Νευρωνικά Δίκτυα και Εφαρμογές

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

Σχολή Θετικών Επιστημών και Τεχνολογίας

Πρόγραμμα Σπουδών

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

Θεματική Ενότητα

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ – ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Τόμος B′

Νευρωνικά Δίκτυα και Εφαρμογές

ΠΑΝΟΣ ΑΡΓΥΡΑΚΗΣ

Καθηγητής Τμήματος Φυσικής

Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

ΠΑΤΡΑ 2001

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

Σχολή Θετικών Επιστημών και Τεχνολογίας

Πρόγραμμα Σπουδών

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

Θεματική Ενότητα

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ – ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Τόμος B′

Νευρωνικά Δίκτυα και Εφαρμογές

Συγγραφή

ΠΑΝΟΣ ΑΡΓΥΡΑΚΗΣ

Καθηγητής Τμήματος Φυσικής

Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

Κριτική Ανάγνωση

ΣΠΥΡΙΔΩΝ ΛΥΚΟΘΑΝΑΣΗΣ

Αναπληρωτής Καθηγητής Τμήματος Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής

Πανεπιστημίου Πατρών

Ακαδημαϊκός Υπεύθυνος για την επιστημονική επιμέλεια του τόμου

ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΝΙΚΗΦΟΡΙΔΗΣ

Καθηγητής Τμήματος Ιατρικής Πανεπιστημίου Πατρών

Επιμέλεια στη μέθοδο της εκπαίδευσης από απόσταση

ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ ΤΡΙΑΝΤΗΣ

Γλωσσική Επιμέλεια

ΣΤΕΦΑΝΟΣ ΛΟΥΝΤΖΗΣ

Τεχνική Επιμέλεια

TYPORAMA / ΓΙΑΝΝΗΣ ΠΙΚΡΑΜΕΝΟΣ

Καλλιτεχνική Επιμέλεια, Σελιδοποίηση

TYPORAMA

Συντονισμός ανάπτυξης εκπαιδευτικού υλικού και γενική επιμέλεια των εκδόσεων

ΟΜΑΔΑ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ ΕΡΓΟΥ ΕΑΠ / 1997–2001

ISBN: 960–538–341–1

Κωδικός Έκδοσης: ΠΛΗ 31/2

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3
Ο αισθητήρας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4
Μέθοδος οπισθοδιάδοσης του λάθους

Πρόλογος

Το βιβλίο αυτό ξεκίνησε από σημειώσεις που διδάσκονταν σε πανεπιστημιακό μάθημα στους φοιτητές του Τμήματος Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης, επί μία πενταετία περίπου. Το μάθημα αυτό διδάχθηκε για πρώτη φορά το 1995, και είναι μάλλον από τα πρώτα, αυτοτελή μαθήματα Νευρωνικών Δικτύων που διδάσκονταν τότε στην Ελλάδα.

Καθότι η επιστημονική αυτή περιοχή άρχισε να αναπτύσσεται σε διεθνές επίπεδο μόλις κατά τις τελευταίες δεκαετίες, και μόνο κατά την τελευταία δεκαετία στην Ελλάδα, είναι φυσικό να μην υπάρχει ελληνική βιβλιογραφία σε μορφή εισαγωγικού συγγράμματος η οποία να χρησιμεύσει ως εγχειρίδιο μελέτης και αναφοράς για την πρώτη επαφή του σπουδαστή με το θέμα των νευρωνικών δικτύων. Η ξένη βιβλιογραφία, επίσης, παρόλο ότι υπάρχει σε μεγάλο αριθμό, εν τούτοις, λόγω του μικρού σχετικά χρονικού διαστήματος της ανάπτυξης της δεν έχει προσφέρει ακόμα και σήμερα κάποια γενικής αποδοχής βιβλία εισαγωγικού επιπέδου (textbook) που να χρησιμεύουν ως πρωταρχικό βιβλίο μελέτης σε προπτυχιακό επίπεδο στις τεχνικές και φυσικές επιστήμες. Στην ξένη βιβλιογραφία υπάρχει βέβαια πληθώρα από βιβλία με τις λέξεις «Νευρωνικά Δίκτυα» στον τίτλο τους, αλλά τα περισσότερα είναι εξειδικευμένα, προχωρημένου επιπέδου και συνήθως πάντοτε απαιτούν κάποιες προηγούμενες γνώσεις του θέματος. Τα πιο γενικά βιβλία, για να αναφέρουμε μερικά, είναι αυτά των Anderson [1], Bose–Liang [2], Haykin [3] και Hertz–Krogh–Palmer [4]. Τα τέσσερα αυτά βιβλία είναι προχωρημένου προπτυχιακού ή/και μεταπτυχιακού επιπέδου, η ύλη τους είναι υπέρ–εκτενής και έτσι καλύπτουν την έννοια του βιβλίου με τον αγγλικό όρο «textbook». Μερικά από τα πιο εξειδικευμένα αυτά βιβλία θα παρουσιασθούν στα επόμενα κεφάλαια, ανάλογα με την συζήτηση. Στην βιβλιογραφία στο τέλος του Προλόγου αναφέρονται αρκετά από αυτά [5–21]. Καλύπτουν όλα τα επίπεδα από πλευράς δυσκολίας και προτείνεται να χρησιμοποιηθούν ανάλογα με τις ανάγκες και το θέμα που απασχολεί τον αναγνώστη. Ακόμα, υπάρχουν βιβλία τα οποία είναι εγκατεστημένα στο Internet (ένα παράδειγμα είναι το [22]), καθώς και ένας τεράστιος αριθμός από ηλεκτρονικές διευθύνσεις με υλικό για τα νευρωνικά δίκτυα, διευθύνσεις οι οποίες καλύπτουν όλα τα επίπεδα και συνήθως το εισαγωγικό. Μερικά τέτοια βιβλία είναι οργανωμένα υπό μορφή σημειώσεων, ενώ άλλα είναι αποσπασματικά και αναφέρονται μόνο σε κάποια συγκεκριμένα θέματα. Ως προς τις πηγές αυτές θα πρέπει να είναι κάποιος προσεκτικός, πρώτον για την αξιοπιστία τους (συνήθως δεν γίνεται έλεγχος του περιεχομένου από κανέναν) και δεύτερον, γιατί υπάρχει η γνωστή αβεβαιότητα ότι μία διεύθυνση μπορεί μετά από κάποιο διάστημα να πάψει να λειτουργεί, και έτσι το καλύτερο είναι ό,τι χρήσιμο βρίσκουμε να το κατεβάζουμε ψηφιακά αμέσως. Τέλος, όπως ξέρουμε όλοι, με μία μηχανή αναζήτησης μπορούμε γρήγορα να βρούμε στο διαδίκτυο μεγάλη ποικιλία από σχόλια πρακτικά για οποιαδήποτε ιδέα, θέμα, όρο, διαδικασία ή ο,τιδήποτε μας απασχολεί.

Λόγω της ευρύτητας της περιοχής που καλύπτουν τα νευρωνικά δίκτυα είναι βέβαιο ότι είναι αρκετά δύσκολο να γίνει μία σωστή και ορθολογιστική επιλογή των θεμάτων που θα παρουσίαζε ένα τέτοιο βιβλίο, και για τον λόγο αυτό συμβαίνει τα διάφορα ξενόγλωσσα βιβλία να έχουν συνήθως πολύ μικρή επικάλυψη μεταξύ τους στα θέματα που αναπτύσσουν. Ο λόγος είναι ότι παρόλο που η περιοχή αυτή έχει μικρή, χρονικά, ιστορία, εν τούτοις τα θέματα που αναπτύχθηκαν είχαν μία εκρηκτική ανάπτυξη τα τελευταία χρόνια, με πολύ νέο υλικό και τεχνογνωσία, με αποτέλεσμα πολύ γρήγορα να περάσουν από το στάδιο της έρευνας στο επίπεδο της διαδεδομένης γνώσης. Αυτό σημαίνει ότι τα θέματα αυτά έχουν τόσο πλέον ωριμάσει στα εξειδικευμένα επιστημονικά περιοδικά, όσο αρκούσε για να περάσουν στα διδακτικά βιβλία και να γίνουν ύλη μαθήματος. Με όλες αυτές τις σκέψεις και με την πλήρη έλλειψη από την ελληνική βιβλιογραφία, στην οποία δεν υπάρχει έστω και ένα διδακτικό βιβλίο στα Νευρωνικά Δίκτυα, θεώρησα λογικό να ετοιμάσω ένα τέτοιο εισαγωγικό βιβλίο που θα μπορεί να χρησιμεύσει σε πολλούς σκοπούς. Πρώτον, πιστεύω ότι ένα τέτοιο βιβλίο θα καλύπτει θέματα Νευρωνικών Δικτύων για τις τεχνικές επιστήμες σε τμήματα Πολυτεχνικών Σχολών, Πληροφορικής, Φυσικής κτλ. Επιπλέον, σε παραπλήσιες επιστήμες που σκοπεύουν όμως περισσότερο προς την κατανόηση της σκέψης, όπως είναι οι Νευροεπιστήμες, οι Γνωστικές Επιστήμες, η Ψυχολογία, πάλι ως εισαγωγή στο θέμα αυτό. Οι επιστήμες αυτές βρίσκονται στο ενδιάμεσο, ανάμεσα δηλαδή στις καθαρά τεχνικές και στις ουμανιστικές (φιλοσοφικές) επιστήμες και έχουν δει μία αυξημένη άνθηση τα τελευταία χρόνια, στην συνεχιζόμενη προσπάθεια να εξηγηθούν θέματα όπως η μνήμη, η σκέψη, τα συναισθήματα κτλ. Για κάποιον που ενδιαφέρεται να μάθει μόνο την τεχνική λειτουργία του πλέον διαδεδομένου δικτύου, χωρίς να μπει στις λεπτομέρειες όλου του βιβλίου, μπορεί κατευθείαν να ανατρέξει στο κεφάλαιο 4 όπου αναπτύσσεται λεπτομερώς το δίκτυο της οπισθοδιάδοσης σε λειτουργικό επίπεδο, ενώ συγχρόνως περιλαμβάνει πλήρη προσομοίωση του προβλήματος X–OR, ως παράδειγμα για το πώς μπορεί να θέσει ένα δίκτυο σε λειτουργία ώστε να λύσει κάποιο συγκεκριμένο πρόβλημα. Τέλος, το κεφάλαιο 2 μπορεί να χρησιμεύσει αυτοτελώς ως μία πρώτη εισαγωγή στα βιολογικά δίκτυα, για κάποιον που ενδιαφέρεται μόνο για το θέμα αυτό.

Ο διαχωρισμός ανάμεσα στα βιολογικά και στα τεχνητά δίκτυα είναι πλέον σήμερα θέμα δεδομένο. Τα περισσότερα βιβλία στα τεχνητά δίκτυα σήμερα περιέχουν τουλάχιστον ένα κεφάλαιο με συζήτηση πάνω στα βιολογικά δίκτυα. Εξάλλου είναι γενικά παραδεκτό ότι όλα ξεκινούν από τα βιολογικά δίκτυα, και, επομένως, κάποιος πρέπει να ξέρει τουλάχιστον σε γενικό επίπεδο τις λειτουργίες των βιολογικών δικτύων. Στο βιβλίο αυτό αφιερώνεται ένα κεφάλαιο, το 2ο, αποκλειστικά στα δίκτυα αυτά, ίσως με κάποιες λεπτομέρειες παραπάνω, αλλά το γεγονός ότι υπάρχουν τόσα πολλά αναπάντητα ερωτήματα σήμερα στον ανθρώπινο εγκέφαλο, είναι, τουλάχιστον για μένα, ίσως η πιο μεγάλη επιστημονική πρόκληση σε όλη την ανθρώπινη γνώση. Σε όλη την έκταση του βιβλίου θα συναντήσουμε πολλές φορές περιπτώσεις όπου υπάρχει μία εύστοχη αναλογία ή διαφορά ανάμεσα στα βιολογικά και στα τεχνητά δίκτυα, που είναι αξιοσημείωτη για παραιτέρω συζήτηση, έστω αν και σήμερα πλέον οι δύο τομείς έχουν σχεδόν πλήρως διαχωρισθεί.

Στην παρουσίαση, στην περιγραφή και στο επίπεδο των θεμάτων γίνεται μία προσπάθεια να κρατηθεί μία ισορροπία ανάμεσα στην λεπτομερή τεχνική (μαθηματική) ανάλυση των παρουσιαζομένων δικτύων και στη φιλοσοφία και τις υποθέσεις των προτύπων αυτών και την χρησιμότητά τους. Ουσιαστικά, ένα μόνο τεχνικό θέμα αναπτύσσεται σε μεγάλο βάθος, αυτό του δικτύου της οπισθοδιάδοσης. Επιλέχθηκε ο δρόμος αυτός επειδή το πρότυπο αυτό δεσπόζει σήμερα ανάμεσα σε όλες τις τεχνικές που χρησιμοποιούνται, και αν ο αναγνώστης θέλει να χρησιμοποιήσει κάποια συγκεκριμένη τεχνική, του προτείνεται το δίκυο αυτό. Εξάλλου, όπως συμβαίνει με πολλά θέματα, αν κάποιος μάθει καλά μία τεχνική, τότε εύκολα μπορεί από μόνος του να μάθει και άλλες. Από τα γνωστά βιβλία που υπάρχουν σήμερα, καθαρά τεχνική παρουσιάση έχουν αυτά των Hertz–Krogh–Palmer [4], όπως και του Haykin [3]. Αντίθετα, τα νευρωνικά δίκτυα περισσότερο από την σκοπιά των γνωστικών επιστημών παρουσιάζονται στο βιβλίο του Anderson [1].

Στο κεφάλαιο 1 παρουσιάζεται μία πρώτη εισαγωγή στα νευρωνικά δίκτυα σε επίπεδο που δεν απαιτεί καμία προηγούμενη γνώση στο θέμα αυτό. Δίνεται το πρώτο απλό νευρωνικό δίκτυο και οι πρώτες ιδέες ως προς την δομή και λειτουργία του. Παρουσιάζεται μία ιστορική αναδρομή κατά την οποία περιγράφεται σε γενικές γραμμές πως ξεκίνησε η περιοχή αυτή πριν από μερικές δεκαετίες και ποια είναι τα σημαντικότερα βήματα στην ανάπτυξή της τις επόμενες δεκαετίες.

Στο κεφάλαιο 2, όπως ανάφερθηκε παραπάνω, γίνεται η συζήτηση για τα βιολογικά δίκτυα.

Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται το πρώτο νευρωνικό δίκτυο που είχε μεγάλη απήχηση, αυτό του προτύπου του αισθητήρα, ξεκινώντας από την πιο απλή μορφή του. Παρόλο που το πρότυπο αυτό δεν χρησιμοποιείται πλέον σήμερα, εν τούτοις είναι πολύ χρήσιμο για παιδαγωγικούς σκοπούς να το παρουσιάσουμε και να δούμε πως λειτουργεί, διότι μαθαίνουμε αρκετές από τις διαδικασίες των δικτύων που είναι χρήσιμες σε άλλα δίκτυα τα οποία εξετάζουμε αργότερα. Δίνονται όλες οι αδυναμίες του τύπου αυτού λεπτομερώς, ώστε ο αναγνώστης να έχει σαφή ιδέα για τη θέση των δικτύων αυτών.

Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται ο πλέον διαδεδομένος τύπος δικτύων σήμερα, αυτός της οπισθοδιάδοσης. Ο τύπος αυτός έχει τις περισσότερες εφαρμογές γιατί εκπαιδεύεται εύκολα, η διαδικασία είναι πολύ γνωστή και έχει εξασφαλισμένη την επιτυχία. Τα μαθηματικά που χρειάζονται αναπτύσσονται λεπτομερώς, χρησιμοποιώντας την μέθοδο της βέλτιστης καθόδου. Δίνονται όλες οι εξισώσεις και αναπτύσσεται ένα συγκεκριμένο πρόβλημα, αυτό του X–OR, με προσομοίωση. Ο αναγνώστης παροτρύνεται να κάνει μόνος του το πρόβλημα αυτό με προσομοίωση και να επιβεβαιώσει την εκπαίδευση του δικτύου. Πιστέυω ότι η μέθοδος αυτή στο κεφάλαιο 4 είναι ο πιο καλός τρόπος για να διδαχθεί κάποιος την φιλοσοφία των δικτύων, και, αν λύσει το πρόβλημα αυτό μέχρι το τέλος, θα έχει ήδη αποκομίσει πολλά.

Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζεται το πρότυπο του Hopfield και εξηγείται ο μηχανισμός ανάδρασης με τον οποίο εργάζεται το δίκτυο αυτό. Γίνεται συζήτηση της συνειρμικής μνήμης, καθώς επίσης και αναφορά στα προβλήματα βελτιστοποίησης που λύνει το πρότυπο αυτό. Γίνεται διεξοδική αναφορά στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (πρόβλημα TSP).

Στο κεφάλαιο 6 δίνεται το πρότυπο του Kohonen, το οποίο είναι ένα σύστημα που χρησιμοποιεί μη–εποπτευόμενη εκπαίδευση και επομένως έχει το χαρακτηριστικό της αυτο–οργάνωσης. Μπορεί να απεικονίζει και να αναπαριστά μία γεωμετρική δομή σε μία άλλη.

Στο κεφάλαιο 7 παρουσιάζονται τα στατιστικά δίκτυα που εμπνέονται από την Στατιστική Φυσική. Αναπτύσσεται ο αλγόριθμος του Metropolis και η μέθοδος Monte–Carlo που χρησιμοποιείται στα δίκτυα αυτά.

Τέλος, στο κεφάλαιο 8, μετά την γενική εμπειρία που έχει αποκτηθεί από την λεπτομερή παρουσίαση όλων των τύπων των δικτύων, γίνεται μία γενική ανασκόπηση των νευρωνικών δικτύων, παρουσιάζονται τα κοινά χαρακτηριστικά όλων των μεθόδων, συζητούνται τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα που έχουν και, τέλος, γίνεται αναφορά σε ένα αριθμό από τεχνικές που δεν έχουν αναφερθεί λεπτομερώς στα προηγούμενα κεφάλαια.

Η επιλογή να περιληφθούν τα ανωτέρω θέματα στο εισαγωγικό αυτό βιβλίο ήταν μάλλον δύσκολο έργο. Εκτός από την εισαγωγή και τις γενικού περιεχομένου ιδέες (κεφάλαια 1 και 2), προτιμήθηκε καταρχήν να παρουσιαστούν τα πλέον βασικά δίκτυα (κεφάλαια 3 και 4), και από τα εξειδικευμένα το κριτήριο ήταν να περιλαμβάνουν κάποιο νέο μηχανισμό ή φιλοσοφία, όπως λ.χ. είναι ο μηχανισμός ανάδρασης (Hopfield) ή δίκτυα με μη–εποπτευόμενη εκπαίδευση (Kohonen) κτλ. Ελπίζω ότι ο αναγνώστης θα βρει την επιλογή αυτή χρήσιμη.

Τέλος, σχετικά με την βιβλιογραφία, στον πρόλογο αυτό αναφέρονται τα τέσσερα πιο κοινά βιβλία στα Νευρωνικά Δίκτυα. Είναι τα βιβλία που είναι αρκετά διαδεδομένα, περιέχουν μία ευρεία ανάπτυξη θεμάτων, μεγάλα σε όγκο και υλικό πού είναι κατά πολύ περισσότερο από ό,τι μπορεί να χρησιμοποιηθεί γιά ένα μάθημα ενός εξαμήνου. Είναι βιβλία αναφοράς. Στο τέλος του πρώτου κεφαλαίου υπάρχει μία εκτενής βιβλιογραφία με πολλά άλλα βιβλία, μερικά από τα οποία είναι αρκετά εξειδικευμένα, αλλά μπορούν να χρησιμοποιηθούν και στα επόμενα κεφάλαια του βιβλίου.

Η συγγραφή του βιβλίου αυτού θα ήταν σχεδόν αδύνατη χωρίς την βοήθεια των συνεργατών μου της ερευνητικής ομάδας, και τους οποίους θα ήθελα να ευχαριστήσω από τη θέση αυτή για όσα προσέφεραν σε όλα τα στάδια της συγγραφής του βιβλίου, ελέγχοντας τους αλγόριθμους, δημιουργώντας τους κώδικες προσομοίωσης, τα σχήματα, τα γραφικά κτλ. Είναι οι Λ. Γάλλος, Α. Καλαμπόκης, Δ. Κατσούλης, Β. Αργυρίου, Α. Γιαννούλα, αλλά και οι κατά καιρούς φοιτητές του μαθήματος οι οποίοι σημείωσαν πολλές χρήσιμες παρατηρήσεις που ελήφθησαν υπόψη. Τέλος, αλλά όχι ήσσονος σημασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω την σύζυγό μου Ελένη, η οποία μου προσέφερε αμέριστη συμπαράσταση και κατανόηση για τις επιπλέον ώρες εργασίας που χρειάσθηκαν ώστε να συμπληρωθεί το έργο αυτό, το οποίο και της αφιερώνεται.

Βιβλιογραφικές παραπομπές

[1] J. A. Anderson, An Introduction to Neural Networks, MIT Press, Cambridge (1995).

[2] N. K. Bose and P. Liang, Neural Networks Foundamentals with Graphs, Algorithms and Applications, McGraw–Hill, New York (1996).

[3] S. Haykin, Neural Networks: A Comprehensive Foundation, Second Edition, Prentice Hall, Upper Saddle River (NJ), (1999).

[4] J. Hertz, A. Krogh, and R. G. Palmer, Introduction to the Theory of Neural Computation, Addison–Wesley, Reading (Mass), (1991).

[5] I. Aleksander and H. Morton, Neurons and Symbols, the Stuff that Mind is Made of, Chapman and Hall, London (1993).

[6] I. Aleksander and H. Morton, An Introduction to Neural Computing, Thomson Computer Press, London (1995).

[7] D. J. Amit, Modeling Brain Function, the World of Attractor Neural Networks, Cambridge U. P., Cambridge (1989).

[8] R. Beale and T. Jackson, Neural Computing, an Introduction, Adam Hilger, Bristol (1990).

[9] R. Callan, The Essence of Neural Networks, Prentice Hall, London (1999).

[10] M. Chester, Neural Networks, a Tutorial, Prentice Hall, Englewood Cliffs (NJ),(1993).

[11] J. E. Dayhoff, Neural Network Architectures, an Introduction, Van Nostrand Reinhold (New York), 1990.

[12] V. Dotsenko, An Introduction to the Theory of Spin Glasses and Neural Networks, World Scientific, Singapore (1994).

[13] T. Khanna, Foundations of Neural Networks, Addison–Wesley, Reading (Mass), (1990).

[14] R. Lippmann, An Introduction to Computing with Neural Networks, IEEE ASSP Magazine, 4–22 (1987).

[15] B. Mueller and J. Reinhardt, Neural Networks, an Introduction, Springer Verlag, Berlin (1991).

[16] K. K. Obermeier and J. J. Barron, Time to get fired up, Byte 217 (1987).

[17] P. Peretto, An Introduction to the Modeling of Neural Networks, Cambridge U. P., Cambridge (1992).

[18] P. Picton, Introduction to Neural Networks, Macmillan, London (1994).

[19] P. D. Wasserman, Neural Computing Theory and Practice, Van Nostrand Reinhold (New York), 1989.

[20] P. D. Wasserman, Advanced Methods in Neural Computing, Van Nostrand Reinhold (New York), 1993.

[21] H. K. M. Yusuf, Understanding the Brain and its Development, World Scientific, Singapore (1992).

[22] L. Smith, (2000), http://www.cs.stir.ac.uk/~lss/NNIntro/InvSlides.html

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή στα νευρωνικά δίκτυα

Σκοπός

Στο κεφάλαιο αυτό εξηγείται τι είναι τα νευρωνικά δίκτυα και οι νευρώνες από τους οποίους αποτελούνται. Παρουσιάζεται η δομή ενός δικτύου, ο τρόπος λειτουργίας του και ο τρόπος εκπαίδευσής του. Αναλύεται η σχέση με τα βιολογικά νευρωνικά δίκτυα των ζώντων οργανισμών. Αναπτύσσονται παραστατικά οι αναλογίες με τους υπολογιστές, οι ομοιότητες και οι διαφορές. Παρουσιάζονται μερικές επιλεγμένες εφαρμογές που δείχνουν τι ακριβώς μπορούν να κάνουν τα νευρωνικά δίκτυα. Τέλος, γίνεται μία σύντομη ιστορική ανασκόπηση της περιοχής αυτής, παρουσιάζονται επιγραμματικά οι φάσεις από τις οποίες πέρασε η εξέλιξη τους, τα μοντέλα που προτάθηκαν και χρησιμοποιήθηκαν (απλά και περίπλοκα), καθώς και οι δραστηριότητες που υπάρχουν σήμερα σε όλο τον κόσμο και καθιστούν τα νευρωνικά δίκτυα μια αυτοτελή περιοχή και επιστήμη.

