Θεώρημα Παραγώγισης.

2 Απριλίου 2022

Αν $f \in R[a,b]$, τότε για κάθε $x \in [a,b]$ η συνάρτηση $h(x) = \int_a^x f(t)dt$ έχει την ιδιότητα $h'(x) = f(x)$ για κάθε $x \in [a,b]$. Άρα από το παραπάνω Θεώρημα προκύπτει ότι αν η ακολουθία συναρτήσεων f_n του $R[a,b]$ συγκλίνει ομοιόμορφα στη συνάρτηση f, τότε συγκλίνει ομοιόμορφα και σε κάθε διάστημα $[a,x]$, $x \in [a,b]$ από την ανισότητα (1).

Αφού όμως $f_n(x) = \int_a^x f_n'(t)dt$, από την ανισότητα (1) στην οποία αναφερθήκαμε για την απόδειξη του Θεωρήματος Ολοκλήρωσης, σε κάθε διάστημα της μορφής $[a,x]$, $x \in [a,b]$, έπεται ότι η ακολουθία συναρτήσεων $f_n'(x)$ συγκλίνει κατά σημείο στην $h(x)$, όπου $x \in [a,b]$.

Το παραπάνω αποτέλεσμα είναι γνωστό και ως Θεώρημα Παραγώγισης.