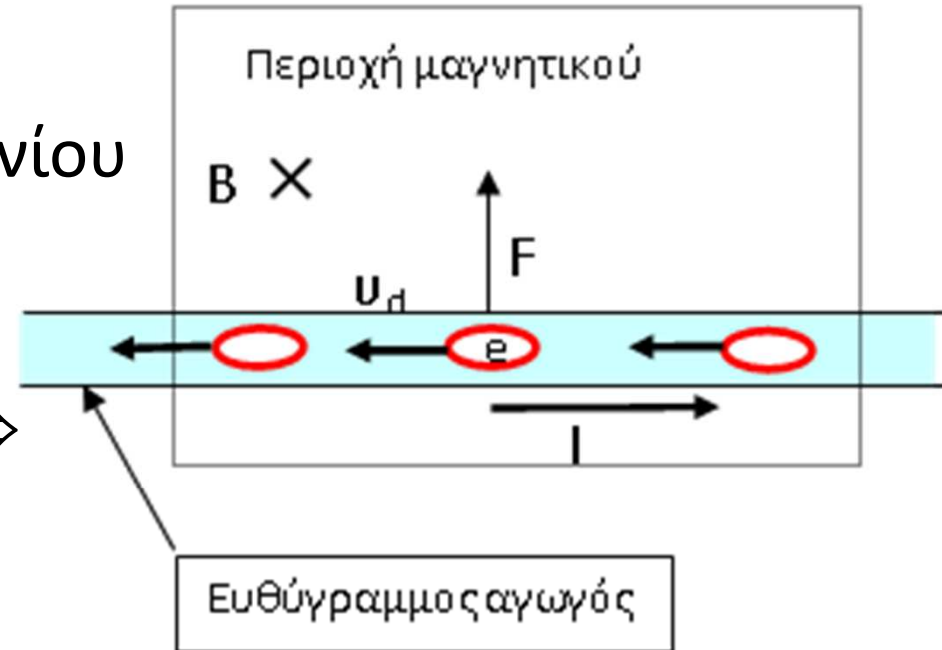
$$I = ne v_d A$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e N = (e \mathbf{v}_d \times \mathbf{B})(nAL) \Rightarrow$$

$$\mathbf{F} = neAL(-v_d \mathbf{i} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{F} = I L \mathbf{i} \times \mathbf{B} = I \mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

Καθετότητα L και B
 $F = ILB$



Σχήμα 3.11 Μαγνητική δύναμη που ασκείται σε ρευματοφόρο αγωγό. Η παραμόρφωση του αγωγού έχει τονισθεί υπερβολικά.

Μαγνητική δύναμη πάνω σε αγωγό τυχαίου σχήματος

Κάθε στοιχειώδες τμήμα του αγωγού το θεωρούμε ευθύγραμμο

$$\Delta \mathbf{F}_i = I \Delta \mathbf{l}_i \times \mathbf{B}_i$$

$$F \cong \sum_{i=1}^N \Delta F_i = I \sum_{i=1}^N \Delta l_i B_i \sin \theta_i$$

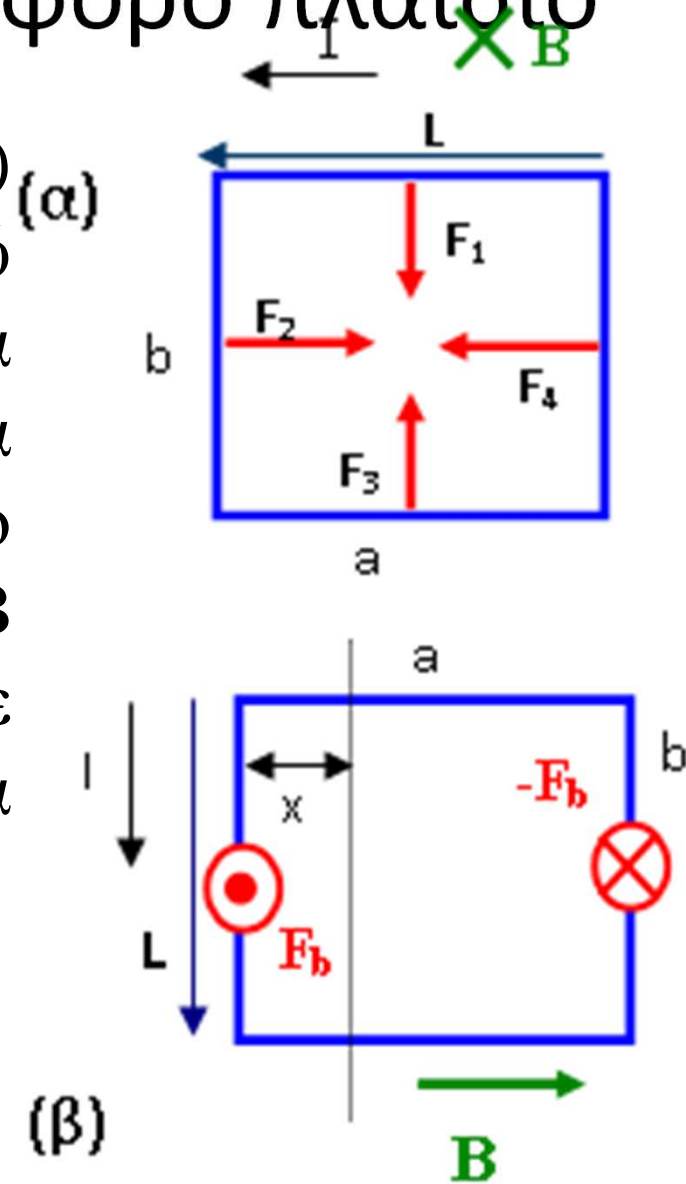
Η μαγνητική δύναμη σε κλειστό αγωγό είναι 0