Προσδοκώμενα Αποτελέσματα

Όταν ολοκληρώσετε τη μελέτη του κεφαλαίου αυτού, θα είστε σε θέση να:

- *περιγράψετε ποιοτικά τι είναι ένα νευρωνικό δίκτυο*
- *δείξετε τα στοιχεία από τα οποία εμπνέεται η μελέτη των νευρωνικών δικτύων και τη σχέση που έχουν με τα βιολογικά νευρωνικά δίκτυα*
- *παραθέσετε τις ομοιότητες και διαφορές μεταξύ των νευρωνικών δικτύων και των γνωστών υπολογιστών*
- *περιγράψετε μία απλή δομή ενός δικτύου, και τα χαρακτηριστικά που έχει η λειτουργία του*
- *εξηγήσετε τι είναι η εκπαίδευση ενός δικτύου και με ποιό τρόπο γίνεται*
- *απαριθμήσετε μερικές σύγχρονες εφαρμογές των νευρωνικών δικτύων*
- *περιγράψετε τα βήματα–σταθμούς στην ανάπτυξη των νευρωνικών δικτύων, τις επιτυχίες και αποτυχίες των πρώτων μοντέλων που προτάθηκαν, καθώς και την σημερινή κατάσταση στην περιοχή αυτή*

Έννοιες κλειδιά

- *νευρωνικά δίκτυα*

- *νευρώνες*
- *συνάψεις*
- *τεχνητά νευρωνικά δίκτυα –ΤΝΔ (artificial neural networks–ANN)*
- *νευρωνικά δίκτυα και παράλληλη επεξεργασία*
- *εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων, εποπτευόμενη, μη–εποπτευόμενη, και αυτό–εποπτευόμενη εκπαίδευση*
- *αισθητήρας (perceptron)*
- *adaline*
- *madaline*
- *παράλληλη επεξεργασία*

Εισαγωγικές Παρατηρήσεις

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε τα νευρωνικά δίκτυα, ξεκινώντας από την πιο απλή μορφή τους. Δεν απαιτούνται προηγούμενες γνώσεις για την κατανόησή τους, καθώς η παρουσίαση ουσιαστικά ξεκινάει από το μηδέν. Καθόσον οι πρώτες ιδέες των νευρωνικών δικτύων προέρχονται από τη βιολογία, είναι απαραίτητο να δούμε λεπτομερώς πως γίνεται αυτό, και μάλιστα στο επόμενο κεφάλαιο θα εξετάσουμε σε μεγαλύτερη έκταση πως λειτουργούν τα βιολογικά δίκτυα, γιατί έτσι θα μπορέσουμε να δούμε τις ομοιότητες και διαφορές με τα ΤΝΔ ή ακόμα και να πάρουμε ιδέες για τον τρόπο μιας συγκεκριμένης λειτουργίας. Έτσι, θα φανεί πως τα βιολογικά δίκτυα βοηθούν την ανάπτυξη των τεχνητών νευρωνικών δικτύων, ανάπτυξη που δεν είναι τίποτα άλλο παρά προγράμματα που υλοποιούνται στους υπολογιστές. Η παρουσίαση θα γίνει στην αρχή με το πιο απλό δίκτυο του ενός νευρώνα και ακολούθως με πιο περίπλοκα δίκτυα. Βασική και κεντρική ιδέα είναι να δούμε πως εκπαιδεύεται το δίκτυο. Βέβαια στα επόμενα κεφάλαια θα παρουσιάσουμε μία ποικιλία μεθόδων εκπαίδευσης, αλλά στην εισαγωγή αυτή θα ξεκινήσουμε με την γενική ιδέα της εκπαίδευσης ενός δικτύου. Μετά την εκπαίδευσή του ένα δίκτυο μπορεί να κάνει διάφορα πράγματα, αλλά όχι φυσικά να λύσει όλα τα προβλήματα. Θα δούμε τα χαρακτηριστικά αυτά λεπτομερώς.

Έχει πλέον γίνει κατανοητό ότι ο τρόπος λειτουργίας ενός νευρωνικού δικτύου είναι διαφορετικός από αυτόν του κλασικού υπολογιστή, όχι μόνο ως προς τη φιλοσοφία που ένα νευρωνικό δίκτυο διέπει, αλλά ακόμη και ως προς την τεχνική. Από όλα αυτά *τα χαρακτηριστικά θα φανεί ότι τα νευρωνικά δίκτυα λειτουργούν με ένα τρόπο ασυνήθιστο για τις επιστήμες που ξέρουμε, και αυτός είναι ο βασικός σκοπός του παρόντος κεφαλαίου, να μπούμε δηλαδή στο νόημα και στον τρόπο σκέψης των νευρωνικών δικτύων, να δούμε τις ιδιαιτερότητες του πεδίου αυτού, οι οποίες το κάνουν να ξεχωρίζει από τα άλλα παραδοσιακά πεδία των φυσικών επιστημών.*

Καθότι το πεδίο αυτό είναι αρκετά νέο, είναι απαραίτητο να κάνουμε μια σύντομη ιστορική αναδρομή της μικρής προϊστορίας που έχει η περιοχή των νευρωνικών δικτύων από τη δεκαετία του σαράντα μέχρι σήμερα. Πάντα κατανοούμε καλύτερα ένα θέμα, εάν το έχουμε βάλει σε προοπτική σχετικά με την ιστορική του εξέλιξη. Φυσικά, δεν είναι δυνατό να αναφερθούν διεξοδικά όλα τα σημαντικά επιτεύγματα, αλλά επιλεκτικά μόνον μπορούμε να κάνουμε μια παρουσίαση που να δείχνει πώς εξελίσσεται μια νέα περιοχή, ποια στάδια περνάει και τι προοπτικές έχει. Παρατίθενται μερικά από τα πρώτα μοντέλα της δεκαετίας του εξήντα, τα οποία όπως θα δούμε, αποδείχθηκε ότι δεν είναι σήμερα και πολύ χρήσιμα. Εν τούτοις είναι σημαντικό να δούμε τι πέτυχαν αρχικά και πού κατέληξαν, γιατί πολλές φορές ακόμα και από κάτι που αποτυγχάνει ή από ένα αρνητικό αποτέλεσμα μπορεί να μάθουμε πολλά. Αυτό είναι χαρακτηριστικό όλων των θετικών επιστημών. Ακολούθως δίνονται και οι πιο ώριμες εξελίξεις της δεκαετίας του ογδόντα και, τέλος, ορισμένα χαρακτηριστικά από το που βρισκόμαστε σήμερα, ποιά εφόδια έχουν αναπτυχθεί κτλ. Οπως αναφέρουμε συχνά τα νευρωνικά δίκτυα είναι μία νέα περιοχή και η ιστορική αυτή παρουσίαση σκοπό έχει να δείξει κάτω από ποιές συνθήκες και με ποιά επιτεύγματα μπορεί να αναπτυχθεί μία καινούργια επιστημονική περιοχή από τις ήδη υπάρχουσες.

Από την αρχή θα φανεί ότι τα νευρωνικά δίκτυα δεν είναι μόνο θεωρητικά μαθηματικά μοντέλα αλλά χρήσιμα εργαλεία τα οποία έχουν μία πληθώρα από σύγχρονες εφαρμογές σε όλους τους τομείς της ζωής, από τεχνικά προβλήματα στις φυσικές επιστήμες, την οικονομία, την εκπαίδευση, την διασκέδαση, την ασφάλεια κτλ.

1.1 Τι είναι τα νευρωνικά δίκτυα

Τα νευρωνικά δίκτυα (neural networks ή με σύντμηση neural nets) αποτελούν μια σχετικά νέα περιοχή στις φυσικές επιστήμες, καθόσον έχουν γίνει γνωστά και έχουν αναπτυχθεί σε διεθνές επίπεδο μόνο κατά τις τελευταίες δεκαετίες. Εν τούτοις, η περιοχή αυτή έχει δει μια μεγάλη άνθηση, η οποία διαφαίνεται από την μεγάλη ανάπτυξη που έχει παρατηρηθεί, από τον αριθμό των επιστημόνων που ασχολούνται με αυτά τα θέματα και βέβαια από τα πολύ σημαντικά επιτεύγματα που έχουν συμβάλλει στο να γίνουν τα νευρωνικά δίκτυα γνωστά σε ένα ευρύτερο κύκλο. Αποτελούν επομένως ένα θέμα με μεγάλο ενδιαφέρον στις τεχνολογικές επιστήμες. Το κύριο χαρακτηριστικό τους είναι ότι οι πρώτες αρχές και λειτουργίες τους βασίζονται και εμπνέονται από το νευρικό σύστημα των ζώντων οργανισμών (και φυσικά του ανθρώπου), αλλά η μελέτη και η χρήση τους έχει προχωρήσει πολύ πέρα από τους βιολογικούς οργανισμούς. Ουσιαστικά δημιουργήθηκε μία νέα περιοχή η οποία έχει αποκοπεί τελείως από την βιολογία και σήμερα τα νευρωνικά δίκτυα χρησιμοποιούνται για να λύσουν κάθε είδους προβλήματα με ηλεκτρονικό υπολογιστή. Η φιλοσοφία τους όμως είναι διαφορετική από τον τρόπο με τον οποίο δουλεύουν οι κλασικοί υπολογιστές. Η λειτουργία τους προσπαθεί να συνδυάσει τον τρόπο σκέψης του ανθρώπινου εγκεφάλου με τον αφηρημένο μαθηματικό τρόπο σκέψης. Έτσι στα νευρωνικά δίκτυα χρησιμοποιούμε τέτοιες ιδέες όπως, λ.χ. ένα δίκτυο μαθαίνει και εκπαιδεύεται, θυμάται ή ξεχνά μια αριθμητική τιμή κτλ., πράγματα που μέχρι τώρα τα αποδίδαμε μόνο στην ανθρώπινη σκέψη. Αλλά βέβαια μπορούν και χρησιμοποιούν επί πλέον και περίπλοκες μαθηματικές συναρτήσεις και κάθε είδους εργαλεία από την μαθηματική ανάλυση.

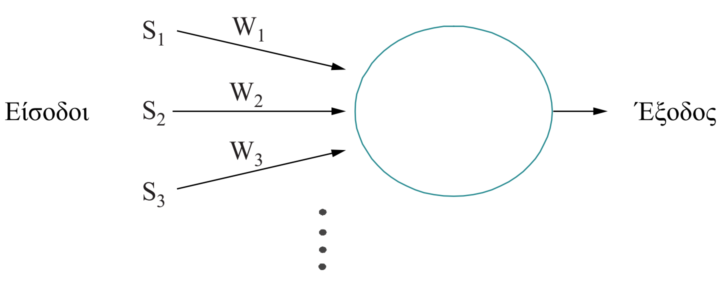
Ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό είναι ότι οι επιστήμονες στην περιοχή των νευρωνικών δικτύων προέρχονται σχεδόν από όλες τις περιοχές των φυσικών επιστημών, όπως την Ιατρική, την επιστήμη Μηχανικών, τη Φυσική, τη Χημεία, τα Μαθηματικά, την επιστήμη Υπολογιστών, την Ηλεκτρολογία κτλ. Αυτό δείχνει ότι για την ανάπτυξή τους απαιτούνται ταυτόχρονα γνώσεις και θέματα από πολλές περιοχές, ενώ το ίδιο ισχύει και για τις τεχνικές και τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται. Έτσι καταλαβαίνει κανείς ότι τα νευρωνικά δίκτυα δίνουν μια νέα πρόκληση στις επιστήμες, καθόσον οι νέες γνώσεις που απαιτούνται είναι από τις πιο χρήσιμες στον άνθρωπο, τόσο για την ζωή και την ιατρική όσο και για την τεχνολογία. Καμία άλλη επιστήμη σήμερα δεν συνδυάζει με τόσο άμεσο τρόπο γνώσεις που προέρχονται από τόσο διαφορετικές περιοχές.

Η έμπνευση για τα νευρωνικά δίκτυα, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ξεκινά από την βιολογία. Οι ζώντες οργανισμοί, από τους πιο απλούς μέχρι τον άνθρωπο, έχουν ένα νευρικό σύστημα το οποίο είναι υπεύθυνο για μια πλειάδα από διεργασίες, όπως είναι η επαφή με τον εξωτερικό κόσμο, η μάθηση, η μνήμη κτλ. Το νευρικό σύστημα των οργανισμών αποτελείται από πολλά νευρωνικά δίκτυα τα οποία είναι εξειδικευμένα στις διεργασίες αυτές. Η κεντρική μονάδα του νευρικού συστήματος είναι, οπωσδήποτε, ο εγκέφαλος, ο οποίος επίσης αποτελείται από νευρωνικά δίκτυα. Κάθε νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό μονάδων, που λέγονται νευρώνες ή νευρώνια (neurons). Ο νευρώνας είναι η πιο μικρή ανεξάρτητη μονάδα του δικτύου, όπως λ.χ. το άτομο είναι η πιο μικρή μονάδα της ύλης. Οι νευρώνες συνεχώς και ασταμάτητα επεξεργάζονται πληροφορίες, παίρνοντας και στέλνοντας ηλεκτρικά σήματα σε άλλους νευρώνες. Βλέπουμε λοιπόν ότι οι πρώτες γνώσεις μας για τα νευρωνικά δίκτυα προέρχονται από την βιολογία και την ιατρική. Σήμερα διεξάγεται ιδιαίτερα μεγάλη έρευνα στις δύο αυτές επιστήμες για την καλύτερη κατανόηση των νευρωνικών δικτύων του εγκεφάλου, καθόσον είναι προφανές ότι αυτό θα βοηθήσει στο να εξηγήσουμε πώς ακριβώς λειτουργεί ο εγκέφαλος και τις τόσο περίπλοκες διεργασίες του, όπως πως σκεπτόμαστε, πως θυμόμαστε κτλ. Οι έννοιες αυτές, παρόλο ότι ακούγονται απλές, εν τούτοις δεν έχουν εξηγηθεί σχεδόν καθόλου μέχρι σήμερα από τους επιστήμονες. Έτσι, λοιπόν, τα νευρωνικά δίκτυα των ζώντων οργανισμών τα ονομάζουμε βιολογικά νευρωνικά δίκτυα, ενθυμούμενοι ότι αυτά είναι και τα πρώτα δίκτυα που μελετήθηκαν, καθόσον υπάρχουν σε όλους τους ζώντες οργανισμούς (όχι όμως στα φυτά).

Οι διεργασίες που επιτελούνται από τα βιολογικά νευρωνικά δίκτυα στους ζώντες οργανισμούς είναι πολύ περίπλοκες αλλά και τόσο χρήσιμες στην καθημερινή ζωή του ανθρώπου. Μερικές από αυτές είναι εργασίες ρουτίνας, τις οποίες ο ανθρώπινος εγκέφαλος εκτελεί με ελάχιστη ή μηδαμινή προσπάθεια, όπως λ.χ. η αναγνώριση μιας εικόνας. Το ερώτημα που προκύπτει λοιπόν είναι: Μπορούν οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές να κάνουν αυτά που κάνει το ανθρώπινο μυαλό; Η απάντηση είναι γνωστή: Πολλά από τα πιο απλά πράγματα, όπως η αναγνώριση φωνής ή εικόνας που το μυαλό κάνει πολύ εύκολα, οι υπολογιστές δεν μπορούν εύκολα να τα κάνουν με επιτυχία. Και βέβαια αυτό δεν οφείλεται στην έλλειψη ταχύτητας, καθώς οι υπολογιστές είναι χιλιάδες φορές γρηγορότεροι από το μυαλό. Ο λόγος είναι ότι η δομή των υπολογιστών είναι πάρα πολύ διαφορετική από την δομή του εγκεφάλου. Το επόμενο λογικό ερώτημα είναι: Θα μπορούσαμε να φτιάξουμε έναν υπολογιστή με τέτοια εσωτερική δομή που να μοιάζει με την δομή του εγκεφάλου και έτσι να μπορέσουμε να πετύχουμε αυτό που θέλουμε; Αυτό έχει οδηγήσει στο να γίνουν κάποιες πρώτες σκέψεις μήπως είναι δυνατόν να δημιουργηθούν κάποια πρότυπα (μοντέλα) του νευρωνικού συστήματος του ανθρώπου, τα οποία θα περιέχουν όλα τα χαρακτηριστικά που είναι γνωστά μέχρι σήμερα και τα οποία θα μπορούσαν από μόνα τους να επιτελέσουν τις εργασίες αυτές, με τον ίδιο τρόπο που γίνονται στα βιολογικά νευρωνικά δίκτυα. Τα δίκτυα αυτά ονομάζονται τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (artificial neural nets, ANN). Η βασική τους διαφορά από τα βιολογικά δίκτυα είναι ότι τα δίκτυα αυτά παίρνουν γνώσεις (μαθαίνουν) με την εξάσκηση και την εμπειρία, όπως ακριβώς και οι άνθρωποι, αλλά διαφέρουν στο ότι δεν ακολουθούν ορισμένους προκαθορισμένους κανόνες, που είναι χαρακτηριστικό των υπολογιστών. Υπάρχει σήμερα ένας μεγάλος όγκος έρευνας στην περιοχή αυτή, καθώς και εδώ είναι προφανές πόσο χρήσιμο θα ήταν να μπορεί κάτι το άψυχο να επιτελεί εργασίες που μέχρι σήμερα μόνο ο άνθρωπος μπορούσε να κάνει, είτε αυτό είναι μια μηχανή είτε ένα πρόγραμμα ηλεκτρονικού υπολογιστή. Τις τελευταίες λοιπόν δεκαετίες, στην προσπάθεια να απαντηθούν τα ερωτήματα αυτά, τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα έχουν δει μεγάλη άνθηση και πρόοδο [1].

1.2 Ένα απλό νευρωνικό δίκτυο

Ενα νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από ένα αριθμό στοιχείων, τους νευρώνες. Σε κάθε νευρώνα καταφθάνει ένας αριθμός σημάτων, τα οποία έρχονται ως είσοδος σ' αυτόν. Ο νευρώνας έχει μερικές πιθανές καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρεθεί η εσωτερική δομή του που δέχεται τα σήματα εισόδου και, τέλος, έχει μία μόνον έξοδο, η οποία είναι συνάρτηση των σημάτων εισόδου (βλέπε Σχήμα 1.1). Κάθε σήμα που μεταδίδεται από ένα νευρώνα σε ένα άλλο μέσα στον νευρωνικό δίκτυο συνδέεται με την τιμή βάρους, w, και η οποία υποδηλώνει πόσο στενά είναι συνδεδεμένοι οι δύο νευρώνες που συνδέονται με το βάρος αυτό. Η τιμή αυτή συνήθως κυμαίνεται σε ένα συγκεκριμένο διάστημα, λ.χ. στο διάστημα από –1 ως 1, αλλά αυτό είναι αυθαίρετο και εξαρτάται από το πρόβλημα που προσπαθούμε να λύσουμε. Η σημασία του βάρους είναι όπως ακριβώς είναι και ο χημικός δεσμός ανάμεσα σε δύο άτομα που απαρτίζουν ένα μόριο. Ο δεσμός μας δείχνει πόσο δυνατά είναι συνδεδεμένα τα δύο άτομα του μορίου. Έτσι και ένα βάρος μας λέγει ακριβώς πόσο σημαντική είναι η συνεισφορά του συγκεκριμένου σήματος στην διαμόρφωση της δομής του δικτύου για τους δύο νευρώνες τους οποίους συνδέει. Οταν το w είναι μεγάλο (μικρό), τότε η συνεισφορά του σήματος είναι μεγάλη (μικρή).



Σχήμα 1.1

Ένας νευρώνας (ο κύκλος) με πολλές εισόδους (s_1, s_2, s_3, ...), αντίστοιχα βάρη (w_1, w_2, w_3,...) και μία έξοδο

1.3 Μετάδοση του σήματος μέσα στο νευρωνικό δίκτυο

Εχοντας την δομή ενός απλού δικτύου όπως στο Σχήμα 1.1, μένει τώρα να δούμε πως και με ποιά διαδικασία μεταδίδεται το σήμα από νευρώνα σε νευρώνα. Ουσιαστικά γίνεται πάντοτε αυτό που υπαινίχθηκε παραπάνω, δηλ., όλα τα σήματα που φθάνουν σε ένα νευρώνα μαζεύονται (αθροίζονται), υπόκεινται σε μία διαδικασία, παράγεται ως αποτέλεσμα της διαδικασίας μία έξοδος και αυτό είναι το σήμα το οποίο μεταδίδεται περαιτέρω στους επόμενους νευρώνες. Η θεώρηση αυτή είναι γενική και ισχύει πάντοτε, αυτό όμως που αλλάζει είναι η διαδικασία η οποία δεν είναι πάντα η ίδια. Ας δούμε αρχικά δύο τρόπους με τους οποίους γίνεται η μετάδοση αυτή. Ο πρώτος τρόπος είναι δυαδικός. Στην περίπτωση αυτή ένας νευρώνας μπορεί να βρεθεί σε μία από δύο δυνατές καταστάσεις: να είναι ενεργός ή να είναι αδρανής. Όταν ένας νευρώνας δέχεται διάφορα σήματα, τότε υπολογίζει μία ποσότητα x από όλα τα δεδομένα που έχει και συγκρίνει την τιμή της ποσότητας αυτής με μια τιμή κατωφλίου, θ, η οποία είναι χαρακτηριστική (σταθερή) και ορισμένη από την αρχή για τον νευρώνα αυτόν. Αν η τιμή της ποσότητας είναι μεγαλύτερη από την τιμή κατωφλίου, τότε λέμε ότι ο νευρώνας ενεργοποιείται. Αν όμως είναι μικρότερη, τότε ο νευρώνας παραμένει αδρανής, δηλ. στην δεδομένη στιγμή δεν μεταδίδει κανένα σήμα παραιτέρω στο δίκτυο. Επειδή ο νευρώνας εδώ δρα ως δυαδικό στοιχείο, γι' αυτό η έξοδός του, $f(x)$, θα ειναι 1 οταν είναι ενεργοποιημένος και 0 όταν είναι αδρανής.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{εάν} \quad x > \theta \\ 0 & \text{εάν} \quad x < \theta \end{cases} \tag{1.1}$$

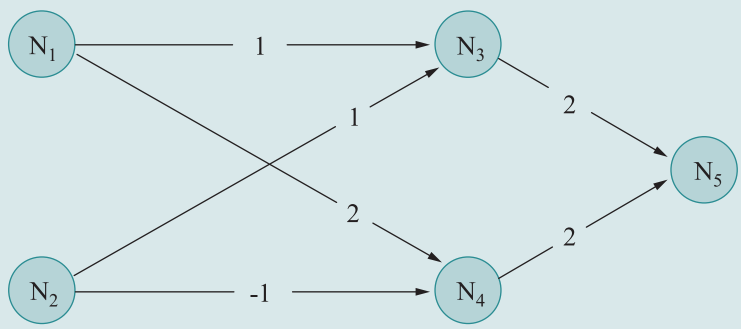
Με τον δεύτερο τρόπο δεν υπάρχει χαρακτηριστική τιμή κατωφλίου με την οποία γίνεται η σύγκριση της συνάρτησης 1.1. Η μετάδοση του σήματος γίνεται πάλι με την συνάρτηση $f(x)$, η οποία τώρα έχει μία ειδική μορφή. Χρησιμοποιούμε όλες τις τιμές των εισόδων και τις τιμές των βαρών, w, και υπολογίζουμε αριθμητικά την $f(x)$. Ενα παράδειγμα μορφής της συνάρτησης αυτής είναι το εξής:

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \tag{1.2}$$

Η συνάρτηση 1.2 λέγεται σιγμοειδής συνάρτηση. Εκτός από τις μορφές 1.1 και 1.2 θα δούμε αργότερα και άλλες μορφές της $f(x)$. Η γενική της όμως ονομασία σε όλες τις περιπτώσεις είναι συνάρτηση μεταφοράς (transfer function), ή συνάρτηση ενεργοποίησης (activation function). Το κοινό χαρακτηριστικό που έχουν οι συναρτήσεις αυτές είναι ότι πρέπει να είναι πάντοτε μη–γραμμικές. Δεν αρκούν γραμμικές συναρτήσεις, γιατί τότε η έξοδος θα ήταν ευθέως ανάλογη με την είσοδο, κάτι που δεν μπορεί να συμβεί στα νευρωνικά δίκτυα.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1.1

Έχουμε το νευρωνικό δίκτυο του Σχήματος 1.2 που αποτελείται από 5 νευρώνες. Τα βάρη σε όλες τις συνδέσεις φαίνονται πάνω στο Σχήμα.



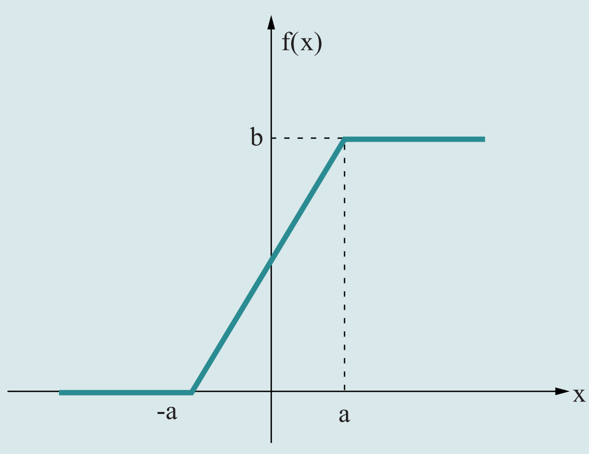
Σχήμα 1.2

Νευρωνικό δίκτυο με 5 νευρώνες

Η τιμή του κατωφλίου είναι $\theta = 2$ για όλους τους νευρώνες, εκτός από αυτούς της εισόδου. Χρησιμοποιώντας την συνάρτηση μεταφοράς 1.1 εξετάστε και τους 4 δυνατούς συνδυασμούς του 0 και 1 ως τιμές εισόδου στα N_1 και N_2. Για ποιους συνδυασμούς ενεργοποιείται ο νευρώνας N_5, η έξοδος;

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1.2

Εκτός από τις δύο συναρτήσεις $f(x)$ που είδαμε παραπάνω (1.1 και 1.2) θα μπορούσαμε να ορίσουμε μία νέα $f(x)$, όπως στο Σχήμα 1.3



Σχήμα 1.3

Μία συνάρτηση μεταφοράς $f(x)$

Βρείτε ποιά είναι ακριβώς η συνάρτηση $f(x)$ εδώ, δηλ., πως θα την ορίσουμε σωστά. Τι θα συμβεί στην $f(x)$ εάν το α τείνει στο μηδέν ($\alpha \to 0$); Τι έχετε να πείτε ως προς την γραμμικότητα της συνάρτησης αυτής;

1.4 Πώς εκπαιδεύουμε ένα νευρωνικό δίκτυο

Ο πρωταρχικός σκοπός της λειτουργίας ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου είναι να μπορεί να λύνει συγκεκριμένα προβλήματα που του παρουσιάζουμε ή να επιτελεί από μόνο του ορισμένες διεργασίες, λ.χ. να αναγνωρίζει εικόνες. Για να μπορεί όμως να γίνει αυτό λέμε ότι το νευρωνικό δίκτυο προηγουμένως πρέπει να εκπαιδευθεί κατάλληλα. Αυτό είναι και το βασικό χαρακτηριστικό των νευρωνικών δικτύων, δηλ. ότι μαθαίνουν ή εκπαιδεύονται. Τι ακριβώς όμως σημαίνει ότι ένα νευρωνικό δίκτυο εκπαιδεύεται; Όπως και στα βιολογικά δίκτυα έτσι και τα ΤΝΔ δέχονται ορισμένες εισόδους και αντίστοιχα δίνουν ορισμένες εξόδους (input–output). Οταν λέμε εισόδους/εξόδους εννοούμε ότι παρουσιάζονται στο δίκτυο κάποια σήματα τα οποία έχουν αριθμητικές τιμές, λ.χ. θα μπορούσε να είναι κάποιος δυαδικός αριθμός αποτελούμενος από 0 και 1. Οι αριθμοί αυτοί που δίνονται στην είσοδο του δικτύου αποτελούν κάποιο πρότυπο. Για ένα πρόβλημα μπορεί να απαιτούνται πολλά πρότυπα. Σε κάθε πρότυπο αντιστοιχεί και μία σωστή απάντηση, η οποία είναι το σήμα που πρέπει να πάρουμε στην έξοδο ή αλλιώς ο στόχος. Η εκπαίδευση γίνεται με το να παρουσιάσουμε μια ομάδα από τέτοια πρότυπα στο δίκτυο, αντιπροσωπευτικά ή παρόμοια με αυτά που θέλουμε να μάθει το δίκτυο. Αυτό σημαίνει ότι δίνουμε στο δίκτυο ως εισόδους κάποια πρότυπα για τα οποία ξέρουμε ποιά πρέπει να είναι η έξοδος στο δίκτυο, ξέρουμε δηλ. ποιός είναι ο στόχος, τι πρέπει να δίνει το δίκτυο ως απάντηση στα πρότυπα που του παρουσιάζουμε. Ουσιαστικά είναι σαν να δίνουμε στο δίκτυο μία ερώτηση και ακολούθως να του δίνουμε την απάντηση που αντιστοιχεί. Το δίκτυο χρησιμοποιεί την κατάλληλη συνάρτηση μεταφοράς $f(x)$ για να μεταδίδει το σήμα σε όλη τη δομή του, από την είσοδο ως την έξοδο. Κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης το μόνο πράγμα που αλλάζει είναι οι τιμές των βαρών των συνδέσεων των νευρώνων. Αυτό δεν γίνεται πάντα με τον ίδιο τρόπο, αλλά εξαρτάται σημαντικά από την μέθοδο που χρησιμοποιούμε. Στα επόμενα κεφάλαια θα δούμε διάφορες τέτοιες μεθόδους. Το δίκτυο με τα δεδομένα αυτά τροποποιεί την εσωτερική του δομή ώστε να μπορεί να κάνει την ίδια αντιστοιχία που του δώσαμε εμείς. Ενώ αρχικά ξεκινάει με τιμές στα βάρη w που είναι τυχαίες, κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης μεταβάλλει τις τιμές αυτές, μέχρι να εκπαιδευθεί πλήρως. Ακολούθως, αφού βρει την σωστή εσωτερική δομή του, τότε θα μπορεί να λύνει και άλλα ανάλογα προβλήματα τα οποία δεν τα έχει δει προηγουμένως, δηλ. δεν έχει εκπαιδευθεί στα πρότυπα των προβλημάτων αυτών. Οπωσδήποτε όμως, τα προβλήματα αυτά θα πρέπει να είναι της ίδιας φύσης και των ίδιων χαρακτηριστικών όπως αυτά της εκπαίδευσης και όχι διαφορετικά. Ως σκέψη λοιπόν μια τέτοια διαδικασία είναι πολύ φιλόδοξη. Αυτός είναι ο πιο συνηθισμένος τρόπος εκπαίδευσης, αλλά θα δούμε στο επόμενο τμήμα ότι υπάρχουν διάφορες παραλλαγές ως προς τον τρόπο με τον οποίο τα δεδομένα παρουσιάζονται στο δίκτυο όταν αυτό εκπαιδεύεται.

Γενικά, μπορούμε να πούμε ότι κατά την εκπαίδευση ενός δικτύου οι αλλαγές στα βάρη γίνονται με ένα από τους εξής δύο τρόπους:

• με εποπτευόμενο τρόπο

• με μη–εποπτευόμενο τρόπο (ή αυτο–εποπτευόμενο τρόπο)

Η εποπτευόμενη μάθηση είναι και ο πιο συχνός τρόπος στην εκπαίδευση των νευρωνικών δικτύων. Αρχικά δίνουμε τις τιμές των εισόδων και των στόχων που πρέπει να μάθει το δίκτυο, δηλ. παρουσιάζουμε τα πρότυπα στο δίκτυο. Ξεκινούμε με τυχαίες τιμές στα βάρη w. Κατά την διαδικασία εκπαίδευσης το δίκτυο αλλάζει τις τιμές των βαρών διορθώνοντας αυτές ανάλογα με το σφάλμα που παίρνουμε (διαφορά από τον στόχο). Ο σκοπός μας εδώ είναι τελικά να ελαχιστοποιήσουμε την διαφορά (το σφάλμα) μεταξύ της επιθυμητής εξόδου και της τρέχουσας τιμής της εξόδου μετά από διαδοχικές αλλαγές των βαρών (ανακυκλώσεις διορθώσεων). Μερικές φορές η διαδικασία αυτή μπορεί να απαιτεί μεγάλους αριθμούς τέτοιων διορθώσεων και, επομένως, μεγάλους υπολογιστικούς χρόνους.

Στην μη–εποπτευόμενη εκπαίδευση [2] απλώς δίνουμε την πληροφορία στο δίκτυο, αλλά δεν δίνουμε αντίστοιχους στόχους όπως προηγουμένως και έτσι δεν γίνεται κανένας έλεγχος ή σύγκριση για την πορεία του σφάλματος. Το δίκτυο δεν χρησιμοποιεί κάποια εξωτερική παράμετρο για την αλλαγή των βαρών. Υπάρχει βέβαια συγκεκριμένη διαδικασία που ακολουθείται και καταλήγει σε εκπαίδευση του δικτύου. Το δίκτυο χρησιμοποιεί έναν εσωτερικό έλεγχο, ψάχνει να βρεί κάποιες τάσεις ή κανονικότητα στα σήματα εισόδου και προσπαθεί ώστε οι έξοδοι να έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά όπως και οι είσοδοι. Λέμε ότι έτσι έχουμε αυτο–εποπτευόμενη εκπαίδευση διότι το δίκτυο ελέγχει τον εαυτό του και διορθώνει τα σφάλματα στα δεδομένα με ένα μηχανισμό ανάδρασης (feedback). Ο τρόπος αυτός δεν συναντάται τόσο συχνά όπως η εποπτευόμενη εκπαίδευση και δεν είναι απόλυτα κατανοητός, αλλά είναι πολύ χρήσιμος σε ορισμένες καταστάσεις που δεν υπάρχουν δεδομένα στο πρόβλημα. Σε όλες τις περιπτώσεις όταν το δίκτυο σταματάει να αλλάζει τις τιμές των βαρών, τότε θεωρούμε ότι η εκπαίδευση έχει επιτευχθεί. Αυτό συμβαίνει επειδή το λάθος στην έξοδο γίνεται μηδέν ή είναι πολύ κοντά (τείνει) στο μηδέν.

1.5 Τα νευρωνικά δίκτυα και οι υπολογιστές

Το Σχήμα 1.1 δίνει το πιο απλό νευρωνικό δίκτυο που μπορεί να υπάρξει, δηλαδή αποτελείται από έναν μόνο νευρώνα. Πιο περίπλοκα νευρωνικά δίκτυα δημιουργούνται από πολλούς νευρώνες οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους με μια συγκεκριμένη δομή. Καθόσον, η δομή τέτοιων δικτύων μπορεί να είναι πολύ περίπλοκη, ομιλούμε πλέον για αρχιτεκτονική δικτύων, πράγμα που αποτελεί ένα από τα καίρια θέματα των τεχνητών νευρωνικών δικτύων. Η αρχιτεκτονική των νευρωνικών δικτύων είναι πολύ διαφορετική από αυτήν των παραδοσιακών υπολογιστών που περιέχουν έναν επεξεργαστή. Οι γνωστοί υπολογιστές δουλεύουν σειριακά, σύμφωνα με τις πρώτες ιδέες του von Neumann [3], και έχουν την ικανότητα να επιτελούν μερικές εκατοντάδες εντολών που είναι πολύ γνωστές, όπως είναι οι αριθμητικές πράξεις κτλ. Στην διαδικασία εκτέλεσης των εντολών ακολουθούν πιστά ένα εσωτερικό ρολόι.

Από τη φύση τους τα νευρωνικά δίκτυα δεν λειτουργούν σειριακά, αλλά με τρόπο που μοιάζει πιο πολύ σε παράλληλο τρόπο λειτουργίας, διότι μία εργασία μοιράζεται στα διάφορα τμήματα του δικτύου, μοιράζεται σε όλους τους επί μέρους νευρώνες [4]. Έτσι λέμε ότι τα νευρωνικά δίκτυα είναι συστήματα «παράλληλων κατανεμημένων διεργασιών» («parallel distributed processing»). Αυτό μας παρέχει μεγάλες ταχύτητες, διότι είναι σαν να έχουμε ταυτόχρονα πολλούς επεξεργαστές στη διάθεσή μας. Αλλ' όμως η αρχιτεκτονική των νευρωνικών δικτύων διαφέρει από αυτήν των παραλλήλων επεξεργαστών, για το λόγο ότι οι απλοί επεξεργαστές των νευρωνικών δικτύων (δηλ. οι νευρώνες) έχουν μεγάλο αριθμό διασυνδέσεων, ο οποίος συνολικά είναι πολύ μεγαλύτερος από τον αριθμό των νευρώνων. Και αυτό βέβαια γιατί κάθε νευρώνας έχει πολλές συνδέσεις. Αντίθετα, στους παράλληλους υπολογιστές, οι επεξεργαστές είναι συνήθως περισσότεροι από τις διασυνδέσεις μεταξύ τους και ως προς την πολυπλοκότητα τους ακολουθούν την μηχανή von Neumann [3]. Τα νευρωνικά δίκτυα διαφέρουν από αυτό, διότι οι μονάδες τους είναι πολύ πιο απλές και επιτελούν πολύ απλούστερες λειτουργίες, δηλ. ξέρουν μόνο να αθροίζουν τα σήματα εισόδου και να τροποποιούν τα βάρη των διασυνδέσεων. Επίσης, οι νευρώνες λειτουργούν ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο και δεν χρειάζονται συγχρονισμό. Αυτό δίνει στα νευρωνικά δίκτυα την ευρωστία και ανοχή σε σφάλματα (βλέπε παρακάτω).

Οι πληροφορίες που αποθηκεύονται σε ένα νευρωνικό δίκτυο μοιράζονται σε ένα μεγάλο αριθμό μονάδων, δηλ. σε πολλούς νευρώνες. Αντίθετα, όταν αποθηκεύουμε στοιχεία στην μνήμη του υπολογιστή, κάθε πληροφορία σε δυαδική μορφή τοποθετείται σε μια συγκεκριμένη τοποθεσία.

Πίνακας 1.1

Ομοιότητες και διαφορές μεταξύ των νευρωνικών δικτύων και του υπολογιστή με τη φιλοσοφία του von Neumann.

	Νευρωνικά Δίκτυα	Υπολογιστής
1.	Εργάζονται με σύγχρονο τρόπο λειτουργίας	Εργάζεται με ασύγχρονο τρόπο λειτουργίας
2.	Παράλληλη επεξεργασία	Σειριακή επεξεργασία
3.	Εκπαιδεύονται με παραδείγματα αλλάζοντας τα βάρη των συνδέσεών τους	Προγραμματίζεται με εντολές λογικού χαρα κτήρα (if–then)
4.	Η μνήμη, τα δίκτυα και οι μονάδες λειτουργίας συνυπάρχουν	Η μνήμη και επεξεργασία πληροφορίας χωρίζονται
5.	Ανοχή στα σφάλματα	Καμία ανοχή στα σφάλματα
6.	Αυτο–οργάνωση κατά τη διαδικασία της εκπαίδευσης	Εξαρτάται εξ ολοκλήρου από το προσφερόμενο λογισμικό
7.	Η πληροφορία αποθηκεύεται στα βάρη των συνδέσεων	Η πληροφορία αποθηκεύεται σε συγκεκριμένες διευθύνσεις μνήμης
8.	Ο χρόνος ενός κύκλου είναι της τάξης του msec	Ο χρόνος ενός κύκλου είναι της τάξης του nsec

Τελικά, όταν ένα νευρωνικό δίκτυο λύνει ένα πρόβλημα με επιτυχία, παρόλο που καταλαβαίνουμε την μαθηματική διαδικασία που ακολουθείται (την οποία εμείς σχεδιάσαμε), εν τούτοις δεν καταλαβαίνουμε γιατί (ή πως) λύνεται το πρόβλημα. Το νευρωνικό δίκτυο δεν «σπάζει» το πρόβλημα σε πολλά μικρά λογικά κομμάτια, αλλά το λύνει με μία «ολιστική» μέθοδο, πράγμα που είναι δύσκολο για το ανθρώπινο μυαλό να το κατανοήσει με απλή λογική. Βέβαια η λύση ελέγχεται εύκολα ότι είναι η σωστή, και έτσι η τεχνική αυτή μπορεί να χρησιμοποιείται με επιτυχία.

Μια άλλη νέα ιδιότητα στα νευρωνικά δίκτυα είναι αυτή της ανοχής σφάλματος. Αυτό σημαίνει ότι αν ένα μικρό τμήμα του δικτύου χαλάσει, το υπόλοιπο δίκτυο συνεχίζει να λειτουργεί, έστω και με ένα μικρό σφάλμα. Αν το δούμε με άλλο τρόπο, σημαίνει ότι, αν τα δεδομένα ενός προβλήματος σε ένα μικρό μέρος τους είναι εσφαλμένα, το δίκτυο δίδει την σωστή απάντηση και πάλι όμως με ένα μικρό σφάλμα. Είναι γνωστό ότι σε όλα τα παραπάνω οι υπολογιστές δουλεύουν τελείως διαφορετικά. Αν, λ.χ. από λάθος σε ένα υπολογιστικό πρόγραμμα ζητήσουμε να γίνει μια διαίρεση μιας ποσότητας δια του μηδενός, τότε ο υπολογιστής σταματά αμέσως την εκτέλεση του προγράμματος και δίνει μήνυμα σφάλματος, έστω και αν δεν υπάρχει κανένα άλλο σφάλμα στο πρόγραμμα. Αντίθετα ένα νευρωνικό δίκτυο καταλαβαίνει ότι μια τέτοια διαίρεση είναι αδύνατη, την ξεπερνά με κάποιο σφάλμα στο τελικό αποτέλεσμα και συνεχίζει την λύση του προβλήματος. Βλέπουμε λοιπόν ότι στα νευρωνικά δίκτυα έχουμε κάποια ανοχή στα σφάλματα. Είναι φυσικό να ρωτήσουμε βέβαια πόσο μεγάλη μπορεί να είναι η ανοχή αυτή. Η απάντηση είναι ότι δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε ένα γενικό ποσοστό ανοχής σφάλματος, αλλά οι συνηθισμένες τιμές σε διάφορα προβλήματα που παρουσιάζονται για την μεγαλύτερη δυνατή ανοχή είναι της τάξης του 10–15%. Όλα όμως εξαρτώνται από το συγκεκριμένο πρόβλημα και φυσικά υπάρχουν διακυμάνσεις στα νούμερα αυτά.

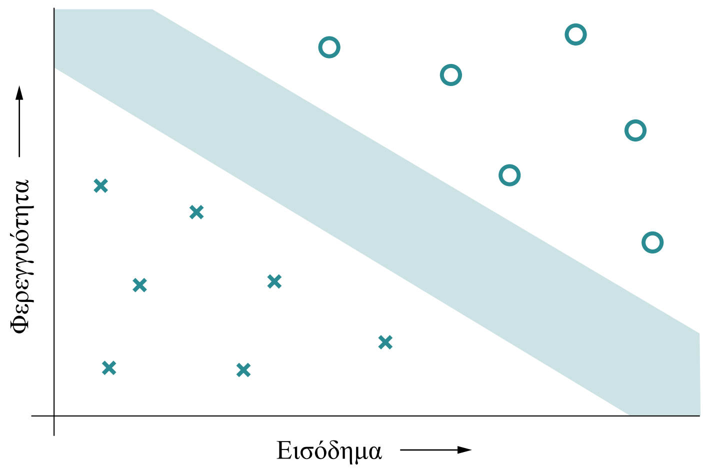
Το χαρακτηριστικό της ανοχής του σφάλματος στα νευρωνικά δίκτυα είναι μια ιδέα που δεν την συναντάμε σε άλλες συνήθεις υπολογιστικές τεχνικές. Μερικές φορές το στοιχείο αυτό είναι επιθυμητό και λύνει το πρόβλημα μας σχετικά εύκολα, ενώ με άλλες μεθόδους μπορεί να είναι πολύ χρονοβόρο. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμο όταν δεν μας ενδιαφέρει η απόλυτη ακρίβεια, αλλά μια προσεγγιστική λύση μπορεί να αρκεί για αυτό που θέλουμε. Αυτό όμως δεν συμβαίνει πάντα και δεν μπορούμε να πούμε ότι με τα νευρωνικά δίκτυα μπορούμε να λύσουμε όλα τα προβλήματα που μέχρι σήμερα είναι άλυτα. Σε μερικά προβλήματα η χρήση τους δεν συνίσταται καθόλου. Στα επόμενα κεφάλαια θα δούμε λεπτομερώς τις απαιτήσεις που υπάρχουν σε ένα πρόβλημα για να μπορεί ένα νευρωνικό δίκτυο να το αντιμετωπίσει με επιτυχία.

Δραστηριότητα 1.1

Στον Πίνακα 1.1 υπάρχουν 8 ιδιότητες που περιγράφουν με μικρές προτάσεις τις ομοιότητες και διαφορές μεταξύ των γνωστών μας υπολογιστών και των νευρωνικών δικτύων. Χρησιμοιώντας τις γενικές σας γνώσεις αναπτύξτε κάθε ιδιότητα με δικά σας λόγια σε μία παράγραφο 10–15 γραμμών για κάθε μία, εξηγώντας τις έννοιες που αναφέρουν οι ιδιότητες αυτές.

1.6 Σύγχρονες εφαρμογές των νευρωνικών δικτύων

‘Ολες οι εφαρμογές των νευρωνικών δικτύων έχουν προκύψει τα τελευταία λίγα χρόνια και μερικές από αυτές ήδη βρίσκονται ως έτοιμα προϊόντα στην αγορά και χρησιμοποιούνται ευρέως. Είναι βέβαιο ότι τα επόμενα χρόνια ένας πολύ μεγαλύτερος αριθμός θα ακολουθήσει, αφού ακόμη το πεδίο αυτό βρίσκεται σε νηπιακή ηλικία. Οι εφαρμογές αυτές περιλαμβάνουν αναγνώριση προτύπων, υπολογισμό συναρτήσεων, βελτιστοποίηση, πρόβλεψη, αυτόματο έλεγχο και πολλά άλλα θέματα. Θα



Σχήμα 1.4
Γράφημα από στοιχεία βάσης δεδομένων που αναφέρεται σε δάνεια, από τα οποία άλλα έχουν αποπληρωθεί σύμφωνα με τους όρους του συμβολαίου και μερικά όχι

περιγράψουμε εδώ μερικές από τις εφαρμογές αυτές, αλλά δεν είναι δυνατόν να αναφερθούμε σε όλες διότι ο αριθμός τους είναι πολύ μεγάλος:

Στις τραπεζικές εργασίες μια δύσκολη απόφαση είναι να υπολογισθεί ο παράγοντας επικινδυνότητας σε μια αίτηση για ένα στεγαστικό δάνειο [5]. Από τα δεκάδες στοιχεία που περιέχει μια αίτηση, η τράπεζα θέλει να ξέρει τι πιθανότητα υπάρχει ο πελάτης να αδυνατεί να κάνει τις πληρωμές του συμβολαίου. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.4, τα στοιχεία που παίζουν ρόλο στις αποφάσεις αυτές είναι το εισόδημα και η φερεγγυότητα του δανειολήπτη. Στην περιοχή των «ο», η πιθανότητα να πληρωθεί το δάνειο κανονικά είναι πολύ μεγάλη, γιατί ο δανειολήπτης έχει και μεγάλο εισόδημα και είναι πολύ φερέγγυος, ενώ ακριβώς το αντίθετο συμβαίνει στην περιοχή των «*x*». Για τις δύο αυτές περιοχές των «ο» και των «*x*» η απόφαση της τράπεζας είναι μάλλον εύκολη. Ανάμεσα όμως στις δύο περιοχές υπάρχει μια γκρίζα περιοχή, στην οποία προφανώς οι αποφάσεις είναι πολύ δύσκολες. Ένα πρόγραμμα νευρωνικού δικτύου που λέγεται «Νέστωρ» (Nestor) εκπαιδεύεται σε μερικές χιλιάδες αιτήσεις, από τις οποίες οι μισές εγκρίθηκαν και οι μισές απορρίφθηκαν από την τράπεζα με απόφαση των υπαλλήλων της. Συγκρίνοντας με τα πραγματικά δεδομένα, για μία νέα αίτηση δανείου που γίνεται στην τράπεζα, το σύστημα ψάχνει να βρει στοιχεία και να αποφασίσει τι ακριβώς αποτελεί παράγοντα μεγάλης επικινδυνότητας. Τελικά, παίρνει μια απόφαση να δώσει ή να μην δώσει το δάνειο, η οποία έχει μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας από άλλες μεθόδους. Είναι ιδιαίτερα επιτυχής στην γκρίζα περιοχή του σχήματος, όπου οι άλλες μέθοδοι δεν δουλεύουν με επιτυχία.. Τό πρόγραμμα «Nestor» έχει χρησιμοποιηθεί αρκετά τα τελευταία χρόνια.

Μια άλλη εφαρμογή είναι η δημιουργία φίλτρου που τοποθετείται σε τηλεπικοινωνιακές γραμμές, όπως λ.χ. οι τηλεφωνικές γραμμές, και το οποίο «καθαρίζει» την γραμμή από το θόρυβο και την ηχώ, ενώ συγχρόνως περιορίζει τα σφάλματα κατά τη μετάδοση. Το πρώτο τέτοιο φίλτρο επινοήθηκε από τον B. Widrow, ονομάζεται Adaline και χρησιμοποιείται πάνω από 30 χρόνια με επιτυχία. Είναι από τις πιο παλιές εφαρμογές των νευρωνικών δικτύων [6].

Στη χημική ανάλυση χρησιμοποιούνται νευρωνικά δίκτυα εκεί όπου πρέπει να ληφθούν γρήγορες αποφάσεις και δεν υπάρχει χρόνος για να γίνουν λεπτομερείς και χρονοβόρες αναλύσεις στο εργαστήριο [7]. Ενα παράδειγμα είναι να μπορεί να γίνει γρήγορος έλεγχος στις αποσκευές επιβατών στα αεροδρόμια για το αν υπάρχουν εκρηκτικές ύλες μέσα σ' αυτές. Η εταιρία Science Application International (SAIC), έχει δημιουργήσει μια συσκευή θερμικής ανάλυσης νετρωνίων (thermal neutron analysis, TNA) που ελέγχεται από ένα νευρωνικό δίκτυο και ανακαλύπτει αντικείμενα τα οποία περιέχουν εκρηκτικά, με το να αναλύσει το σήμα εκπομπής ακτίνων γ. Η επιτυχία του συνίσταται στο ότι μπορεί να ξεχωρίσει την προέλευση των στοιχείων και, έτσι, μπορεί να καταλάβει και να ξεχωρίσει το σήμα από το άζωτο σε μία βόμβα ή σε ένα γιαούρτι. Σε ένα αεροδρόμιο η ταχύτητα της ανάλυσης είναι 5 δευτερόλεπτα ανά βαλίτσα. Έχει επιτυχία περί το 90%, πράγμα που σημαίνει ότι το ένα στα δέκα αντικείμενα πρέπει να εξετάζεται χειρωνακτικά από υπάλληλο.