$$\mathbf{F} = I \left(\lim_{\substack{\Delta l \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}} \sum_{i=1}^N \Delta \mathbf{l}_i \times \mathbf{B}_i \right) = I \left(\lim_{\substack{\Delta l \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}} \sum_{i=1}^N \Delta \mathbf{l}_i \right) \times \mathbf{B}_i = 0$$

Δύναμη σε ρευματοφόρο πλαίσιο

Πλαίσιο σε μαγνητικό πεδίο. (α) Η διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου \mathbf{B} είναι κάθετη στη σελίδα και έχει φορά προς τα μέσα. Συμβολίζεται με το σύμβολο \times . Το \mathbf{B} κάθετο στο πλαίσιο (β) \mathbf{B} παράλληλο στο πλαίσιο. Έχουμε ζεύγος δυνάμεων που τείνει να περιστρέψει το πλαίσιο.

Η συνολική δύναμη είναι μηδέν



Ροπή σε ρευματοφόρο πλαίσιο

$$\tau = \tau_{αρ} + \tau_{δε} = F_b x + F_b (a - x)$$

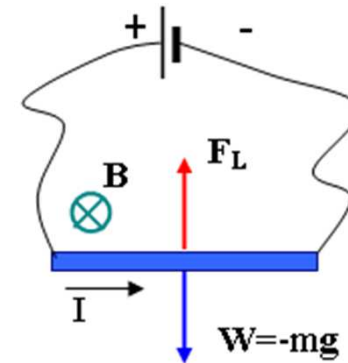
$$= F_b a = (IbB) a = IAB$$

Μαγνητική ροπή $\mu = IA$

- Τελικά $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$

Παράδειγμα

Οριζόντιο σύρμα με μήκος 0.5 m και μάζας 10 g κρεμιέται από λεπτά και εύκαμπτα μεταλλικά νήματα μέσα σε οριζόντιο μαγνητικό πεδίο $B = 0.2\text{ T}$. Το σύρμα και το μαγνητικό πεδίο είναι μεταξύ τους κάθετα. Προσδιορίστε το ρεύμα που πρέπει να διαρρέει το σύρμα ώστε να μην υπάρχουν τάσεις στα μεταλλικά νήματα.



$$F_L = W \Rightarrow ILB = mg \Rightarrow I = \frac{mg}{LB} = \frac{10 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2}{0.5 \text{ m} \cdot 0.2 \text{ T}} \Rightarrow I = 0.98 \text{ A}$$

Παράδειγμα

- Ένα ορθογώνιο πλαίσιο $(2.0 \times 4.0) \text{ cm}^2$ έχει $n=10$ σπείρες, βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο 0.5 T και διαρρέεται από ρεύμα έντασης 5 A .
(α) Βρείτε ποια είναι η μέγιστη τιμή της ροπής πάνω στο πηνίο, (β) Ποια είναι η μαγνητική ροπή του πηνίου;

Λύση

$$\tau = n(IAB) = 10 \cdot (5 \text{ A}) \cdot (8 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \cdot (0.5 \text{ T}) = 0.02 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\mu = n(IA) = 10 \cdot (5 \text{ A}) \cdot (8 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 0.04 \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