Μια άλλη πολύ χρήσιμη εφαρμογή των νευρωνικών δικτύων είναι στην αναγνώριση εικόνων, κειμένων και γενικά προτύπων (pattern recognition). Η εφαρμογή αυτή περιλαμβάνει πάρα πολλές δραστηριότητες, από τις πλέον επιτυχείς των νευρωνικών δικτύων, αλλά εδώ θα αναφέρουμε μόνον ένα απλό πρόγραμμα που σήμερα χρησιμοποιείται κατά κόρον στην επεξεργασία κειμένων. Το πρόγραμμα αυτό λέγεται «Omnipage», το ανέπτυξε η εταιρία Caere (που τώρα λέγεται ScanSoft) το 1994 και υλοποιείται σε ένα απλό PC. Το πρόγραμμα και το προϊόν περιγράφονται λεπτομερώς στην ηλεκτρονική διεύθυνση της εταιρίας, η οποία είναι η εξής : http://www.scansoft.com. Το πρόγραμμα διαβάζει τυπωμένα κείμενα με σαρωτή (scanner) και τα μετατρέπει σε χαρακτήρες ASCII. Μάλιστα το πρόγραμμα αυτό δουλεύει ικανοποιητικά, έστω και αν τα γράμματα είναι μερικώς καταστραμμένα, όπως λ.χ. συμβαίνει συχνά σε σελίδες fax.

Η εταιρία Nestor έχει επίσης αναπτύξει ένα πρόγραμμα που αναγνωρίζει την γραφή Κάντζι (ιαπωνική γραφή) και έτσι μεταφράζει αυτόματα διάφορα κείμενα στα Αγγλικά. Η αρχική έκδοση μπορούσε να αναγνωρίσει 2500 χαρακτήρες με επιτυχία 92%. Ο μέσος Ιάπων αναγνωρίζει περίπου 2000–3000 τέτοιους χαρακτήρες. Το δίκτυο αυτό χρησιμοποιεί μία γενικευμένη λογική που θα μπορούσε εύκολα να εφαρμοσθεί και σε άλλες γλώσσες, όπως Κυριλλικά, Εβραικά κτλ.

Ένα άλλο γνωστό πρόβλημα είναι η μετατροπή κειμένου σε φωνή, και βέβαια το αντίστροφο. Ενα γνωστό πρόγραμμα, το NETtalk, κάνει ακριβώς αυτό, δηλ. ένα δίκτυο εκπαιδεύεται στο να διαβάζει γραπτά κείμενα και να τα απαγγέλλει [8]. Το δίκτυο έχει 309 νευρώνες με 18629 συνάψεις σε 3 διαφορετικά επίπεδα. Η είσοδος του δικτύου αποτελείται από 7 ομάδες νευρώνων και κάθε ομάδα από 29 νευρώνες (ένα για τα 26 γράμματα, ένα για το κενό, την τελεία, και το κόμα). Η έξοδος αποτελείται από 26 νευρώνες, ενώ το μεσαίο επίπεδο έχει 80 νευρώνες. Το πρόγραμμα εξετάζει ένα παράθυρο με 7 χαρακτήρες, το οποίο συνεχώς μετακινείται κατά ένα χαρακτήρα, διορθώνει τα σφάλματα του και μετά την εκπαίδευση του το δίκτυο μπορεί να βρεί τους κανόνες για τα φωνήεντα, τα κενά κτλ. και μεταβάλλει τα βάρη του ανάλογα. Στην αρχή η απαγγελία ήταν ακατανόητη, μετά ήταν νηπιακής μορφής και τελικά έφθασε σε 95% αναγνωρίσιμης και κατανοητής ομιλίας.

Φυσικά, ο αριθμός των εφαρμογών που λειτουργούν σήμερα και βασίζονται σε νευρωνικά δίκτυα είναι πολύ μεγαλύτερος από αυτές που αναφέρονται παραπάνω, οι οποίες είναι μόνον ενδεικτικές των δραστηριοτήτων στην περιοχή αυτή, ενώ καθημερινά δημιουργούνται καινούργιες. Μερικές άλλες θα αναφερθούν στα επόμενα κεφάλαια στα κατάλληλα σημεία. Μιά απλή λίστα σε μερικές περιοχές με διάφορες εφαρμογές θα μπορούσε να περιλάβει επιγραμματικά και μόνον:

Βιολογία

- Καλύτερη κατανόηση της λειτουργίας του εγκεφάλου
- Μοντέλα για την όραση (την αίσθηση στην οποία έχει γίνει η μεγαλύτερη έρευνα σήμερα και για την οπόια έχουμε την καλύτερη κατανόηση)

Επιχειρήσεις

- Εκτίμηση για την ύπαρξη κοιτασμάτων πετρελαίου σε γεωλογικά πετρώματα
- Για την επιλογή του κατάλληλου προσωπικού σε σημαντικές θέσεις στην επιχείρηση

Ιατρική

- Ανάγνωση και ανάλυση των ακτίνων Χ
- Κατανόηση των επιληπτικών κρίσεων
- Παρακολούθηση εγχείρησης
- Προβλέψεις για αντιδράσεις οργανισμών στην λήψη φαρμάκων
- Διάγνωση και θεραπεία από τα συμπτώματα
- Ανάλυση ομιλίας σε ακουστικά βαρηκοίας κωφών ατόμων

Στρατιωτική τέχνη

- Αναγνώριση και παρακολούθηση στόχων
- Βελτιστοποίηση της χρήσης πόρων σε έλλειψη
- Κωδικοποίηση σημάτων ραντάρ
- Δημιουργία «έξυπνων» όπλων
- Για κατόπτευση

Χρηματοοικονομικά

- Ανάλυση επικινδυνότητας δανείων
- Ανάγνωση χειρόγραφων κειμένων
- Αξιολόγηση επενδύσεων και ανάλυση χαρτοφυλακίων
- Αναγνώριση πλαστογραφιών

Βιομηχανία

- Αυτοματικοποίηση ρομπότ και συστημάτων ελέγχου
- Επιλογή ανταλλακτικών κατά την συναρμολόγηση
- Έλεγχος στην γραμμή παραγωγής
- Επιθεώρηση της ποιότητας κατα την κατασκευή

Περιβάλλον

- Πρόβλεψη καιρού
- Ανάλυση τάσεων και παρατηρήσεων

Δραστηριότητα 1.2

Το βιβλίο των McCord–Nelson και Illingworth [5] που αναφέρεται στην βιβλιογραφία περιέχει ένα μεγάλο αριθμό από ενδιαφέρουσες εφαρμογές των νευρωνικών δικτύων, οι περισσότερες από τις οποίες δεν αναφέρονται στο παρόν βιβλίο, λόγω έλλειψης χώρου. Επιλέξτε 4–5 από τις εφαρμογές αυτές και αναπτύξτε τις σε 1 σελίδα την κάθε μία. Στην ανάπτυξή σας θα πρέπει να περιλαμβάνετε την περιγραφή και την χρησιμότητα της κάθε μίας.

1.7 Ιστορική αναδρομή

Έχοντας γνωρίσει στις προηγούμενες σελίδες τις πρώτες ιδέες για τα νευρωνικά δίκτυα, πριν κλείσει η εισαγωγή αυτή, καλό είναι να δούμε συνοπτικά πότε και πώς ξεκίνησε η περιοχή αυτή, πώς αναπτύχθηκε, τι δυσκολίες συνάντησε και να κάνουμε έτσι μία μικρή ιστορική αναδρομή. Επειδή τα νευρωνικά δίκτυα είναι σχετικά μία νέα περιοχή, δεν υπάρχει ουσιαστικά μεγάλη προϊστορία, όπως σε άλλες παραδοσιακές επιστήμες. Ξεκίνησε σε διεθνές επίπεδο μόλις κατά τις τελευταίες δεκαετίες, αλλά η μεγάλη ώθηση σ' αυτά δόθηκε μετά το 1980. Σ' αυτό βοήθησε τόσο η τεράστια ανάπτυξη του υλικού/λογισμικού των Η/Υ όσο και η ανάπτυξη νέων αλγορίθμων εκπαίδευσης. Αξίζει λοιπόν τον κόπο να κάνουμε μιά σύντομη αναδρομή και να δούμε πώς φτάσαμε στις τελευταίες εξελίξεις. Η ανάπτυξη των νευρωνικών δικτύων πέρασε από πολλές φάσεις και εξελίξεις.

1.7.1 Η αρχή

Το πρώτο μοντέλο νευρωνικού δικτύου το οποίο προτείνει ότι οι νευρώνες είναι η βασική μονάδα του δικτύου παρουσιάσθηκε το 1943 από τους McCulloch και Pitts [9,10]. Σε μία πρώτη εργασία τους οι ερευνητές αυτοί παρουσίασαν για πρώτη φορά την ιδέα ότι ένα νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από μία συλλογή ενός μεγάλου αριθμού νευρώνων και έδειξαν πώς θα μπορούσαν να λειτουργούν οι νευρώνες με τις διασυνδέσεις τους. Αυτή θεωρείται ιστορικά ότι είναι η πρώτη εικόνα ενός νευρωνικού δικτύου. Μάλιστα οι συγγραφείς θεώρησαν ότι οι νευρώνες και οι συνδέσεις τους είναι ένα πρότυπο, ανάλογο ενός ηλεκτρικού κυκλώματος. Ο McCulloch ήταν νευροφυσιολόγος και ο Pitts ένας 18χρονος πρωτοετής φοιτητής των Μαθηματικών. Οι ίδιοι συγγραφείς προχώρησαν το 1947 σε πιο εξελιγμένο πρότυπο για την αναγνώριση σχημάτων. Το πρότυπο αυτό περιέχει πολλά χαρακτηριστικά από τα μεταγενέστερα πρότυπα. Ο νευρώνας θεωρείται ότι μπορεί να έχει δύο μόνον καταστάσεις. Μπορεί να δέχεται πολλές εισόδους αλλά δίνει μία μόνον έξοδο. Οι έξοδοι από διαφορετικούς νευρώνες δεν επιτρέπεται να ενώνονται, αλλά πρέπει υποχρεωτικά να οδηγούν σε είσοδο άλλου νευρώνα. Οι απολήξεις των νευρώνων είναι δύο ειδών: διεγερτικές και ανασταλτικές. Οι δύο καταστάσεις του νευρώνα είναι ότι είτε πυροδοτεί ή βρίσκεται σε ηρεμία. Η ροή της πληροφορίας μέσα στον νευρώνα ελέγχεται από πύλες, οι οποίες επίσης είναι διεγερτικές ή ανασταλτικές. Όταν ο νευρώνας πυροδοτεί, στέλνει ένα παλμό. Οι λειτουργίες αυτές πάντα γίνονται σε διακριτό χρόνο και υποτίθεται ότι όλοι οι νευρώνες αποκρίνονται ταυτόχρονα, δηλ. το σύστημα δρα συγχρονισμένα. Η κατάσταση ενός νευρώνα σε χρόνο $t + 1$ εξαρτάται από την κατάστασή του σε χρόνο t και από τις εισόδους που εισέρχονται στην χρονική αυτή στιγμή.

Τα δίκτυα McCulloch–Pitts [9,10] προσπαθούν να εξηγήσουν για πρώτη φορά πως δουλεύει η μνήμη. Θεωρούν ότι ένας πιθανός μηχανισμός μνήμης μπορεί να είναι η ύπαρξη κλειστών διαδρομών του σήματος μέσα στο δίκτυο. Αν δεν υπάρχει καμία τέτοια διαδρομή και χωρίς νέο εξερχόμενο σήμα, τότε το δίκτυο θα μείνει μόνιμα σε κατάσταση ηρεμίας. Έτσι, μια ίνα ενώνει την έξοδο ενός κυττάρου με το σημείο εισόδου στο ίδιο κύτταρο, δημιουργώντας έναν μηχανισμό ανάδρασης (feedback). Μόλις πυροδοτεί ένα τέτοιο κύτταρο θα συνεχίσει να πυροδοτεί μέχρι να έλθει σήμα από ανασταλτική ίνα. Καθόλη τη διάρκεια της λειτουργίας αποστέλλονται παλμοί στην πύλη των κυττάρων και μεταδίδεται το σήμα και η πληροφορία. Αυτός ο κύκλος του σήματος θα μπορούσε να θεωρηθεί ως μία πρώτη ιδέα για ένα μηχανισμό μνήμης.

Οι εργασίες αυτές πιθανόν να χάνονταν στην βιβλιογραφία αν δεν τις χρησιμοποιούσε λίγα χρόνια αργότερα ο J. von Neumann [3] ως παράδειγμα για υπολογιστικές μηχανές την δεκαετία που διαδόθηκε ο ηλεκτρονικός υπολογιστής, δηλ. την δεκαετία του πενήντα. Τότε έγιναν και οι πρώτες προσπάθειες να αντλήσουμε πληροφορίες από τα βιολογικά δίκτυα και να δημιουργηθούν τα πρώτα τεχνητά δίκτυα.

΄Ενα άλλο έργο της πρώτης αυτής εποχής που αφήνει ακόμα και σήμερα την επιρροή του είναι το βιβλίο του D. Hebb [11], «The organisation of behavior» (1949), το οποίο εισάγει τον κανόνα μάθησης του Hebb. Το μοντέλο του Hebb έχει ως κεντρική ιδέα τις συνδέσεις μεταξύ μονάδων του συστήματος, δηλαδή τους νευρώνες. Έφτασε στα συμπεράσματα αυτά μετά από σωρεία πειραμάτων νευροφυσιολογίας. Ο κανόνας αυτός λέγει ότι κάθε φορά που το δίκτυο χρησιμοποιεί τις νευρωνικές του συνδέσεις, οι συνδέσεις αυτές ενισχύονται και το δίκτυο πλησιάζει περισσότερο στο να μάθει το πρότυπο το οποίο παρουσιάζεται. Όταν ο νευρώνας i επανειλημμένα διεγείρει τον νευρώνα j, τότε συμβαίνει να αναπτύσσεται μια μεταβολική σύνδεση στον ένα ή και στους δύο νευρώνες, έτσι ώστε η απόδοση του φαινομένου (το i διεγείρει το j) να αυξάνεται. Αν w_{ij} είναι το βάρος της σύνδεσης μεταξύ i και j, x_i η είσοδος στον νευρώνα j από τον νευρώνα i, x_j η έξοδος του νευρώνα j, τότε ισχύει ότι:

$$w_{ij}(\text{new}) = w_{ij}(\text{old}) + \text{a}x_i x_j \tag{1.3}$$

Εδώ a είναι μία θετική σταθερά που λέγεται παράμετρος του ρυθμού εκπαίδευσης. Το νέο λοιπόν βάρος w_{ij} θα είναι ίσο με το παλαιό ενισχυμένο κατά μία ποσότητα $\text{a}x_i x_j$. Ο κανόνας αυτός έχει τοπικό χαρακτήρα, ισχύει δηλαδή μόνο για την σύνδεση του νευρώνα i και j και όχι για άλλες συνδέσεις του δικτύου.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1.3

Τελειώστε την πρόταση που ακολουθεί με την πιο σωστή από τις πέντε επιλογές που ακολουθούν: Ο κανόνας του Hebb λέει ότι:

(α) όσο περισσότερες συνάψεις έχει ένας νευρώνας, τόσο καλύτερα μαθαίνει το σήμα που περνάει από τον νευρώνα αυτό

(β) όσο περισσότερους νευρώνες έχει ένα νευρωνικό δίκτυο, τόσο καλύτερα μαθαίνει το σήμα που περνάει από αυτό

(γ) τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα λειτουργούν όπως και τα βιολογικά νευρωνικά δίκτυα

(δ) κάθε φορά που ένα δίκτυο χρησιμοποιεί του νευρώνες του, οι συνάψεις του ενισχύονται και το δίκτυο μαθαίνει καλύτερα

(ε) κανένα από τα παραπάνω

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1.4

Πόσο μπορεί να αλλάξει μία τοπική σύναψη σε ένα δίκτυο, εάν στον νευρώνα που έρχεται το σήμα είτε η είσοδος του ή η έξοδος του τυχαίνει να είναι μηδέν.

1.7.2 Τα πρώτα μοντέλα

Το μοντέλο του αισθητήρα (perceptron) παρουσιάσθηκε για πρώτη φορά το 1957 από τον F. Rosenblatt [12], ο οποίος αρχικά έφτιαξε το πρώτο δίκτυο με hardware που μπορούσε να κάνει πολλές και διάφορες διεργασίες. Είναι ένα πολύ απλό μοντέλο (οι λεπτομέρειες θα παρουσιασθούν στα επόμενα κεφάλαια) που έχει μόνο δύο επίπεδα, αυτά της εισόδου και της εξόδου. Το σήμα προχωρά μονοδρομικά από την είσοδο στην έξοδο. Το μοντέλο αυτό στην αρχή είχε πολλές επιτυχίες, δημιούργησε μεγάλο ενθουσιασμό και μάλιστα ήδη αρχίζει να συζητείται η ιδέα ότι πιθανόν τα νευρωνικά δίκτυα να είναι η ανώτερη τεχνική που λύνει όλα τα προβλήματα που μέχρι τότε παρέμεναν άλυτα. Οι πρώτες λοιπόν επιτυχίες μεγαλοποιήθηκαν, αλλά γρήγορα φάνηκε ότι τα μοντέλα αυτά είχαν πολλούς περιορισμούς. Μια συνολική και εμπεριστατωμένη εικόνα του προτύπου αυτού παρουσιάσθηκε το 1969 στο βιβλίο «Perceptrons» των Minsky και Papert [13]. Στο βιβλίο αυτό γίνεται μία συνολική εκτίμηση της χρησιμότητας του προτύπου του αισθητήρα και όλων των διεργασιών για τα οποία είναι χρήσιμο. Αποδεικνύεται με αναλυτικά μαθηματικά ότι υπάρχουν συγκεκριμένοι περιορισμοί στο πρότυπο αυτό. Έτσι, δεν μπορεί να λύσει, λ.χ. το σχετικά απλό πρόβλημα του X–OR (για το πρόβλημα αυτό γίνεται διεξοδική συζήτηση στα κεφάλαια 3 και 4). Οι αρχικές προσδοκίες που είχαν δημιουργηθεί ήδη φαίνεται ότι δεν επαληθεύονται και προς το παρόν τα νευρωνικά δίκτυα χάνουν την δημοτικότητα τους, με αποτέλεσμα ο κόσμος να στρέφεται σε μιά νέα παρεμφερή περιοχή που τότε άρχισε να γίνεται γνωστή, την Τεχνητή Νοημοσύνη.

Την ίδια περίπου εποχή με την ανάπτυξη του μοντέλου του αισθητήρα οι Widrow και Hoff ανέπτυξαν το 1959 δύο νέα μοντέλα, το Adaline και το Madaline, τα οποία όπως είδαμε νωρίτερα ήταν από τα πρώτα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν επιτυχώς για πρακτικά προβλήματα: Χρησιμοποιήθηκαν ως φίλτρα για να εξαλείψουν την ηχώ σε τηλεφωνικές γραμμές [6].

Τα επόμενα είκοσι χρόνια, μέχρι περίπου το 1980, μικρή μόνο πρόοδος επιτελέσθηκε στα νευρωνικά δίκτυα, διότι οι περιορισμοί που αναφέρθηκαν παραπάνω αποθάρρυναν τους περισσότερους στο πεδίο αυτό, το οποίο, όπως φάνηκε λίγο αργότερα, έψαχνε να βρεί μία διέξοδο και να κάνει νέα σημαντικά βήματα.

1.7.3 Η ωρίμανση

Η διέξοδος αυτή ήρθε με ένα μνημιώδες έργο που παρουσιάσθηκε το 1982 από τον J. Hopfield [14], ο οποίος είναι βιολόγος, και το οποίο έδωσε μεγάλη ώθηση στην ανάπτυξη των δικτύων. Σε μία εργασία του μόλις 5 σελίδων ο Hopfield έδειξε με αυστηρά μαθηματική απόδειξη πώς ένα νευρωνικό δίκτυο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως αποθηκευτικός χώρος (storage device) και πώς επίσης μπορεί ένα δίκτυο να επανακτήσει όλη την πληροφορία ενός συστήματος έστω και αν του δοθούν μερικά τμήματα μόνο και όχι ολόκληρο το σύστημα. Αμέσως εκτιμήθηκε η σπουδαιότητα της ιδιότητας αυτής και ως εκ τούτου η εργασία αυτή αποτέλεσε έμπνευση για πολλές άλλες ιδέες που ακολούθησαν.

Ενα επόμενο σημαντικό βήμα ήταν η πρόοδος που επιτελέσθηκε στην διαδικασία εκπαίδευσης των δικτύων όταν επινοήθηκε ο κανόνας της διόρθωσης του σφάλματος (error correction learning). Έγινε κατανοητό ότι κατά την εκπαίδευση ενός δικτύου, σε όποια κατάσταση και αν βρίσκεται αυτό σε μιά δεδομένη στιγμή, σημασία έχει η απόκλιση που δίνει στην την έξοδο του το δίκτυο από την αναμενόμενη τιμή ή τον στόχο που έχουμε θέσει. Η διαφορά αυτή δίνει το σφάλμα που παράγει το δίκτυο την δεδομένη στιγμή n και δίνεται από:

$$\delta(n) = t(n) - o(n) \tag{1.4}$$

όπου «t» είναι ο στόχος, «ο» είναι η έξοδος και «δ» είναι το σφάλμα. Το δ τώρα ενεργοποιεί ένα μηχανισμό ελέγχου με σκοπό να επιφέρει μιά σειρά από διορθωτικές αλλαγές στα βάρη w, πράγμα που θα φέρει το δίκτυο πλησιέστερα στην εκπαίδευση του. Αυτό γίνεται με τον υπολογισμό της ποσότητας Δ:

$$\Delta_i = \eta\delta x_i \tag{1.5}$$

οπου η είναι μιά σταθερά, και x_i είναι η τιμή του σήματος εισόδου. Τέλος το $\Delta w(n)$, δηλ. η διόρθωση του βάρους w στην δεδομένη στιγμή n, δίνεται κατ' ευθείαν από το Δ:

$$\Delta w(n) = \Delta_i \tag{1.6}$$

Ο κανόνας αυτός λέγεται «κανόνας Δ» ή κανόνας «Widrow–Hoff» και χρησιμοποιείται ευρύτατα σε διάφορες μεθόδους εκπαίδευσης δικτύων, όπως θα δούμε στα επόμενα κεφάλαια.

Το 1986 δημοσιεύεται ένα άλλο σημαντικό έργο από τους McClelland και Rumelhart, το «Parallel Distributed Processing» [15], το οποίο ανοίγει νέους δρόμους στην εκπαίδευση των νευρωνικών δικτύων. Παρουσιάζεται η ιδέα πώς ένα νευρωνικό δίκτυο μπορεί να θεωρηθεί και να χρησιμοποιηθεί ως παράλληλος επεξεργαστής. Το έργο αυτό κάνει ένα σημαντικό βήμα πέρα από το Perceptron, με το να επιτρέπει την ύπαρξη και άλλων επιπέδων νευρώνων, εκτός από την είσοδο και την έξοδο, που αποτελούν την εσωτερική δομή του δικτύου. Προτείνουν μία νέα διαδικασία εκπαίδευσης, την μέθοδο της οπισθοδιάδοσης (back–propagation), η οποία χρησιμοποιεί τις εξισώσεις 1.4 – 1.6 και κατέληξε να είναι η πιο χρήσιμη σήμερα τεχνική εκπαίδευσης δικτύων. Η μέθοδος αυτή είχε συζητηθεί και από άλλους νωρίτερα, αλλά για πρώτη φορά το 1986 παρουσιάσθηκε ολοκληρωμένα και με αυστηρό μαθηματικό τρόπο.

Δραστηριότητα 1.3

Ο κανόνας Δέλτα που περιγράφεται από την εξίσωση 1.6 και ο κανόνας του Hebb που περιγράφεται από την αξίσωση 1.3 απαρτίζουν δύο διαφορετικές μεθόδους εκπαίδευσης, ακόμα και ως προς την φιλοσοφία τους. Δώστε τα στοιχεία τα οποία καθιστούν τους δύο αυτούς κανόνες διαφορετικούς μεταξύ τους.

1.7.4 Η κατάσταση σήμερα

Μετά την πρόοδο σε τόσα πολλά σημεία που παρουσιάσθηκε ιδιαίτερα την δεκαετία του 1980, τα τελευταία δέκα χρόνια παρατηρούμε ότι αρχίζουν να εμφανίζονται πολλά σημεία που δείχνουν ότι η περιοχή των νευρωνικών δικτύων έχει πλέον ωριμάσει και αναπτυχθεί σε ένα ανεξάρτητο πεδίο της επιστήμης με δικά του στοιχεία, δικό του χαρακτήρα σαφώς καθορισμένο και τέλος με μεγάλο αριθμό επιστημόνων που ασχολούνται αποκλειστικά τώρα με την νέα αυτή περιοχή. Τα στοιχεία αυτά είναι:

Από το 1985 και μετά αρχίζουν τα πρώτα συνέδρια που είναι αφιερωμένα αποκλειστικά σε νευρωνικά δίκτυα, από την American Physical Society και από την IEEE. Παρακολουθούνται από περισσότερους από χίλιους συνέδρους. Ταυτόχρονα δημιουργούνται ειδικές επαγγελματικές εταιρίες νευρωνικών δικτύων με χιλιάδες μέλη, όπως η International Neural Network Society με τρεις πόλους: Αμερική (με διευθυντή τον Grossberg), Ευρώπη (Kohonen) και Ιαπωνία (Amari).

Προς τα τέλη της δεκαετίας του ογδόντα παρουσιάζονται τουλάχιστον πέντε νέα περιοδικά αφιερωμένα αποκλειστικά στα νευρωνικά δίκτυα, ενώ πριν λίγα χρόνια δεν υπήρχε ούτε ένα. Τα τελευταία χρόνια μετά το 1990 εκδίδονται και άλλα 3–4 νέα, με συνέπεια να υπάρχουν σήμερα περίπου 10 επιστημονικά περιοδικά αφιερωμένα στα νευρωνικά δίκτυα. Φυσικά, και τα γνωστά περιοδικά της Επιστήμες Υπολογιστών, της Φυσικής και των Ηλεκτρολόγων Μηχανικών επίσης περιλαμβάνουν πλειάδα άρθρων με νέα αποτελέσματα στα νευρωνικά δίκτυα. Κάθε μήνα πλέον δημοσιεύονται εκατοντάδες εργασίες με αποκλειστικό θέμα κάποια άποψη των νευρωνικών δικτύων. Μερικά από τα εξειδικευμένα νέα περιδικά είναι:

- Neural Networks: The Official Journal of the International Neural Network Society (Pergamon Press).
- Network: Computation in Neural Systems (Institute of Physics Publishing).
- International Journal of Neural Systems (World Scientific).
- Neural Computation.
- Connection Science: Journal of Neural Computing, Artificial Intelligence and Cognitive Research (Carfax Publishing).
- Neural Network World: Neural and Massively Parallel Computing and Information Systems (Computer World, Prague).

Πολύ σημαντικό είναι επίσης το γεγονός ότι τα τελευταία δεκαπέντε χρόνια δημιουργήθηκαν και οι πρώτες εμπορικές εταιρίες οι οποίες ασχολούνται αποκλειστικά με νευρωνικά δίκτυα. Βρίσκονται σχεδόν όλες στις ΗΠΑ, συνήθως έχουν μικρό αριθμό εργαζομένων (λ.χ. 20 άτομα), και παράγουν εξειδικευμένα προγράμματα για την λύση συγκεκριμένων προβλημάτων. Μερικά από αυτά έχουν επιτυχία, αλλά διαφαίνεται με το πέρασμα του χρόνου ότι οι αρχικές προσδοκίες για ραγδαία αύξηση των εμπορικών εφαρμογών δεν επαληθεύονται. Έχουν φθάσει πλέον σε ένα σταθερό επίπεδο ανάπτυξης, ενώ η ετήσια αύξηση είναι μικρή. Συζητήσαμε μερικές από τις εφαρμογές αυτές στο κεφάλαιο 1.

Δραστηριότητα 1.4

Σχεδόν όλα τα εμπορικά προιόντα που χρησιμοποιούν νευρωνικά δίκτυα μπορούν να βεθούν σήμερα στο Internet. Εκτός του ότι ο ενδιαφερόμενος μπορεί άμεσα να εξετάσει και να αγοράσει το προϊόν, πολλές φορές του δίνεται η ευκαιρία να το κατεβάσει δοκιμαστικά και για λίγες μέρες να το χρησιμοποιήσει δωρεάν ή να κατεβάσει ένα πρόγραμμα επίδειξης (demo version) και να το δοκιμάσει στον υπολογιστή του. Στις διευθύνσεις: http://www.emsl.pnl.gov:2080/proj/neuron/neural /systems/software.html και http://www.landfield.com/faqs/ai–faq/beural–nets/part6 υπάρχουν πάνω από 50 διαφορετικά προϊόντα νευρωνικών δικτύων που κατασκευάζονται από διάφορες εταιρείες (και περιλαμβάνει τις διευθύνσεις των εταιριών αυτών). Επίσης, μπορείτε χρησιμοποιώντας μία μηχανή αναζήτησης να βρείτε πολύ μεγαλύτερο αριθμό προιόντων. Διαλέξτε 1–2 προιόντα από την λίστα αυτή, κατεβάστε το αντίστοιχο λογισμικό και δοκιμάστε να τα τρέξετε στον υπολογιστή σας. Στην εργασία σας, να αναφέρετε καθαρά τι ακριβώς κάνει το προιόν αυτό, ποιό σκοπό έχει και τι αποτελέσματα έχετε βρει εσείς.

Σύνοψη

Τα νευρωνικά δίκτυα έχουν δημιουργήσει κατά τις τελευταίες δεκαετίες μία νέα επιστήμη, η οποία επικαλύπτει όλες σχεδόν τις θετικές επιστήμες και την μηχανολογία. Μέχρι σήμερα έχουν χρησιμοποιηθεί σε ένα μεγάλο αριθμό εφαρμογών και μάλιστα σε προβλήματα που οι γνωστοί τρόποι αντιμετώπισης τους παρουσιάζουν δυσκολίες, με αποτέλεσμα την απόδειξη της αναγκαιότητας τους. Στην ουσία είναι προγράμματα σε ηλεκτρονικό υπολογιστή και για αυτό ονομάζονται τεχνητά νευρωνικά δύκτια (ΤΝΔ). Εχουν μία δομή η οποία εμπνέεται από το πρότυπο του ανθρώπινου εγκεφάλου. Δεν περιέχουν όλες τις λεπτομέρειες της δομής και λειτουργίας του εγκεφάλου, οι οποίες εξάλλου δεν είναι γνωστές ακόμα και σήμερα. Χρησιμοποιούν μόνο την κεντρική ιδέα της δομής και της λογικής λειτουργίας του, ξεκινώντας από μία συλλογή μονάδων που είναι αντίστοιχες προς τους νευρώνες–κύτταρα, και προσπαθούν να επιτελέσουν τις ανάλογες διεργασίες για τις οποίες έχουν σχεδιασθεί. Τελικά όμως τα βιολογικά και τα τεχνητά δίκτυα διαφέρουν πάρα πολύ ως προς την αρχιτεκτονική και τις ιδιότητες τους. Οι νευρώνες στα ΤΝΔ είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους μέσω των βαρών τους. Λειτουργούν με το να δέχονται και να αποστέλλουν κάποιο συγκεκριμένο σήμα. Ο τρόπος σύνδεσης εξαρτάται από τον τύπο του δικτύου που αναπαριστούν. Τα δίκτυα εκπαιδεύονται ώστε να αναγνωρίζουν και να επιτελούν μία συγκεκριμένη διεργασία. Η εκπαίδευση τους γίνεται με το να αλλάζουν οι τιμές των βαρών τους. Αναπτύχθηκαν μόλις κατά τις τελευταίες δεκαετίες και έχουν πετύχει αρκετά εντυπωσιακά αποτελέσματα, αλλά έχει φανεί επίσης ότι έχουν και αρκετούς περιορισμούς. Οι περιορισμοί δημιουργούνται συχνά όταν το μέγεθος και η πολυπλοκότητα του συστήματος αυξάνουν. Είναι ιδιαίτερα ικανά σε συνδυαστικά προβλήματα και σε γενικοποιήσεις. Αντίθετα, δεν είναι ικανά σε προβλήματα λογικής και σε υπολογισμούς, όπου η αριθμητική ακρίβεια είναι σημαντικός παράγων. Υπάρχουν πάρα πολλά μοντέλα δικτύων με διαφορετική δομή, φιλοσοφία και τρόπο λειτουργίας και πολλές και διάφορες εφαρμογές.

Το ιστορικό ενδιαφέρον για τα νευρωνικά δίκτυα προέρχεται από την θέληση να φτιάξουμε μηχανές που είναι ικανές να επιτελούν πολύ περίπλοκες πράξεις και οι οποίες δεν γίνονται με επιτυχία από τον σειριακό τρόπο λειτουργίας των γνωστών μας υπολογιστών του μοντέλου του von Neumann. Η ανάπτυξη των νευρωνικών δικτύων πέρασε πολλές φάσεις, άλλες από τις οποίες ήταν πολύ ενδιαφέρουσες με μεγάλα επιτεύγματα και άλλες όχι τόσο. Αριθμούν μια ιστορία περίπου πενήντα ετών. Το βέβαιο είναι ότι από το 1980 και μετά η περιοχή αυτή έχει πάρει την θέση της ως μία νέα ειδικότητα διαθεματικού χαρακτήρα, όπως φαίνεται από την έρευνα που γίνεται καθημερινά, τα σχετικά δημοσιεύματα, τις δραστηριότητες, και τις εμπορικές εφαρμογές που κυκλοφορούν σήμερα στην αγορά.

Βιβλιογραφικές παραπομπές

[1] R. Hecht–Nielsen, Neurocomputing: picking the human brain, IEEE Spectrum 37(1988).

[2] T. Kohonen, Adaptive, associative, and self–organizing functions in neural computing, Applied Optics, **26**,4910(1987).

[3] J. von Neumann, The computer and the brain, Yale University Press, New Haven (1958).

[4] L. Roberts, Are Neural Nets like the Human Brain?, Science, **243**,481(1989).

[5] M. McCord Nelson and W. T. Illingworth, A practical guide to Neural Nets, Addison–Wesley (Reading, Mass), 1991.

[6] B. Widrow and M. E. Hoff, Adaptive Switching Circuits, 1960 WESCON Convention, Record Part 4, pp. 96–104; Human Neurobiology, **4**,229(1985).

[7] R.C. Johnson, «Neural Nose to Sniff Out Explosives at JFK Airport», Electronic Engineering Times **536**,1(1989).

[8] T. J. Sejnowski and C. R. Rosenber, «NETtalk: A Parallel networkthat learns to read aloud» J. Hopkins University Electrical Engineering and Compuetr Science Technical Report, JHU/EECS–86/01, 1986.

[9] W. S. McCulloch and W. Pitts, A logical calculus of ideas immanent in nervous activity, Bullettin of Mathematical Biophysics, **5,** 115(1943).

[10] W. Pitts and W. S. McCulloch, Bullettin of Mathematical Biophysics, **9,** 127(1947).

[11] D. Hebb, The organisation of behavior, (1949).

[12] F. Rosenblatt, Principles of Neurodynamics, Spartan Books, Washington DC, (1962).

[13] M. Minsky and S. Papert, Perceptrons, MIT Press (1969); expanded edition, 1988.

[14] J. J. Hopfield, Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities, Proceedings of the National Academy of Sciences, **79**,2554(1982).

[15] J. L. McClelland and D. E. Rumelhart, Parallel Distributed Processing, Volumes 1 and 2, MIT Press, Cambridge, Mass. (1986).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Βιολογικά νευρωνικά δίκτυα

Σκοπός

Στο κεφάλαιο αυτό δίνεται μια σύντομη αλλά περιεκτική εικόνα των βιολογικών νευρωνικών δικτύων των ζώντων οργανισμών και κυρίως του ανθρώπινου εγκεφάλου. Παρατίθενται αρχικά η δομή των κυττάρων των νευρώνων, η συνδεσμολογία τους και τα τεχνικά χαρακτηριστικά τους. Περιγράφεται πώς γίνεται η δημιουργία του ηλεκτρικού σήματος και ακολούθως η μετάδοσή του ανάμεσα στα κύτταρα–νευρώνες. Τέλος, δείχνεται πως τα βιολογικά δίκτυα βοηθούν στη δημιουργία και χρήση τεχνητών νευρωνικών δικτύων που εξετάζουμε στο βιβλίο αυτό.

Προσδοκώμενα Αποτελέσματα

Όταν θα έχετε τελειώσει αυτό το κεφάλαιο θα είστε σε θέση να περιγράψετε:

- *από τι αποτελείται ο ανθρώπινος εγκέφαλος και τι είναι τα νευρωνικά δίκτυα που τον αποτελούν*
- *ποιες είναι οι τάξεις μεγέθους του αριθμού των νευρώνων και των συνδέσεων τους.*
- *ποια είναι η δομή του και πώς λειτουργεί ένα βιολογικό νευρωνικό δίκτυο*
- *ποια χαρακτηριστικά του μοιάζουν με αυτά της λειτουργίας των υπολογιστών και ποια διαφέρουν*

Έννοιες κλειδιά

- *νευρώνας*
- *σύναψη*
- *κεντρικό νευρικό σύστημα*
- *πολλαπλασιασμός νευρώνων*
- *μετάδοση σήματος στους νευρώνες*
- *νευρομεταβιβαστές*
- *σώμα*
- *άξονας*

- *δενδρίτες*
- *κατανάλωση ενέργειας νευρώνων*
- *κατώφλι δυναμικού.*

Εισαγωγικές Παρατηρήσεις

Τα βιολογικά νευρωνικά δίκτυα των ζώντων οργανισμών παίζουν μεγάλο ρόλο στην επιστήμη των νευρωνικών δικτύων, γιατί, όπως είδαμε σε αρκετά σημεία νωρίτερα, σε αυτά οφείλεται η έμπνευση και οι ιδέες λειτουργίας τους. Άρα μας βοηθάει να δούμε ξεχωριστά την δομή του κυττάρου του νευρώνα, την συνδεσμολογία του, την λειτουργία του και πώς μια συλλογή τέτοιων μονάδων απαρτίζει ένα νευρωνικό δίκτυο. Θα δούμε με έκπληξη ότι μερικά χαρακτηριστικά είναι τα ίδια όπως και στους υπολογιστές, λ.χ. η μετάδοση του ηλεκτρικού σήματος γίνεται με δυαδικό τρόπο, ενώ θα περίμενε κανείς ότι ως ηλεκτρικό μέγεθος θα είχε συνεχείς τιμές. Θα παρατηρήσουμε αρκετά τέτοια χαρακτηριστικά, για τα οποία πιστεύεται ότι μπορούμε να αντλήσουμε ιδέες ακόμα και για την κατασκευή νέων υπολογιστών. Είναι απαραίτητο λοιπόν να γνωρίσουμε όλα τα χαρακτηριστικά του νευρώνα τα οποία με παρόμοιο ή ανάλογο τρόπο χρησιμοποιούνται στα υπολογιστικά νευρωνικά δίκτυα. Έτσι, στις επόμενες ενότητες δίνονται οι ομοιότητες αλλά και οι διαφορές που έχουν οι δύο αυτές κατηγορίες των δικτύων.

Είναι γνωστό ότι ο εγκέφαλος του ανθρώπου έχει μια από τις πιο περίπλοκες δομές που συναντά κανείς στον φυσικό κόσμο και, ως μονάδα που βρίσκεται σε λειτουργία, μπορούμε να πούμε με σιγουριά ότι ακόμα και σήμερα είναι κατανοητός σε πολύ μικρό βαθμό. Αυτό ισχύει διότι πολύ λίγα πράγματα από τις λειτουργίες του μπορούμε να εξηγήσουμε και αυτά με διάφορες υποθέσεις που αναγκαζόμαστε να κάνουμε. Προφανώς το πρώτο πράγμα που πρέπει να εξετάσουμε είναι η δομή του ανθρώπινου εγκεφάλου. Από πειραματικές παρατηρήσεις στην Νευροανατομία και Νευροφυσιολογία γνωρίζουμε πολλά πράγματα, όπως λ.χ. ότι στον εγκέφαλο υπάρχουν δύο συμμετρικά ημισφαίρια, ότι ορισμένες περιοχές εξειδικεύονται σε συγκεκριμένες λειτουργίες κτλ. Επίσης, εμπειρικά κατανοούμε ακόμα πολλές από τις λειτουργίες του. Σήμερα γίνονται με επιτυχία εγχειρήσεις σε τμήματα του εγκεφάλου που είναι ελαχίστου μεγέθους (μερικά μικρά), και έτσι θεραπεύονται ασθένειες, όπως ανεπιθύμητοι όγκοι κτλ. Γνωρίζουμε λεπτομερώς πως λειτουργούν αρκετές από τις διεργασίες, κυρίως αυτές που έχουν να κάνουν με την επαφή μας και επίδραση με τον εξωτερικό κόσμο, όπως είναι η όραση, η ακοή κτλ. Παρόλα αυτά οι γενικές λειτουργίες του είναι ελάχιστα κατανοητές. Το πιο σημαντικό είναι ότι ο εγκέφαλος είναι η μονάδα *του ανθρωπίνου σώματος που αναπτύσσει και χρησιμοποιεί τη νόηση, καθώς και όλα όσα αυτή συνεπάγεται, όπως η ευφυία, τα συναισθήματα κτλ. Κανένα τεχνητό μοντέλο δεν μπορεί να προβλέψει ο,τιδήποτε έχει σχέση με τα προσωπικά συναισθήματα και εμπειρίες, όπως το ανθρώπινο μυαλό. Και αυτό συμβαίνει διότι δεν έχει εξηγηθεί μέχρι σήμερα ούτε κατά το ελάχιστο, με ποιό τρόπο η ανατομία και η φυσιολογία του εγκέφαλου δημιουργεί τις γνωστικές εμπειρίες και την αντίληψη, πράγματα που είναι πολύ περίπλοκα να εξηγηθούν και ουσιαστικά δεν γίνεται καν έρευνα σε αυτά. Τέλος, έχουμε μερικές λειτουργίες για τις οποίες υπάρχουν αρκετές εξηγήσεις, όπως είναι η μνήμη, η κατάσταση κατά την διάρκεια του ύπνου, τα όνειρα και άλλα, που αποτελούν τομείς στους οποίους υπάρχει έντονο ερευνητικό ενδιαφέρον. Σε αυτούς τους τομείς επιτελείται καθημερινά πρόοδος, αλλά ακόμα είμαστε μακριά από το να έχουμε πλήρη κατανόηση για τα φαινόμενα αυτά.*

Στο Σχήμα 2.1 έχουμε δύο απόψεις του εγκεφάλου, (α) όπως φαίνεται από τα πλάγια και (β) όπως φαίνεται από μία γωνιακή τομή, όταν τον κοιτάμε από επάνω. Διακρίνουμε διάφορα τμήματα, όπως εξηγούνται στο Σχήμα.

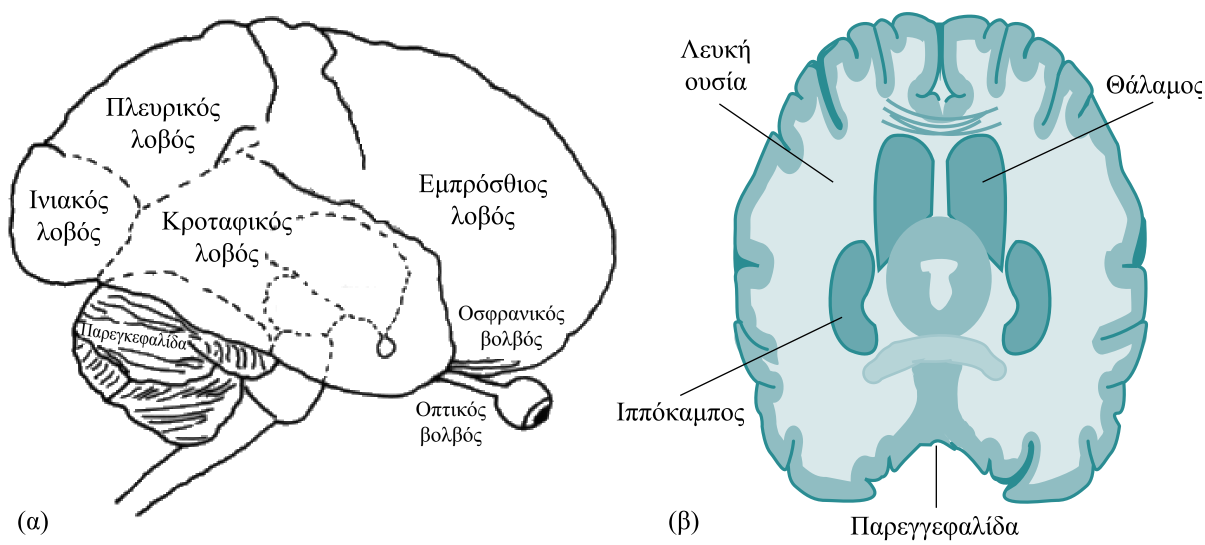
Υπάρχει τεράστια βιβλιογραφία, από την περιοχή της Νευροφυσιολογίας, σχετικά με τη δομή και τη λειτουργία των βιολογικών νευρωνικών δικτύων που εδώ δεν θα αναφερθεί λεπτομερώς. Ενδεικτικά αναφέρουμε μόνο ένα γενικό εγχειρίδιο που περιέχει όλες τις τελευταίες εξελίξεις, έχει άριστη περιγραφή της δομής του νευρικού συστήματος και πολύ περιγραφικά σχήματα [1], αλλά υπάρχουν πολλές άλλες πηγές [2,3]. Επίσης σε ψηφιακή μορφή CD–ROM υπάρχει και εγκυκλοπαίδεια των Νευροεπιστημών [4] με όλες τις πληροφορίες που αναφέρονται σε θέματα του κεφαλαίου αυτού.

Σχήμα 2.1

Δύο απόψεις του ανθρώπινου εγκέφαλου

(α) πλάγια όψη και

(β) γωνιακή τομή



2.1 Ο νευρώνας

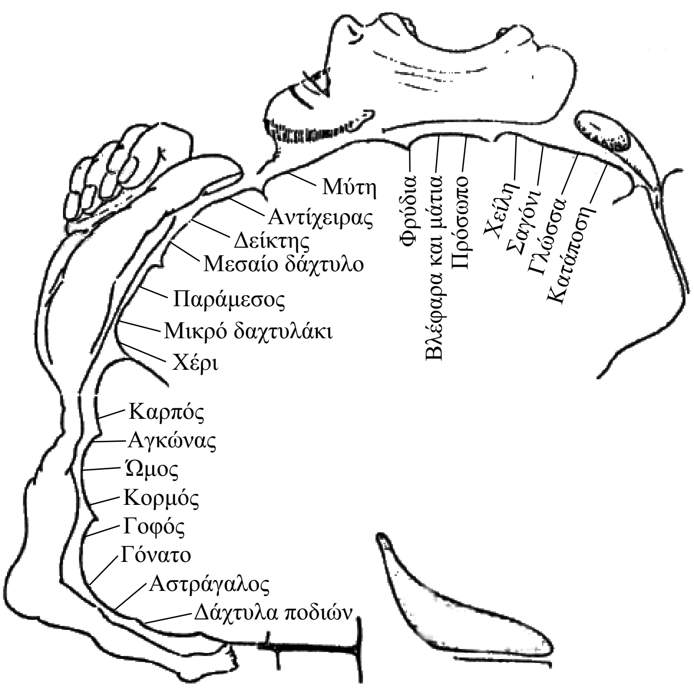
Θεωρούμε ότι η βασική μονάδα δόμησης του εγκεφάλου είναι ένα κύτταρο που ονομάζεται νευρώνας, το οποίο λειτουργεί όπως και τα άλλα κύτταρα του οργανισμού. Ο ανθρώπινος εγκέφαλος αποτελείται από ένα πολύ μεγάλο αριθμό νευρώνων, της τάξης του 10^{10}. Και το νούμερο αυτό δεν είναι σίγουρο, καθώς στην βιβλιογραφία αναφέρονται αριθμοί από 10^9 ως 10^{11}. Όλοι οι νευρώνες είναι διαφορετικοί μεταξύ τους και δεν υπάρχουν δύο ολόιδιοι νευρώνες στον μεγάλο αυτό αριθμό. Υπάρχουν περί τις 100 διαφορετικές κατηγορίες (τύποι) νευρώνων, αλλά και ο αριθμός αυτός εξαρτάται από το πως ορίζουμε την κατηγορία. Κάθε νευρώνας συνδέεται με πολλούς άλλους νευρώνες με συνδέσεις που ονομάζονται συνάψεις. Ο αριθμός των συνάψεων δεν είναι σταθερός, αλλά συνήθως ένας νευρώνας έχει περί τις 10^4 συνάψεις. Μερικοί όμως νευρώνες έχουν μέχρι και 200000 συνάψεις, όπως είναι οι νευρώνες τύπου Purkinje που βρίσκονται στην παρεγκεφαλίδα. Πολλές από τις διασυνδέσεις των νευρώνων φαίνεται εκ πρώτης όψεως ότι είναι τυχαίες ή ότι έχουν στατιστικό χαρακτήρα. Παρόλα αυτά, το πιο πιθανό είναι ότι έχουν δημιουργηθεί με μεγάλη ακρίβεια τόσο στο επίπεδο κύτταρο–προς–κύτταρο, όσο και στο επίπεδο ολόκληρου του συστήματος. Ένας αριθμός νευρώνων με τις διασυνδέσεις τους αποτελούν ένα νευρωνικό δίκτυο (neural net). Το όλο σύστημα των νευρωνικών δικτύων στον ανθρώπινο οργανισμό αποτελεί το Κεντρικό Νευρικό Σύστημα (Central Nervous System). Το σύστημα αυτό επεκτείνεται σε όλο το ανθρώπινο σώμα με κεντρικά σημεία τον εγκέφαλο και την σπονδυλική στήλη. Οι νευρώνες βέβαια εκτείνονται μέχρι και όλα τα άκρα. Και μόνο τα μεγέθη των αριθμών αυτών των νευρώνων και των συνδέσεων τους στο νευρικό σύστημα δικαιολογούν πλήρως την περιπλοκότητα του εγκεφάλου, αλλά και τις τεράστιες δυνατότητες που αυτός παρουσιάζει.

Οι νευρώνες ως κύτταρα πιστεύεται ότι δεν πολλαπλασιάζονται και δεν αναπαράγονται. Αυτό σημαίνει ότι στο σύνολό του το κεντρικό νευρικό σύστημα δημιουργείται στο έμβρυο από τις πρώτες μέρες της κύησης και είναι τελείως αναπτυγμένο μερικούς μήνες μετά τη γέννηση του οργανισμού. Η θεώρηση αυτή είναι γενικά αποδεκτή από όλους. Παρόλα αυτά, υπάρχουν μόλις τελευταία (1998) προτάσεις ότι πιθανώς σε περιορισμένη κλίμακα γίνεται κάποια αναπαραγωγή. Αυτό δείχνει ότι δεν γνωρίζουμε όλες τις λεπτομέρειες της φυσιολογίας των νευρωνικών δικτύων του εγκεφάλου ακόμα και σήμερα. Ο ανθρώπινος εγκέφαλος ενός υγιούς ενήλικα χάνει περί τους 1000 νευρώνες την ημέρα. Μεγαλύτερος αριθμός νευρώνων καταστρέφεται από το οινόπνευμα κτλ., αλλά βέβαια και από την προχωρημένη ηλικία.