Άσκηση

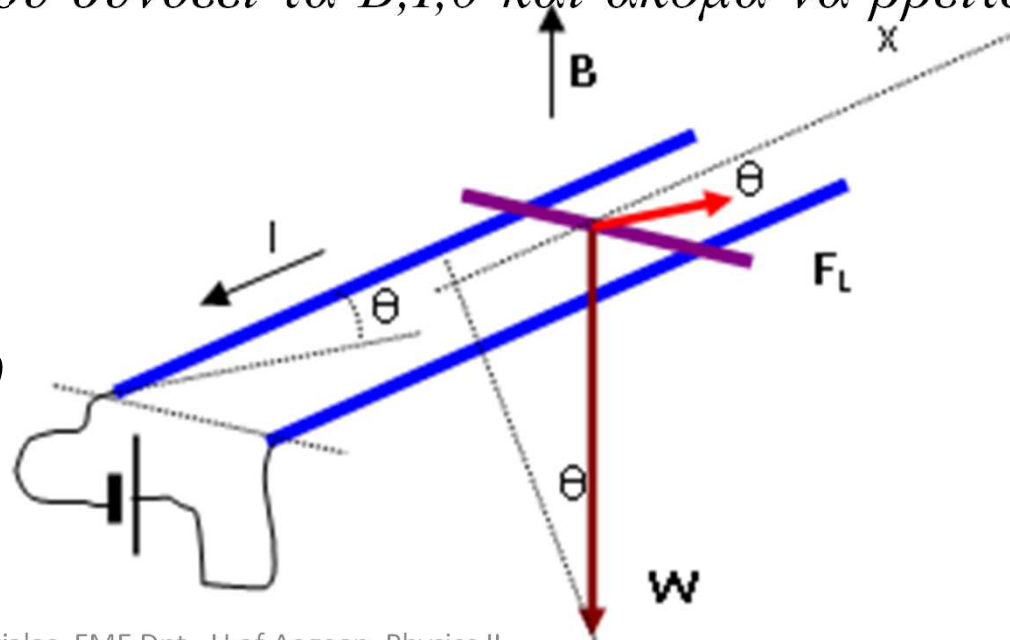
Μεταλλικό οριζόντιο σύρμα μάζας m και μήκους L ολισθαίνει κάθετα πάνω σε δύο παράλληλες μεταλλικές ράβδους που σχηματίζουν γωνία θ με την οριζόντια κατεύθυνση. Οι δύο μεταλλικές ράβδοι και το σύρμα συνδέονται με μπαταρία που διατηρεί ρεύμα I μέσα από το κύκλωμα. Το σύστημα των ράβδων βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο πεδίο B . Αν ισορροπεί το σύρμα, να προσδιορίσετε τη σχέση που συνδέει τα B, I, θ και ακόμα να βρείτε την φορά του B και του I .

Λύση

$$W_x = F_{Lx}$$

$$\Rightarrow mg \sin \theta = ILB \cos \theta$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{ILB}{mg}$$



Άσκηση

Δύο κατακόρυφες μεταλλικές ράβδοι 0.5 m που απέχουν μεταξύ τους 0.1 m συνδέονται από τα κάτω άκρα τους με συσσωρευτή. Το συνολικό μήκος των ράβδων είναι μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο 0.2 T κάθετο στο επίπεδο των ράβδων. Ένα οριζόντιο σύρμα μάζας 10 g μπορεί να ολισθήσει χωρίς τριβές πάνω στις ράβδους κλείνοντας το κύκλωμα με την μπαταρία. Υπολογίστε την φορά και το μέτρο του ρεύματος ώστε το σύρμα να εξακοντισθεί μέχρι να φθάσει σε ύψος 0.7 m . Υποθέστε ότι το σύρμα αρχικά ακουμπάει στο έδαφος και ότι παραμένει οριζόντιο καθ' όλη την διάρκεια της κίνησης.

Λύση

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 0.2} \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v^2}{2x} = \frac{(2 \text{ m/s})^2}{2 \times 0.5 \text{ m}} = 4 \text{ ms}^{-2}$$

$$F_L - W = ma \Rightarrow ILB = m(g + a) \Rightarrow$$

$$I = \frac{m(g + a)}{LB} = \frac{(0.01 \text{ kg})(10 + 4) \text{ ms}^{-2}}{(0.1 \text{ m})(0.2 \text{ T})} = 7 \text{ A}$$