Η παύση της αναπαραγωγής των νευρώνων πολύ νωρίς δεν ισχύει και για τις συνάψεις. Το αντίθετο μάλιστα. Καθόλη τη διάρκεια της ζωής ενός οργανισμού οι συνάψεις βρίσκονται σε μία δυναμική ισορροπία, δημιουργούνται καινούργιες και καταστρέφονται παλιές. Η δημιουργία των νέων συνάψεων γίνεται όταν ο εγκέφαλος αποκτά περισσότερες εμπειρίες από το περιβάλλον, μαθαίνει, αναγνωρίζει, κατανοεί κτλ. Από την άλλη μεριά οι σοβαρές ασθένειες της προχωρημένης ηλικίας προέρχονται κυρίως από την μεγάλη καταστροφή των συνάψεων στα νευρωνικά δίκτυα του κεντρικού νευρικού συστήματος, και όχι τόσο από την καταστροφή των νευρώνων.

Ο ρόλος του νευρώνα σε ένα νευρωνικό δίκτυο είναι να λαμβάνει όλα τα σήματα που έρχονται από άλλους νευρώνες, να τα επεξεργάζεται με κατάλληλο τρόπο και να μεταδίδει περαιτέρω το επεξεργασμένο σήμα σε άλλους νευρώνες, ούτως ώστε ένα σήμα να διαδίδεται μέσω ενός τεραστίου αριθμού νευρώνων. Τα σήματα που επεξεργάζεται ένας νευρώνας είναι ηλεκτρικής μορφής και είναι της τάξης μερικών mvolt.

Το σύνολο των νευρώνων στον εγκέφαλο δεν συμμετέχει στην δημιουργία ενός και μόνο δικτύου. Γνωρίζουμε πολύ καλά ότι υπάρχουν πολλά τμήματα στον εγκέφαλο, όπως είναι ο υποθάλαμος, η παρεγκεφαλίδα, ο ιππόκαμπος και διάφορα άλλα, τα οποία είναι πολύ γνωστά από την πλευρά της ανατομίας. Δεν θα εξετάσουμε εδώ λεπτομερώς τα διάφορα τμήματα και τις λειτουργίες τους, καθώς το θέμα αυτό ξεφεύγει από το σκοπό του κεφαλαίου αυτού. Θα αναφέρουμε όμως ότι είναι αποδεκτή σήμερα η θεώρηση ότι διάφορα τμήματα του εγκεφάλου εξειδικεύονται σε διαφορετικές λειτουργίες, όπως είναι πχ. η όραση, η αφή, η ακοή, δηλαδή οι αισθή-



Σχήμα 2.2
Ο χάρτης του Penfield:
ο έλεγχος των διαφόρων τμημάτων
του σώματος από τον εγκέφαλο

σεις. Η όραση είναι το θέμα που έχει μελετηθεί περισσότερο από οποιαδήποτε άλλη λειτουργία, ίσως γιατί ο ανθρώπινος οργανισμός μέσα από αυτήν αντιλαμβάνεται το μεγαλύτερο κομμάτι του κόσμου που τον περιβάλλει. Στο Σχήμα 2.2 βλέπουμε ένα «χάρτη» που κατασκεύασε ο Penfield, που δίνει παραστατικά τον έλεγχο των διαφόρων τμημάτων του σώματος από τον εγκέφαλο.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 2.1

Ο ανθρώπινος εγκέφαλος έχει ένα αριθμό συνάψεων που υπολογίζεται περίπου:

(α)10^4 (β)10^9 (γ)10^{10} (δ)10^{14} (ε)10^{23}

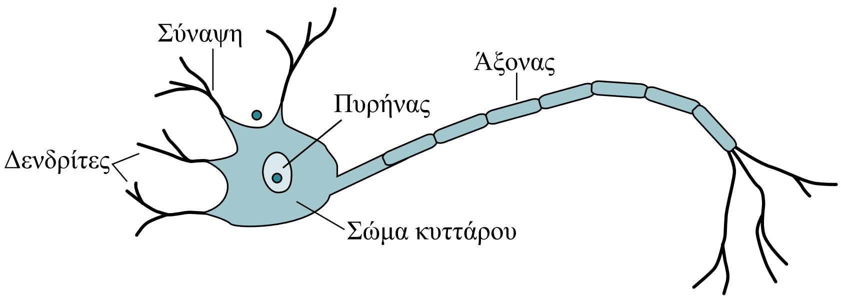
Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 2.2

Σωστό ή Λάθος. Επειδή οι νευρώνες στον ανθρώπινο οργανισμό είναι κύτταρα, πολλαπλασιάζονται και αναπαράγονται όπως και τα άλλα κύτταρα.

2.2 Η δομή του νευρώνα

Θα ξεκινήσουμε με την λεπτομερή δομή του κυττάρου του νευρώνα και θα δούμε τα διάφορα μέρη που το απαρτίζουν. Ως κύτταρο ο νευρώνας είναι σαν όλα τα άλλα κύτταρα του οργανισμού, δεν έχει τίποτα το ιδιαίτερο στην δομή του. Ένας νευρώνας λοιπόν αποτελείται από το κυρίως σώμα, τον άξονα, και τους δενδρίτες. Αυτά φαίνονται στο Σχήμα 2.3

Ο κυρίως κορμός του νευρώνα είναι το σώμα, μέσα στο οποίο βρίσκεται ο πυρήνας του κυττάρου. Στον πυρήνα βρίσκεται όλο το γενετικό υλικό του οργανισμού. Εδώ συμβαίνει η πιο έντονη χημική δράση του κυττάρου για την σύνθεση των ενζύμων, πρωτεϊνών και άλλων μορίων που είναι απαραίτητα για την ζωή του κυττάρου. Ο άξονας είναι μια μεγάλη επέκταση από το σώμα και εφάπτεται με άλλους νευρώνες. Οι άξονες σε μερικούς νευρώνες είναι καλυμμένοι με μια ουσία, που λέγεται μυελίνη, ενώ άλλοι άξονες είναι τελείως ακάλυπτοι. Κάθε νευρώνας έχει έναν μόνο άξονα, ο οποίος μεταδίδει σήματα σε άλλους νευρώνες, δηλ. στέλνει τα εξερχόμενα σήματα. Τέλος, υπάρχουν οι λεπτές επεκτάσεις που μοιάζουν με διακλαδώσεις δένδρου και ονομάζονται δενδρίτες. Οι δενδρίτες κάνουν και αυτοί επαφή με άλλους νευρώνες και δέχονται τα εισερχόμενα σήματα. Στο Σχήμα 2.4 βλέπουμε ένα τμήμα ενός μόνο νευρώνα με όλους όμως τους δενδρίτες του και παρατηρούμε πόσο περίπλοκο είναι το

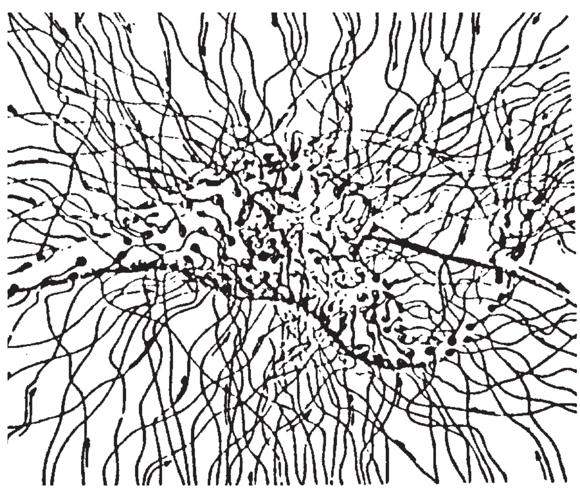


Σχήμα 2.3

Σχηματική απεικόνιση ενός τυπικού νευρώνα

κύτταρο αυτό. Η ταχύτητα των ηλεκτρικών παλμών στους απλούς νευρώνες κυμαίνεται από 10 – 20 m/sec, ενώ σε αυτούς που οι άξονες είναι καλυμμένοι με μυελίνη η ταχύτητα φθάνει τα 100 m/sec. Το μήκος των νευρώνων ποικίλει. Μερικοί έχουν μήκος μερικά μικρόμετρα (μm), άλλοι νευρώνες μπορεί να φθάνουν και το 1 m, ιδίως αυτοί που εκτείνονται στα πόδια. Αυτοί που έχουν ιδιαίτερα μεγάλο μήκος, έχουν πολύ μικρό πάχος, μερικά μικρόμετρα (μm), μόνο, είναι δηλαδή πολύ λεπτοί.

Τα συστατικά του νευρώνα είναι οργανίδια, νηματίδια και σωληνοειδή τμήματα που έχουν δημιουργηθεί από περίπου 6×10^9 μόρια πρωτεΐνης, 10^{10} μόρια λιπαρών ουσιών και 6×10^{11} μόρια RNA. Τα 2/3 του βάρους του συνίσταται από περίπου 1500 μιτοχόνδρια. Τα μιτοχόνδρια μεταφέρουν πολύ γρήγορα ζάχαρη για να παράγεται ενέργεια. Από όλα τα κύτταρα του οργανισμού ο νευρώνας χρησιμοποιεί ενέργεια ταχύτερα από κάθε άλλο. Κάθε μιτοχόνδριο χρειάζεται 10^7 άτομα οξυγόνου ανά sec. Αν το οξυγόνο σταματήσει να παρέχεται για διάστημα πάνω από 10 sec, η λειτουργία των νευρώνων καταστρέφεται και ο άνθρωπος περιέρχεται σε αφασία. Παρόλο ότι ο εγκέφαλος είναι το 2% της μάζας του ανθρώπου, εν τούτοις χρησιμοποιεί παραπάνω από 20% του οξυγόνου που παίρνει ο οργανισμός. Η κατανάλωση ενέργειας στον εγκέφαλο είναι 20 Watt, πράγμα που τον καθιστά πολύ αποδοτικό. Αντίστοιχα ένας υπολογιστής χρειάζεται χιλιάδες Watt. Η μεγάλη αυτή απαίτηση ενέργειας οφείλεται πρώτον στο ότι είναι απαραίτητο να διατηρείται μία ισορροπία στις συνδέσεις των νευρώνων και η οποία διατηρείται μόνο με σταθερή ανταλλαγή χημικών ουσιών. Και δεύτερον, στο ότι ο νευρώνας έχει τεράστια επιφάνεια σχετικά με τον όγκο του. Η μεγάλη αυτή επιφάνεια έχει συνεχείς διαρροές και εισροές που πρέπει να κρατώνται σε μία ευαίσθητη χημική ισορροπία, πράγμα που απαιτεί μεγάλα ποσά ενέργειας.

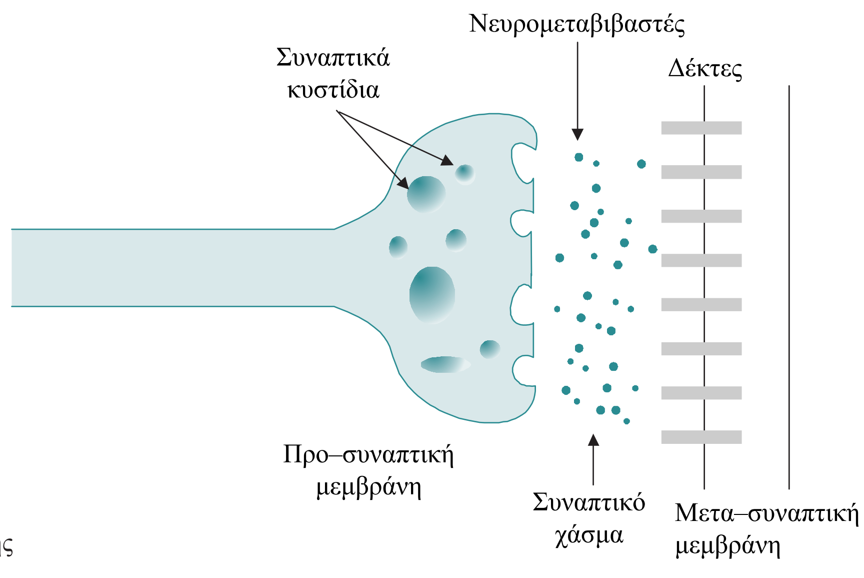


Σχήμα 2.4

Ένας νευρώνας με τις πολλαπλές συνδέσεις του με άλλους νευρώνες

2.3 Η συνδεσμολογία

Οι συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων, με τους άξονες και τους δενδρίτες, γίνονται στις επαφές που ονομάζονται συνάψεις. Η σύναψη έχει πολύ περίπλοκη δομή και επιτελεί επίσης περίπλοκες διεργασίες κατά την μετάδοση του σήματος. Ο άξονας όπως είδαμε συνήθως έχει πάρα πολλές διακλαδώσεις και έτσι στέλνει πολλά σήματα σε διαφορετικά σημεία. Στα σημεία που εφάπτονται οι δενδρίτες δημιουργείται μία σύναψη. Η επαφή που δημιουργείται περιέχει ένα κενό, το συναπτικό χάσμα, το οποίο είναι της τάξης του 0,01 μ. Η μεμβράνη του πρώτου νευρώνα που στέλνει το σήμα ονομάζεται προ–συναπτική μεμβράνη, ενώ αυτή του δεύτερου νευρώνα (δέκτη) ονομάζεται μετα–συναπτική μεμβράνη. Στην άκρη κάθε διακλάδωσης σχηματίζεται ένα μικρό προεξόγκωμα, το οποίο εκρέει χημικούς μεταβιβαστές οι οποίοι διαπερνούν το συναπτικό χάσμα και έτσι φθάνουν στον άλλο νευρώνα. Στο Σχήμα 2.5 φαίνεται σε μεγένθυνση η δομή της σύναψης. Τα συναπτικά κυστίδια (synaptic vesicles) που βρίσκονται στην άκρη του άξονα ελευθερώνουν τους νευρομεταβιβαστές. Οι νευρομεταβιβαστές διαπερνούν το συναπτικό χάσμα και έτσι φθάνουν στον δενδρίτη του άλλου νευρώνα. Οι νευροβιβαστές είναι περίπλοκα μόρια, πάνω από πενήντα διαφορετικά είδη, τα οποία συμμετέχουν στις χημικές αντιδράσεις που λαμβάνουν χώρα μέσα στο κύτταρο. Μερικοί νευρομεταβιβαστές είναι πολύ γνωστοί, όπως είναι η ντοπαμίνη (η έλλειψη της οποίας προκαλεί την ασθένεια Parkinson), η σεροτονίνη, η ακετυλοχολίνη (που σχετίζονται με την μνήμη και μάθηση, και η έλλειψη των οποίων προκαλεί την ασθένεια Alzheimer) και άλλοι. Μερικοί νευρομεταβιβαστές είναι διεγερτικοί, ενώ άλλοι είναι ανασταλτικοί. λ.χ. η γλουταμίνη και η ασπαρτίνη είναι διεγερτικοί, ενώ η γλυκίνη είναι ανασταλτικός νευρομεταβιβα-



Σχήμα 2.5

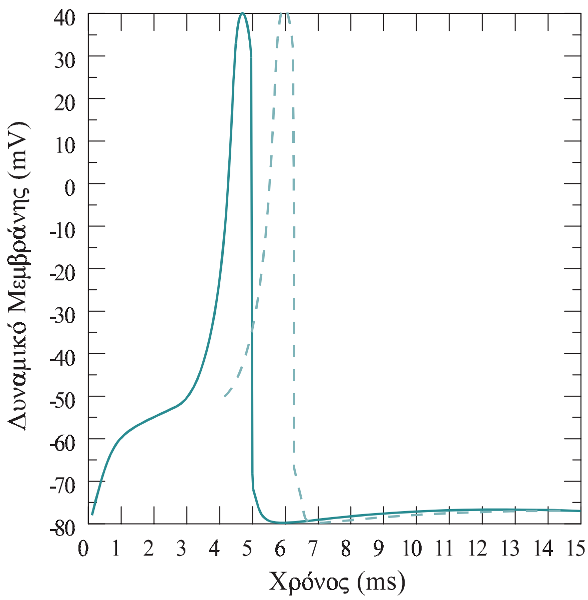
Λεπτομέρεια μιας σύναψης

στής. Όταν ελευθερώνονται οι μεταβιβαστές από ένα νευρώνα και φθάνουν σε έναν άλλο μέσω της σύναψης τότε επηρεάζεται η μεμβράνη του αποδέκτη–νευρώνα και αλλάζει η κατάσταση του ως προς το σήμα που θα στείλει ακολούθως αυτός ο νευρώνας. Βλέπουμε λοιπόν ότι στην σύναψη η αιτία της αλλαγής του δυναμικού στην μετα–συναπτική μεμβράνη είναι χημικής και όχι ηλεκτρικής μορφής. Πειραματικά μπορούμε εύκολα να μετρήσουμε ένα ηλεκτρικό σήμα που μεταδίδεται σε ένα νευρώνα κάνοντας μιά επαφή με ένα μικροηλεκτρόδιο και έτσι η μετάδοση των σημάτων είναι κάτι που μετριέται με μεγάλη ακρίβεια.

2.4 Η λειτουργία

Κάθε νευρώνας έχει δύο δυνατές καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρίσκεται και τις ονομάζουμε ενεργό και μη–ενεργό κατάσταση. Όταν ο νευρώνας είναι ενεργός λέμε ότι πυροδοτεί, ενώ όταν είναι μη–ενεργός λέγουμε ότι είναι αδρανής. Ενδιάμεσες καταστάσεις δεν υπάρχουν. Κατά κάποιο τρόπο βλέπουμε ότι ο νευρώνας είναι δυαδικό (binary) στοιχείο και μοιάζει στο σημείο αυτό με τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Όταν ο νευρώνας πυροδοτεί, παράγει ένα ηλεκτρικό σήμα (παλμό), το οποίο κάθε φορά έχει τα ίδια χαρακτηριστικά, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.6. Μπορούμε να βάλουμε ένα πολύ λεπτό μικροηλεκτρόδιο κοντά σε ένα νευρώνα και να καταγράψουμε το ηλεκτρικό ρεύμα που διατρέχει κατά μήκος του άξονα του νευρώνα αυτού. Βρίσκουμε ότι έχει διάρκεια της τάξης του msec και ένταση της τάξης μερικών mvolt. Το σήμα αυτό ταξιδεύει μέσα στο νευρωνικό δίκτυο από νευρώνα σε νευρώνα χωρίς να ελαττωθεί καθόλου. Ο μέγιστος ρυθμός παραγωγής των παλμών είναι περίπου 1000 παλμοί ανά sec.

Μεγάλο ενδιαφέρον έχει ο τρόπος με τον οποίο δημιουργούνται τα ηλεκτρικά σήματα, που είναι ο εξής: στην μεμβράνη του κυττάρου του νευρώνα δημιουργείται μια διαφορά δυναμικού μεταξύ της εσωτερικής και εξωτερικής επιφάνειας, όπως ακριβώς και σε ένα πυκνωτή. Συνήθως το αρνητικό δυναμικό δημιουργείται στην εσωτερική επιφάνεια. Αυτό γίνεται εξ αιτίας της παρουσίας μορίων πρωτεινών με αρνητικό φορτίο και τα οποία δεν μπορούν να περάσουν την μεμβράνη και να βγουν έξω από το κύτταρο. Όταν το κύτταρο είναι σε ισορροπία, χωρίς να μεταδίδεται σήμα, τότε το «δυναμικό ηρεμίας» είναι περίπου –70 mV. Το δυναμικό αυτό είναι σχετικά πολύ μεγάλο, καθότι το πάχος της μεμβράνης είναι μόλις 1 μικρόμετρο (μm). Η μεμβράνη έχει πολύ μικρές τρύπες σε όλο το μήκος της που επιτρέπει άτομα και ιόντα να την διαπερνούν. Τα πιο σημαντικά είναι τα ιόντα του νατρίου, χλωρίου, καλίου, ασβεστίου (Na^+, Cl^-, K^+, Ca^{++}). Καθένα από αυτά έχει τα δικά του κανάλια, μέσα από τα οποία διαπερνούν την μεμβράνη. Το αξιοσημείωτο είναι ότι τα κανάλια αυτά έχουν πύλες (πόρτες) οι οποίες ανοίγουν και κλείνουν, έτσι ώστε να επιτρέπουν ή να απαγορεύουν την ροή των ιόντων δια μέσω της μεμβράνης. Η μεμβράνη του κυττάρου έχει κάποια μόρια που είναι ειδικές πρωτείνες, που δρουν ως «αντλία» και μεταφέρουν τα ιόντα δια μέσω της μεμβράνης. Αναγκάζουν τα ιόντα να κινούνται αντίθετα από την φυσική συγκέντρωση ισορροπίας, πράγμα που για να το κάνουν ξοδεύουν ενέργεια, και για αυτό το λόγο οι νευρώνες χρειάζονται μεγάλα ποσά ενέργειας. Η συγκέντρωση των ιόντων αυτών και ακολούθως η φυσική τους κίνηση κατά μήκος του κυττάρου δημιουργεί ένα ηλεκτρικό ρεύμα το οποίο αποτελεί το ηλεκτρικό σήμα που μεταδίδεται στο κύτταρο. Ο μηχανισμός αυτός των καναλιών στην μεμβράνη εξηγήθηκε πρώτα από τους Hodgkin και Huxley το 1952 [5].

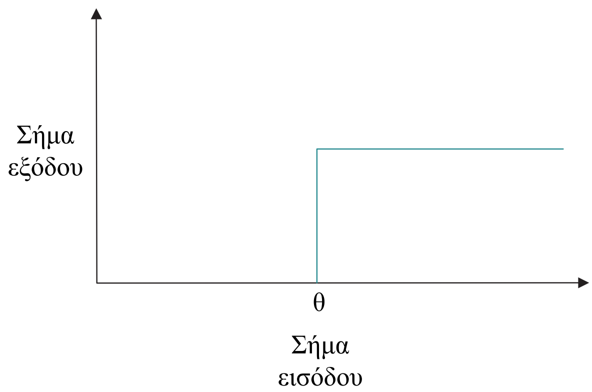


Σχήμα 2.6

Το δυναμικό δράσης ενός νευρώνα όπως εμφανίζεται σε έναν παλμογράφο κατόπιν κατάλληλου ερεθισμού με τη βοήθεια μικροηλεκτροδίων

Όπως βλέπουμε στο Σχήμα 2.6 (απότομη άνοδος και απότομη κάθοδος) το δυναμικό της μεμβράνης δημιουργεί μία πραγματική εκκένωση. Το εσωτερικό του νευρώνα μπορεί να γίνει στιγμιαία ακόμα και θετικά φορτισμένο, ως προς το υπόλοιπο κύτταρο. Σταδιακά όμως επιστρέφει στην κανονική του κατάσταση, στο δυναμικό ηρεμίας. Είναι ιδιαίτερα αξιοσημείωτο οτι κατά την διάρκεια της αποκατάστασης είναι αδύνατο ο νευρώνας να δεχθεί άλλη διέγερση, έστω και αν πολλαπλά σήματα καταφθάσουν ταυτόχρονα και προσπαθήσουν να τον διεγείρουν. Η περίοδος κατά την οποία ισχύει αυτό λέγεται περίοδος μεταστροφής (refractory period).

Όλα τα σήματα που καταφθάνουν σε ένα νευρώνα σε μια δεδομένη στιγμή αθροίζονται. Αυτό σημαίνει ότι αθροίζονται τα ηλεκτρικά δυναμικά τους. Αν το άθροισμα των σημάτων φθάσει ή ξεπεράσει μια δεδομένη τιμή (κατώφλι), τότε θεωρείται ότι ο νευρώνας βρίσκεται σε διεγερμένη κατάσταση και πυροδοτεί. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να στείλει μέσω του άξονα ένα παλμό. Αν το άθροισμα όμως είναι μικρότερο από την δεδομένη αυτή τιμή, τότε δεν συμβαίνει τίποτα. Ο νευρώνας παραμένει αδρανής. Το δυναμικό αυτό που είναι μικρότερο από το κατώφλι, χάνεται. Η τιμή του κατωφλίου ονομάζεται θ. Το εισερχόμενο σήμα μπορεί να είναι διεγερτικό ή ανασταλτικό. ΄Οταν το εισερχόμενο σήμα είναι διεγερτικό αυτό σημαίνει ότι το σήμα αυτό είναι θετικό και κάνει το δυναμικό του νευρώνα να πλησιάσει κοντά στο θ. Αν είναι ανασταλτικό τότε συμβαίνει το αντίθετο, δηλ. το σήμα είναι αρνητικό και κάνει το δυναμικό να απομακρύνεται από το θ. Το τελικό αποτέλεσμα εξαρτάται από την συνάρτηση του κατωφλίου, η οποία συνήθως είναι η συνάρτηση Heaviside, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.7. Αν το σήμα είναι ίσο ή ξεπερνά το κατώφλι δυναμικού, τότε ο νευρώνας διεγείρεται και είναι έτοιμος να στείλει έναν παλμό που έχει πάντοτε το ίδιο μέγεθος. Αμέσως μετά τον παλμό, ο νευρώνας επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση. Αν οι συνθήκες το επιτρέψουν, μπορεί αργότερα να ενεργοποιηθεί πάλι. Το σήμα όμως που μεταδόθηκε συνεχίζει την ίδια διαδικασία σε άλλους νευρώνες του δικτύου χωρίς να ελαττωθεί καθόλου. Μεταδίδεται πάντα προς μία κατεύθυνση, η οποία είναι να απομακρύνεται από το σώμα του κυττάρου. Η συνάρτηση Heaviside είναι ίδια με την εξίσωση 1.1 που είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, και αυτό διότι η $f(x)$, η συνάρτηση μεταφοράς, είχε την ίδια περιγραφή όπως και εδώ. Βλέπουμε για μία ακόμα φορά την σημαντική αυτή ομοιότητα ανάμεσα στα βιολογικά και τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα.



Σχήμα 2.7
Η συνάρτηση κατωφλίου Heaviside

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 2.3

Σωστό ή Λάθος. Οι νευρώνες στον ανθρώπινο οργανισμό είναι δυαδικά στοιχεία.

2.5 Σύγκριση με τεχνητά νευρωνικά δίκτυα

Είδαμε ότι οι αριθμοί των μονάδων των νευρώνων και οι συνδέσεις τους είναι πράγματι πολύ μεγάλοι. Ως τάξη μεγέθους είναι πολύ μεγαλύτεροι από τους αριθμούς μονάδων που μπορεί να χειριστεί εύκολα σήμερα ένας υπολογιστής και μάλλον πλησιάζει το ανάλογο των ατόμων/μορίων στην ύλη (αριθμός του Avogadro). Είναι μάλλον λογικό να είναι έτσι τα πράγματα, αν πάρουμε υπ' όψη μας την πολυπλοκότητα του ανθρώπινου νου και όλες τις διεργασίες που επιτελεί. Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (ΤΝΔ) οπωσδήποτε υπολείπονται κατά πολύ στο σημείο αυτό και δεν μπορούν να κάνουν πράγματα που ο εγκέφαλος ακόμα και ενός παιδιού επιτελεί με μεγάλη ευκολία. Ένα ΤΝΔ μπορεί να έχει μερικές εκατοντάδες ή χιλιάδες νευρώνες, αλλά όχι την τάξη μεγέθους που έχει ο ανθρώπινος εγκέφαλος. Από την άλλη μεριά τα ΤΝΔ μπορούν να λύσουν δύσκολα μαθηματικά προβλήματα, όπως είναι η αναγνώριση συστήματος, η πρόβλεψη κ.α., στα οποία ο ανθρώπινος εγκέφαλος δεν τα καταφέρνει καλά.

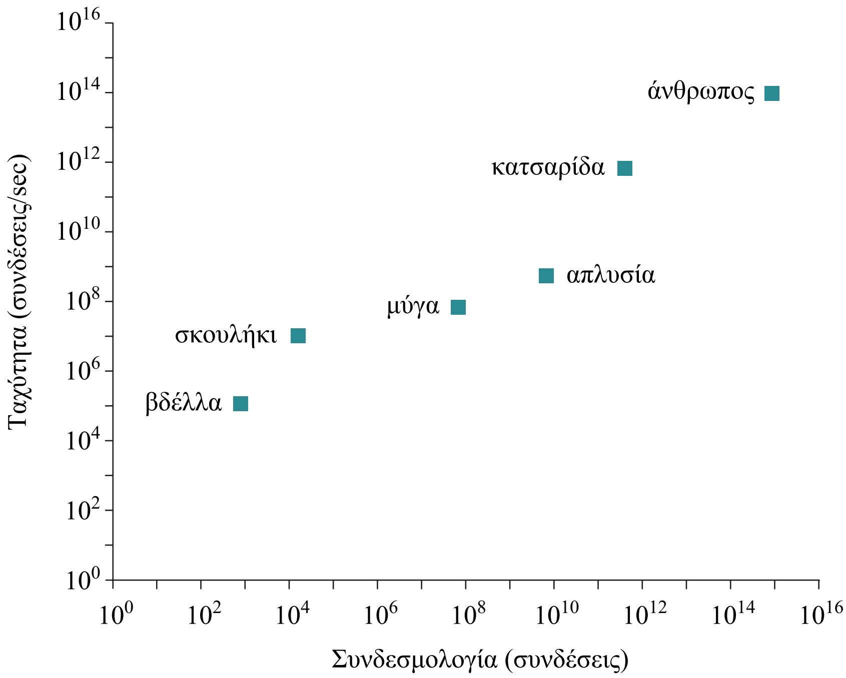
Επιπλέον, υπάρχουν πολλές άλλες διαφορές, όπως ότι οι συνάψεις είναι πολύ περίπλοκες στα βιολογικά, ενώ πολύ απλές στα ΤΝΔ. Η συνδεσμολογία (ο τρόπος και αριθμός συνδέσεων) είναι επίσης πολύ πιο περίπλοκη στα βιολογικά νευρωνικά δίκτυα. Η διαφορά τους αυτή στις συνάψεις είναι μάλλον η πιο σημαντική διαφορά μεταξύ των δύο αυτών ειδών. Η ταχύτητα όμως στους υπολογιστές είναι χιλιάδες φορές μεγαλύτερη από την ταχύτητα διάδοσης του σήματος στα βιολογικά νευρωνικά δίκτυα. Παρόλα αυτά, η διαφορά στην ταχύτητα δεν επαρκεί για να καλύψει την διαφορά στην πολυπλοκότητα. Στο Σχήμα 2.8 βλέπουμε διάφορους οργανισμούς, σχετικά με τον ολικό αριθμό των συνδέσεων (συνάψεων) των νευρώνων (άξονας x), ως προς την ταχύτητα με την οποία οι συνάψεις αυτές μπορούν να αλλάξουν. Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (ΤΝΔ) έχουν μόλις ξεπεράσει το σκουλήκι, προσπαθούν να φτάσουν τη μύγα αλλά υπολείπονται κατά πολύ του ανθρώπινου εγκέφαλου. Ενώ ο ανθρώπινος εγκέφαλος μαθαίνει και καταλαβαίνει πολύ γρήγορα, η μάθηση στο ΤΝΔ παίρνει πολύ χρόνο, ακόμα και στον πιο γρήγορο υπολογιστή. Τέλος, ο εγκέφαλος μπορεί να κάνει σύγχρονη ή ασύγχρονη ενημέρωση των μονάδων του (δηλ. σε συνεχή χρόνο), ενώ το ΤΝΔ κάνει μόνον σύγχρονη ενημέρωση, δηλ. σε διακριτό χρόνο.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 2.4

Σωστό ή Λάθος**.** Ο ανθρώπινος εγκέφαλος αποτελείται από ένα μόνο συγκεκριμένο αλλά τεράστιο νευρωνικό δίκτυο που κατευθύνει και εποπτεύει όλες τις λειτουργίες του οργανισμού.

Δραστηριότητα 2.1

Χρησιμοποιώντας την ύλη του κεφαλαίου αυτού καθώς και τις πληροφορίες από τον Πίνακα 1.1 του κεφαλαίου 1 δώστε σε 1–2 σελίδες μία έκθεση που να κάνει άμεση σύγκριση μεταξύ των βιολογικών και των τεχνητών νευρωνικών δικτύων (ΤΝΔ). Οι ιδέες που θα συζητήσετε πρέπει μεταξύ των άλλων να περιλαμβάνουν: τον αριθμό νευρώνων, τον αριθμό συνδέσεων, τον τρόπο λειτουργίας, την εκπαίδευση, τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν με ευκολία και τα προβλήματα που δεν μπορούν να αντιμετωπίσουν.



Σχήμα 2.8

Διάγραμμα της ταχύτητας με την οποία μπορούν να γίνουν οι αλλαγές ως προς τον ολικό αριθμό συνάψεων σε διάφορους οργανισμούς. Εδώ η ταχύτητα υπονοεί το πόσο γρήγορα μπορούν να γίνουν οι υπολογισμοί.

Σύνοψη

Ο ανθρώπινος οργανισμός αποτελείται από πολλά συστήματα και υποσυστήματα, αν και συχνά στην καθομιλουμένη τον αναφέρουμε ως ένα όργανο. Περιέχει ένα πολύ μεγάλο αριθμό νευρώνων, πολλών διαφορετικών τύπων, οι οποίοι έχουν πολύ περίπλοκη συνδεσμολογία και απαρτίζουν πολλά νευρωνικά δίκτυα. Τα δίκτυα μεταφέρουν ηλεκτρικά σήματα σε ολόκληρο το Κεντρικό Νευρικό Σύστημα, τα οποία και ελέγχουν κάθε λειτουργία του. Τα σήματα αυτά δημιουργούνται με την απότομη αλλαγή του δυναμικού δράσης εξαιτίας της μεταβολής των συγκεντρώσεων των ιόντων κυρίως του νατρίου και ασβεστίου στο εσωτερικό και εξωτερικό του κυττάρου του νευρώνα. Στο σημερινό επίπεδο γνώσεων, γνωρίζουμε και εξηγούμε ικανοποιητικά τόσο την ανατομική δομή των κυττάρων αυτών, όσο και τον μηχανικό τρόπο λειτουργίας τους. Στο σημείο, όμως, που η επιστήμη ακόμη και σήμερα έχει πολύ μικρή πρόοδο, είναι στο πώς αυτές οι πρωτογενείς λειτουργίες μετατρέπονται σε αφηρημένες έννοιες που κατανοούν όλοι οι ζώντες οργανισμοί. Οπωσδήποτε, όμως, οι ιδέες από τη δομή και λειτουργία των νευρωνικών δικτύων των ζώντων οργανισμών χρησιμοποιούνται άμεσα για την κατασκευή υπολογιστικών νευρωνικών δικτύων, οι οποίοι με τη σειρά τους μπορούν να επιτελούν ένα πλήθος από διεργασίες και να λύνουν ικανοποιητικά πολλά προβλήματα.

Βιβλιογραφικές παραπομπές

[1] D. Purves, G. J. Augustine, D. Fitzpatrick, L. C. Katz, A. S. Lamantia, J. O. McNamara, Neuroscience, Sinauer Associates, Sutherland, Mass (1997).

[2] W. Penfield and T. Rusmussen, The cerebral cortex of man, McMillan, NY (1955).

[3] DAPRA Neural Network Study, AFCEA International Press, October 1987–February 1988 (1988).

[4] G. Adelman and B. H. Smith, Elsevier's Encyclopedia of Neuroscience, Elsevier, Amsterdam (1997).

[5] L. Hodgkin and A. F. Huxley, A quantitative description of membrane current and its applications to conduction and excitation in nerve, J. Physiology (London),117,500(1952).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Ο αισθητήρας

Σκοπός

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται λεπτομερώς τα πρώτα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα που αναπτύχθηκαν τη δεκαετία του πενήντα. Δίνεται η δομή τους, η λειτουργία τους, ο τρόπος εκπαίδευσής τους, καθώς επίσης και τα προβλήματα που μπορούν τα δίκτυα αυτά να επιλύσουν. Παρουσιάζονται οι περιορισμοί τους και οι λόγοι για τους οποίους ουσιαστικά τα δίκτυα αυτά εγκαταλήφθηκαν.

Προσδοκώμενα Αποτελέσματα

Όταν ολοκληρώσετε τη μελέτη του κεφαλαίου αυτού, θα είστε σε θέση να:

- *σχεδιάσετε δίκτυα της μορφής του αισθητήρα, ανάλογα με τις ανάγκες του προβλήματος που σας παρουσιάζεται*
- *εκπαιδεύσετε ένα τέτοιο δίκτυο στα δεδομένα του προβλήματος και να επαληθεύσετε ότι η εκπαίδευση είναι σωστή*
- *αναγνωρίσετε ποια προβλήματα έχουν την ικανότητα τα δίκτυα αυτά να λύνουν και ποια δεν μπορούν να λύσου.*

Λέξεις κλειδιά

- *Είσοδος δικτύου*
- *έξοδος δικτύου*
- *βάρη συνδέσεων*
- *κατώφλι*
- *γραμμικώς διαχωρίσιμο (και μη διαχωρίσιμο) πρόβλημα*
- *πρόβλημα X–OR*
- *κυρτές περιοχές*
- *ικανότητα αποθηκεύσης*
- *εκπαίδευση δικτύου*
- *κανόνας Δέλτα*

- *ρυθμός εκπαίδευσης*
- *σφάλμα, στόχος*
- *adaline*
- *madaline*
- *διόρθωση βαρών*
- *δυσκολίες εκπαίδευσης*

Εισαγωγικές Παρατηρήσεις

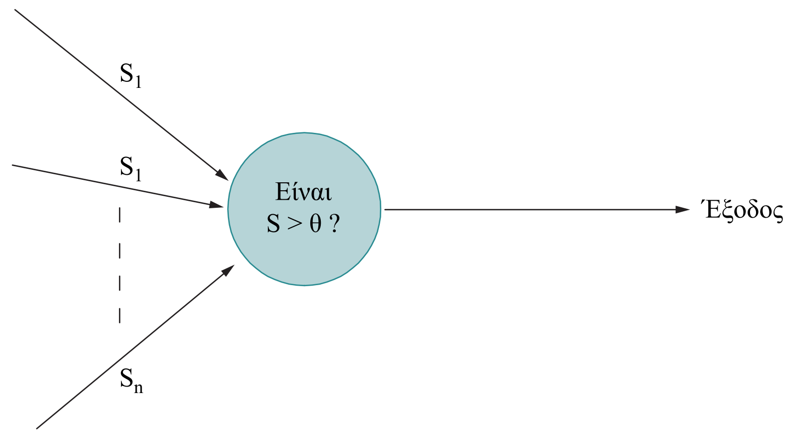
Στο κεφάλαιο αυτό ασχολούμαστε για πρώτη φορά με ένα νευρωνικό δίκτυο συγκεκριμένης μορφής και καλύπτουμε λεπτομερώς όλη την διαδικασία εκπαίδευσης ενός τέτοιου δίκτυου. Τόσο τα δίκτυα αυτά όσο και οι διαδικασίες είναι απλής μορφής, αλλά είναι απαραίτητο να τα κατανοήσουμε όσο το δυνατόν καλύτερα, γιατί θα μας είναι χρήσιμα στα επόμενα κεφάλαια.

3.1 Τα πρώτα πρότυπα νευρωνικών δικτύων και ο αισθητήρας

Το μοντέλο του αισθητήρα (perceptron) είναι από τα πρώτα μοντέλα νευρωνικών δικτύων που αναπτύχθηκαν την δεκαετία του πενήντα και έδωσαν στην περιοχή αυτή μεγάλη ώθηση χάρη στις επιτυχίες που είχε από την αρχή. Πολλά δίκτυα που αναπτύχθηκαν αργότερα, κατά πολύ πιο περίπλοκα, ξεκίνησαν από την βάση του αισθητήρα. Προτάθηκε το 1958 από τον Rosenblatt [1–3], ο οποίος ήταν ψυχολόγος. Βέβαια καθόσον οι γνώσεις μας για το νευρικό σύστημα του ανθρώπου προόδευαν, οι πρώτες αυτές προσπάθειες φαίνονται τώρα πια ότι ήταν πολύ απλοϊκές. Οι Minsky–Papert έδειξαν [4] το 1969 ότι το πρώτο αυτό πρότυπο έχει πολλούς περιορισμούς. Σήμερα, υπάρχουν πολλές παραλλαγές νευρωνικών δικτύων που βασίζονται στον αισθητήρα και έχουν διαφορετικές δομές, άλλες απλές και άλλες πιο περίπλοκες. Η πιο απλή μορφή είναι ο λεγόμενος στοιχειώδης αισθητήρας (elementary perceptron), Σχήμα 3.1, γιατί αποτελείται από ένα μόνο νευρώνα και είναι το πιο απλό, αυτοδύναμο σύστημα που υπάρχει και επιτελεί μία ορισμένη διεργασία. Το πολύ απλό αυτό πρότυπο μπορεί να κάνει διάφορα χρήσιμα πράγματα, όπως θα δούμε παρακάτω. Ανεβαίνοντας ως προς την πολυπλοκότητα, έχουμε νευρωνικά δίκτυα τα οποία έχουν πολλούς νευρώνες, όπως στο Σχήμα 3.2, οι οποίοι είναι οργανωμένοι σε δύο επίπεδα, ένα επίπεδο στο οποίο εισέρχονται τα σήματα (επίπεδο εισόδου) και ένα επίπεδο όπου βγαίνει το αποτέλεσμα του νευρωνικού δικτύου (επίπεδο εξόδου). Θα δούμε αργότερα και νευρωνικά δίκτυα τα οποία είναι ακόμα πιο περίπλοκα και εκτός των δύο αυτών επιπέδων έχουν και άλλα επίπεδα, τα οποία βρίσκονται συνήθως ανάμεσα σε αυτό της εισόδου και αυτό της εξόδου.

Στον στοιχειώδη αισθητήρα, ο μοναδικός νευρώνας του συστήματος έχει έναν ορισμένο αριθμό συνδέσεων που προέρχονται από άλλους νευρώνες (τους οποίους όμως δεν εξετάζουμε), όπως φαίνονται στο Σχήμα 3.1. Ο νευρώνας είναι ο κύκλος και οι συνδέσεις του είναι οι διάφορες γραμμές. Έχει ένα ορισμένο αριθμό εισόδων αλλά μία μόνο έξοδο. Αυτό σημαίνει ότι η μονάδα αυτή δέχεται πολλές εισόδους, s_1, s_2, s_3 κτλ. αλλά παράγει μία μόνο έξοδο, που όπως φαίνεται στο Σχήμα είναι στα δεξιά του κύκλου. Στο σημείο αυτό χρειάζεται προσοχή: μπορεί ένας νευρώνας να έχει πολλές εξόδους και άρα πολλές γραμμές δεξιά του κύκλου, αλλά όλες οι έξοδοι αυτές πάντα έχουν την ίδια τιμή. Αν, λοιπόν, υπάρχουν πολλές γραμμές–έξοδοι, ποτέ δεν μπορούν να έχουν διαφορετικές τιμές. Αυτό λοιπόν εννοούμε όταν λέμε ότι ένας νευρώνας έχει μία μόνο έξοδο.

Κάθε εισερχόμενο σήμα, s_i, συνδέεται με τον κεντρικό νευρώνα με ένα βάρος w_i. Το βάρος w μας δείχνει κατά κάποιο τρόπο την αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο νευρώνων τους οποίους συνδέει. Τώρα που εξετάζουμε εδώ την απλή περίπτωση του ενός νευρώνα, μπορούμε να πούμε ότι το w είναι η επίδραση του εισερχόμενου σήμα-



Σχήμα 3.1

Ο στοιχειώδης αισθητήρας (perceptron)

τος με τον νευρώνα αυτό. Αυτό που έχει σημασία δεν είναι η τιμή του βάρους w από μόνη της ούτε η τιμή του σήματος s, αλλά είναι το γινόμενο $s_i w_i$. Έτσι κάθε s_i πολλαπλασιάζεται επί το βάρος w_i που έχει η σύνδεση i και τελικά αυτό που παρουσιάζεται στον νευρώνα από κάθε εισερχόμενο σήμα είναι το γινόμενο $s_i w_i$. Ο αισθητήρας κατόπιν αθροίζει τα γινόμενα αυτά για όλους τους n όρους (όπου n είναι ο αριθμός των εισόδων) και θεωρούμε, λοιπόν, ότι λαμβάνει ένα συνολικό σήμα με τιμή:

$$S = \sum_{i}^{n} s_i w_i \tag{3.1}$$

Μερικές φορές θεωρούμε ότι, εκτός από τα εισερχόμενα σήματα και τα αντίστοιχα βάρη w, ο νευρώνας έχει και ένα εσωτερικό βάρος που τον χαρακτηρίζει, και το οποίο πρέπει να ληφθεί υπόψη στην εξίσωση 3.1. Το εσωτερικό αυτό βάρος λέγεται «bias», b, ή αλλιώς προδιάθεση ή παράγων προδιάθεσης του νευρώνα. Το βάρος αυτό είναι τελείως ξεχωριστό από τα άλλα βάρη, αλλά δρα με τον ίδιο τρόπο όπως τα άλλα βάρη w που είδαμε μέχρι τώρα. Θεωρούμε πάντοτε ότι η τιμή του σήματος που περνάει σε όλα τα εσωτερικά βάρη είναι 1. Έτσι, λοιπόν, οι μονάδες του b θα είναι οι ίδιες με τις μονάδες του γινομένου ($s \cdot w$), ώστε η εξίσωση 3.1 στην πιο γενική της μορφή γίνεται τώρα:

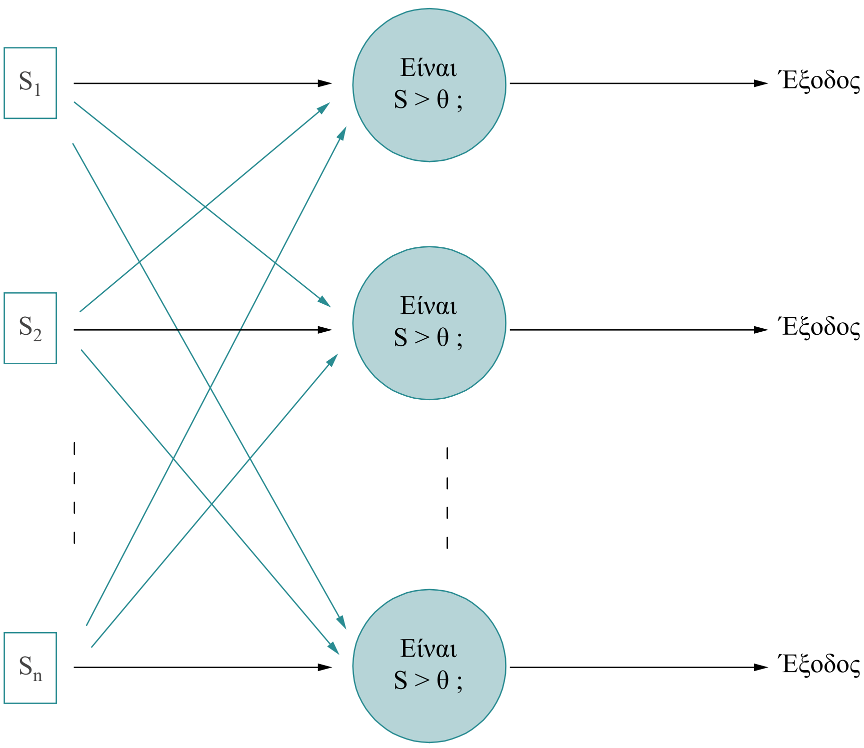
$$S = b + \sum_{i}^{n} s_i w_i \tag{3.2}$$

Ο όρος b δεν έχει καμία φυσική σημασία και δεν πρέπει να αποδίδεται στο εσωτερικό του νευρώνα στον οποίο καταλήγει. Μερικές φορές θεωρείται ότι είναι ένα εξωτερικό ερέθισμα, το οποίο προστίθεται στο υπόλοιπο άθροισμα για να δώσει το σωστό S. Ολα τα προβλήματα δεν αντιμετωπίζονται με τον ίδιο τρόπο και έτσι άλλες φορές χρησιμοποιείται η εξίσωση 3.1 (χωρίς τον όρο b) και άλλες η εξίσωση 3.2 (με τον όρο b), χωρίς να υπάρχει ένας γενικός κανόνας. Ακολούθως εφαρμόζουμε την συνάρτηση κατωφλίου Heaviside, με μία συγκεκριμένη τιμή του κατωφλίου, θ. Η συνάρτηση αυτή έχει δοθεί στο Σχήμα 2.7. Συγκρίνουμε το θ με το άθροισμα S. Εάν $S > \theta$, τότε ο αισθητήρας ενεργοποιείται και θεωρούμε ότι πυροδοτεί. Εάν $S < \theta$, τότε το άθροισμα S μηδενίζεται και ο αισθητήρας παραμένει αδρανής. Αυτό συνοψίζεται ως:

$$\text{Εάν } S > \theta \qquad \text{τότε η τιμή της εξόδου} = 1 \tag{3.3}$$

$$\text{Εάν } S < \theta \qquad \text{τότε η τιμή της εξόδου} = 0 \tag{3.4}$$

Αντιλαμβανόμαστε λοιπόν ότι η ενεργητικότητα του αισθητήρα εξαρτάται από τρεις παραμέτρους: τα βάρη των συνδέσεων, τις τιμές των εισόδων και την τιμή του κατωφλίου. Θεωρούμε ότι αυτό που μαθαίνει το σύστημά μας αποθηκεύεται στα βάρη των συνδέσεων, τα οποία, όπως θα δούμε και παρακάτω, μεταβάλλονται συνεχώς κατά την διάρκεια που το σύστημα «μαθαίνει» κάποια πληροφορία.



Σχήμα 3.2
Ο αισθητήρας με *n* νευρώνες

Ξεκινώντας από το πρότυπο του στοιχειώδους αισθητήρα μπορούμε να αναπτύξουμε πιο προχωρημένα πρότυπα που περιέχουν αναγκαστικά περισσότερους του ενός νευρώνες. Ένας αισθητήρας με περίπλοκη δομή δίνεται στο Σχήμα 3.2. Στο Σχήμα αυτό οι κόμβοι εισόδου παρίστανται με ένα τετράγωνο. Στους κόμβους αυτούς δεν γίνεται καμία επεξεργασία του σήματος, αλλά χρησιμεύουν μόνο για να δέχονται το σήμα. Οι υπόλοιποι κόμβοι στους οποίους γίνεται επεξεργασία του σήματος δηλώνονται με ένα κύκλο. Εδώ έχουμε n νευρώνες, αντί για έναν μόνο που έχει ο στοιχειώδης αισθητήρας. Στην πιο γενική περίπτωση έχουμε πλήρη συνδεσμολογία, δηλ. κάθε εισερχόμενο σήμα s_i παρουσιάζεται και στους n νευρώνες, με διαφορετικό βάρος κάθε φορά. Η διαδικασία σύγκρισης με το κατώφλι θ είναι η ίδια όπως και στο απλό μοντέλο, αλλά εδώ έχουμε μια πλειάδα από εξόδους των οποίων ο αριθμός είναι n, όσο δηλ. και ο αριθμός των νευρώνων. Υπάρχουν και διάφορα άλλα παρόμοια μοντέλα, που ονομάζονται επίσης συλλογικά αισθητήρες, και μερικά είναι πιο περίπλοκα από τα παραπάνω, αλλά ο μηχανισμός λειτουργίας τους είναι ο ίδιος όπως αυτός που είδαμε [5].

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 3.1

Η ενεργητικότητα του αισθητήρα εξαρτάται μόνο από τις τιμές στα:

(α) βάρη των συνδέσεων, τιμές εισόδου, τιμή κατωφλίου, σφάλμα στην έξοδο

(β) βάρη των συνδέσεων, τιμές εισόδου, τιμή κατωφλίου

(γ) βάρη των συνδέσεων, τιμές εισόδου

(δ) βάρη των συνδέσεων, τιμές κατωφλίου

(ε) κανένα από τα παραπάνω

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 3.2

(Σωστό ή Λάθος). Το δίκτυο του Σχήματος 3.1 έχει 3 νευρώνες εισόδου και $\theta = 0$. Το διάνυσμα εισόδου είναι $s = (1 , 0{,}7 , 1.6)$ και τα αντίστοιχα βάρη είναι $w = (0{,}5 , 1{,}5 , –1{,}0)$. Η είσοδος και η έξοδος του δικτύου είναι αντίστοιχα:

	Είσοδος	**Έξοδος**	**Σωστό**	**Λάθος**
α)	1	0		
β)	3,3	0		
γ)	–0,05	1		
δ)	1	1		
ε)	–0,05	0		
στ)	0,05	0		

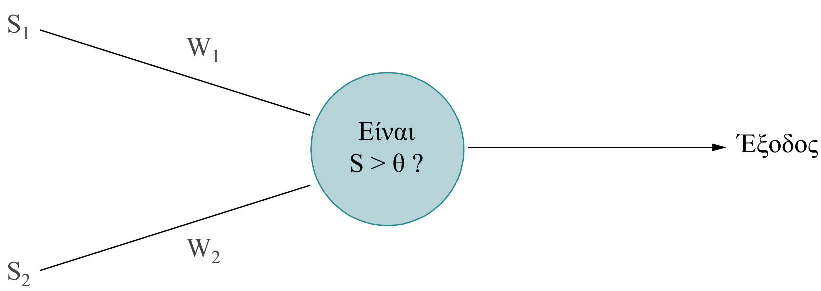
3.2 Το πρόβλημα της αποκλειστικής διάζευξης

Ένα από τα πιο γνωστά προβλήματα που επιλύονται με νευρωνικά δίκτυα είναι αυτό της εκμάθησης της συνάρτησης X–OR (exclusive–or), δηλ. της συνάρτησης της αποκλειστικής διάζευξης, όπως λέγεται. Η συνάρτηση αυτή δέχεται δύο εισόδους και δίνει μία έξοδο. Οι είσοδοι και η έξοδος μπορεί να είναι 0 ή 1 μόνον και ισχύει ο εξής περιορισμός: Εάν και οι δύο είσοδοι είναι ίδιες, τότε η έξοδος είναι 0, εάν είναι διαφορετικές, τότε η έξοδος είναι 1. Οι όροι αυτοί συνοψίζονται στον Πίνακα 3.1, που ονομάζεται και «πίνακας αλήθειας» της συνάρτησης.

Πίνακας 3.1

Η συνάρτηση X–OR

Είσοδος 1	Είσοδος 2	Έξοδος
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

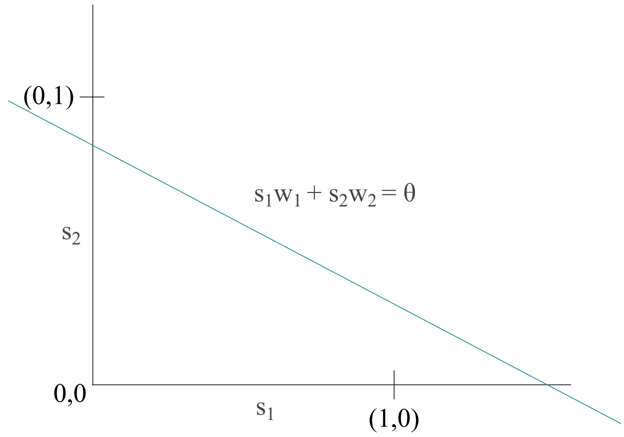


Σχήμα 3.3

Ο αισθητήρας με δύο εισόδους για το πρόβλημα XOR

Εάν χρησιμοποιήσουμε τον στοιχειώδη αισθητήρα με δύο εισόδους και μία έξοδο τότε έχουμε το Σχήμα 3.3 που είναι μία ειδική περίπτωση του Σχήματος 3.1. Χρησιμοποιώντας το απλό αυτό δίκτυο όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί αναπαρίστανται στο διάγραμμα του Σχήματος 3.4, στο επίπεδο x–y, όπου οι δύο άξονες είναι οι δύο είσοδοι s_1 και s_2. Στο δίκτυο του Σχήματος 3.3 κάθε φορά που έρχονται οι δύο είσοδοι s_1 και s_2 τίθεται το ερώτημα της σύγκρισης μεταξύ του S και του θ. Θέλουμε το δίκτυο να δίνει έξοδο = 0, όταν το S είναι $S < 0{,}5$ και να δίνει έξοδο = 1, όταν $S > 0{,}5$. Βλέπουμε όμως καθαρά ότι δεν υπάρχει κανένας συνδυασμός τιμών των w_1 και w_2 που να παράγει τις σχέσεις που περιλαμβάνονται στον Πίνακα 3.1. Ας θεωρήσουμε ότι το κατώφλι $\theta = 0{,}5$. Η αλγεβρική σχέση γίνεται:

$$s_1 w_1 + s_2 w_2 = 0{,}5 \tag{3.5}$$

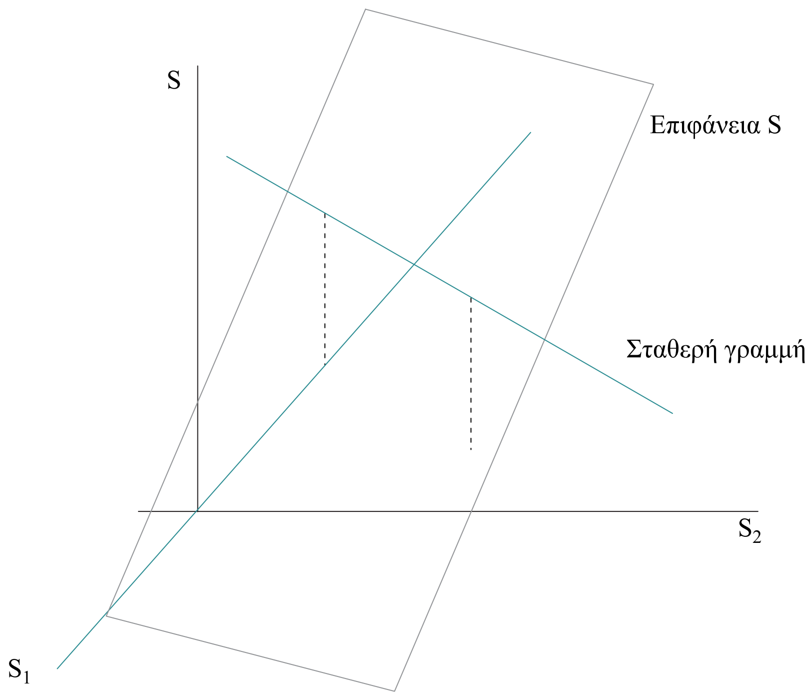


Σχήμα 3.4

Το πρόβλημα της συνάρτησης X–OR σε αναπαράσταση στο επίπεδο *x–y*.

και περιγράφει το δίκτυό μας. Η εξίσωση αυτή είναι γραμμική ως προς s_1 και s_2. Αυτό σημαίνει ότι όλες οι τιμές των s_1 και s_2 που ικανοποιούν την εξίσωση αυτή θα βρίσκονται σε μία ευθεία γραμμική στο επίπεδο *x–y*, όπως λ.χ. η ευθεία του Σχήματος 3.4. Οποιαδήποτε τιμή αν έχουν τα s_1 και s_2 πάνω στην γραμμή αυτή, θα δώσουν S = 0,5. Εάν τα s_1 και s_2 βρίσκονται στην μία πλευρά της γραμμής, τότε το $S > \theta$, και έξοδος = 1. Αν τα s_1 και s_2 βρίσκονται στην άλλη πλευρά της γραμμής, τότε $S < \theta$ και έξοδος = 0. Αλλάζοντας τις τιμές w_1 και w_2 καθώς και την τιμή του θ, θα αλλάξει η κλίση και η θέση της γραμμής αυτής. Αυτό που θέλουμε εμείς όμως είναι τα σημεία (0,0) και (1,1) να βρίσκονται από τη μία πλευρά της ευθείας και τα σημεία (0,1) και (1,0) να βρίσκονται από την άλλη. Μόνον τότε το δίκτυο θα δίνει την σωστή απάντηση. Βλέπουμε ότι δεν υπάρχει κανένας τρόπος να τραβήξουμε μία ευθεία γραμμή, με οποιαδήποτε κλίση, που να ικανοποιεί την συνθήκη αυτή. Καταλήγουμε λοιπόν στο συμπέρασμα ότι το δίκτυο του Σχήματος 3.3, ανεξάρτητα από τιμές w_1,w_2, και θ, δεν μπορεί να λύσει το πρόβλημα της συνάρτησης X–OR.

Σε μία διαφορετική απεικόνιση, στο Σχήμα 3.5, έχουμε το επίπεδο *x–y*, με άξονες τα δύο σήματα εισόδου s_1 και s_2, όπως και πριν, και το κεφαλαίο S στον άξονα των z. Δημιουργείται έτσι η επιφάνεια S, κάθε σημείο της οποίας είναι πάνω από το αντίστοιχο σημείο του *x–y* επιπέδου και σε απόσταση η οποία δίδεται από την τιμή του S στο σημείο αυτό. Η κλίση της επιφάνειας αυτής είναι φυσικά σταθερή σε όλο το *x–y* επίπεδο. Τα σημεία εκείνα τα οποία δίδουν τιμή του S ίση με την τιμή κατωφλίου θ θα έχουν προβολή μια σταθερή γραμμή στην S επιφάνεια. Όλα τα σημεία από την μία πλευρά της γραμμής κατωφλίου θα έχουν προβολή στην S επιφάνεια σε μεγαλύτερες τιμές από την σταθερή γραμμή, ενώ τα σημεία από την άλλη πλευρά θα έχουν προβολή σε μικρότερες τιμές. Έτσι, η γραμμή κατωφλίου διαιρεί το *x–y* επίπεδο σε δύο περιοχές. Όλα τα σημεία από την μία πλευρά της γραμμής δίνουν έξοδο = 0 και τα σημεία από την άλλη πλευρά δίνουν έξοδο = 1. Καταλήγουμε, λοιπόν, στο ίδιο συμπέ-



Σχήμα 3.5
Η επιφάνεια *S*

ρασμα όπως και προηγουμένως με την θεώρηση στις 2 διαστάσεις, ότι δηλαδή ένας απλός αισθητήρας δεν μπορεί να λύσει σωστά το πρόβλημα X–OR.

3.3 Γραμμική διαχωρισιμότητα

Υπάρχουν πολλές συναρτήσεις, παρόμοιες με την συνάρτηση του X–OR, οι οποίες δεν μπορούν να παρασταθούν με ένα δίκτυο ενός μόνο νευρώνα. Για όλες αυτές τις συναρτήσεις λέμε ότι είναι γραμμικά μη διαχωρίσιμες.

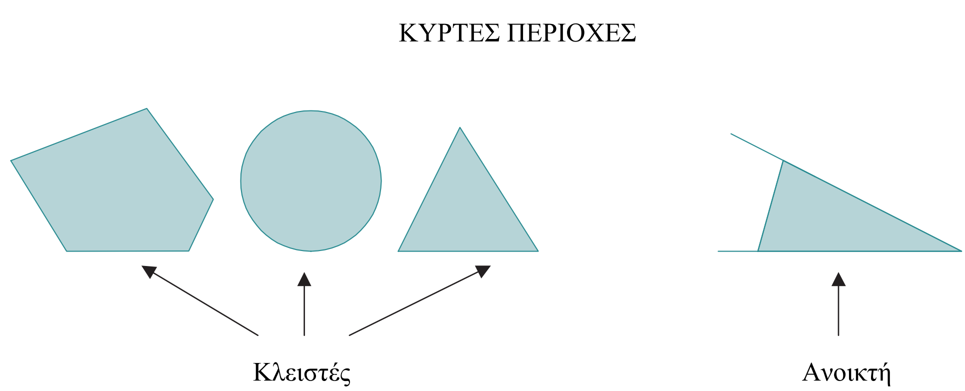
Είδαμε ότι στην περίπτωση που έχουμε δύο εισόδους, τότε ο διαχωρισμός γίνεται από μία ευθεία γραμμή. Αν το πρόβλημά μας είχε τρείς εισόδους, τότε ο διαχωρισμός θα γινόταν από ένα επίπεδο που θα έτεμνε τον τρισδιάστατο χώρο. Για την περίπτωση τεσσάρων και πάνω εισόδων, πρέπει να δημιουργήσουμε έναν υπερ–χώρο n διαστάσεων που θα τέμνεται από ένα υπερ–επίπεδο,όπου υπερεπίπεδο θεωρούμε ένα γεωμετρικό σχήμα που διαιρεί τον χώρο σε τέσσερις ή παραπάνω διαστάσεις.

Δεν υπάρχει κανένας απλός τρόπος να ξέρουμε εκ των προτέρων εάν η συνάρτηση που μας παρουσιάζεται είναι γραμμικά διαχωρίσιμη,ειδικά όταν ο αριθμός των μεταβλητών είναι μεγάλος. Ένας νευρώνας με n εισόδους μπορεί να έχει 2^n διαφορετικούς συνδυασμούς από 0 και 1. Καθόσον κάθε συνδυασμός μπορεί να δώσει δύο διαφορετικές εξόδους (0 ή 1), υπάρχουν 2^{2^n} διαφορετικές συναρτήσεις n μεταβλητών. Καταλαβαίνουμε, λοιπόν, ότι η πιθανότητα να είναι μία συνάρτηση γραμμικά διαχωρίσιμη είναι πολύ μικρή, όταν μάλιστα υπάρχουν πολλές είσοδοι.

Ήδη από τα πρώτα χρόνια της ανάπτυξης των νευρωνικών δικτύων και της εμφάνισης του προτύπου του αισθητήρα έγινε κατανοητό το πρόβλημα αυτό της γραμμικής διαχωρισιμότητας και οι περιορισμοί τους οποίους εισάγει. Η αδυναμία αυτή του προτύπου του αισθητήρα να λύσει τόσο απλά προβλήματα είναι το μεγαλύτερο μειονέκτημά του. Τα πιο πολλά προβλήματα δεν είναι γραμμικά διαχωρίσιμα και τα λίγα προβλήματα που είναι, έχουν λυθεί πιο εύκολα με άλλους τρόπους. Αυτό ισχύει για προβλήματα κάθε φύσης, τεχνικά και μη. Η αναγνώριση αυτής της δυσκολίας και η ανικανότητα του αισθητήρα να την λύσει, πραγματικά σταμάτησαν την έρευνα στην περιοχή αυτή με τέτοιου είδους πρότυπα, ήδη από την δεκαετία των εξήντα.

Φυσική προέκταση του απλού μοντέλου ήταν να προταθεί ένα πιο περίπλοκο δίκτυο το οποίο να περιέχει περισσότερους νευρώνες, αντί για τις απλές μορφές που είδαμε μέχρι τώρα. Οπως είπαμε, οι νευρώνες αυτοί κατατάσσονται σε επίπεδα. Ετσι έχουμε δίκτυα με δύο επίπεδα νευρώνων αντί για ένα που έχει το στοιχειώδες μοντέλο. Ο αριθμός των επιπέδων μερικές φορές περιλαμβάνει την είσοδο και μερικές όχι. Στα επόμενα Σχήματα στο κεφάλαιο αυτό δεν περιλαμβάνεται το επίπεδο της εισόδου Αυτό όμως δεν συμβαίνει πάντα, αλλά όπως καταλαβαίνουμε είναι θέμα ονοματολογίας και μόνον. Το μοντέλο δύο επιπέδων μπορεί να ξεχωρίσει σημεία που περιλαμβάνονται σε ανοιχτές ή κλειστές κυρτές περιοχές. Κυρτή περιοχή είναι η περιοχή στην οποία οποιαδήποτε δύο σημεία στην περιοχή αυτή μπορούν να ενωθούν από μία ευθεία γραμμή, η οποία ανήκει εξ ολοκλήρου στην περιοχή αυτή. Κλειστή κυρτή περιοχή είναι μία περιοχή στην οποία όλα τα σημεία περιέχονται μέσα στα όρια της (λ.χ. ο κύκλος), ενώ ανοιχτή είναι η περιοχή στην οποία μερικά σημεία βρίσκονται έξω από τα προκαθορισμένα όρια (λ.χ. περιοχή μεταξύ δύο παράλληλων γραμμών). Διάφορα παραδείγματα με τέτοιες περιοχές φαίνονται στο Σχήμα 3.6.

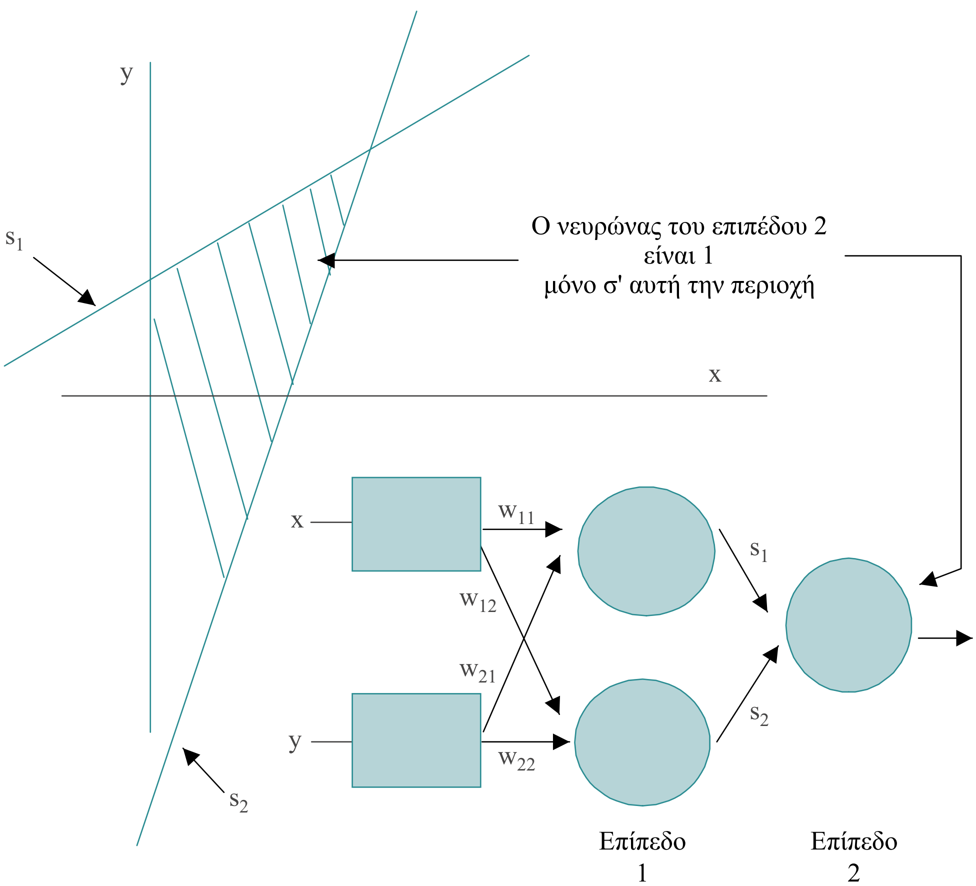
Θεωρούμε ένα νευρωνικό δίκτυο με δύο επίπεδα και με δύο εισόδους που έρχονται στους δύο νευρώνες του πρώτου επιπέδου, όπως στο Σχήμα 3.7. Οι δύο νευρώνες του πρώτου επιπέδου συνδέονται με ένα νευρώνα του δευτέρου επιπέδου. Ας υποθέσουμε ότι $\theta =$



Σχήμα 3.6

Κυρτές περιοχές, ανοικτές και κλειστές

0,75 για τον νευρώνα του δεύτερου επιπέδου και ότι τα βάρη είναι και τα δύο ίσα προς 0,5. Στην περίπτωση αυτή, εάν η έξοδος των δύο νευρώνων του πρώτου επιπέδου είναι 1, τότε παράγεται ως έξοδος το 1 και απο τον νευρώνα του δεύτερου επιπέδου. Αυτό όμως είναι ανάλογο ως ο νευρώνας εξόδου να εκτελεί την συνάρτηση για την λογική σύζευξη. Στο Σχήμα 3.7 θεωρούμε ότι κάθε νευρώνας του πρώτου επιπέδου διαιρεί το *x–y* επίπεδο με τέτοιο τρόπο ώστε ο πρώτος από τους δύο νευρώνες να δίδει έξοδο = 1 για εισόδους κάτω από την πάνω γραμμή, και ο άλλος νευρώνας να δίδει έξοδο = 1 για εισόδους πάνω από την κάτω γραμμή. Μετά από αυτόν τον διπλό χωρισμό παρατηρούμε ότι η τελική έξοδος του δικτύου είναι 1 μόνον μέσα στην σκιασμένη περιοχή σχήματος V. Αν είχαμε χρησιμοποιήσει τρεις νευρώνες στο επίπεδο εισόδου, τότε θα είχαμε τρεις ευθείες τεμνόμενες γραμμές, οι οποίες δίνουν μια περιοχή σε σχήμα τριγώνου. Για περισσότερους νευρώνες θα δημιουργείται ένα πολύγωνο με ανάλογο αριθμό πλευρών. Όλα τα πολύγωνα αυτά είναι κυρτά επειδή σχηματίζονται από τις περιοχές της λογικής σύζευξης και έτσι περιοχές που είναι κυρτές μπορούν να περιληφθούν. Σημεία που δεν μπορούν να περιληφθούν σε μία κυρτή περιοχή δεν μπορούν να διαχωριστούν από τα άλλα σημεία στο επίπεδο από ένα δίκτυο μόνο με νευρώνες εισόδου–εξόδου.

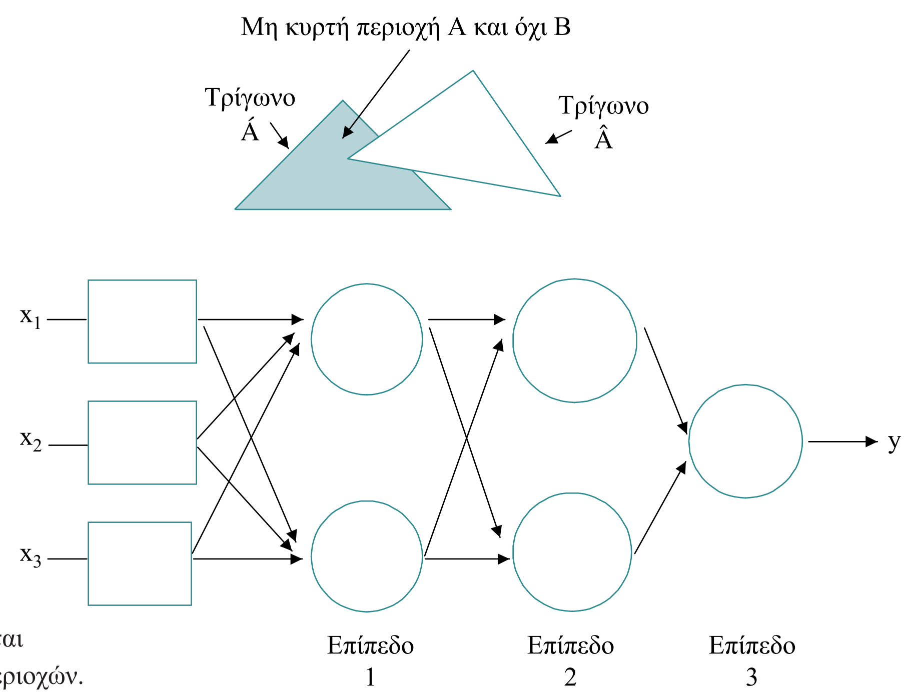


Σχήμα 3.7
Κυρτή περιοχή απόφασης που παράγεται από σύστημα δύο επιπέδων

Ο νευρώνας του δεύτερου επιπέδου μπορεί να αναπαραστήσει και άλλες συναρτήσεις, εκτός από την λογική διάζευξη. Για να γίνει αυτό θα πρέπει τα w και τα θ να επιλεγούν σωστά. Για να αναπαραστήσει την λογική διάζευξη θα πρέπει τουλάχιστον ένας από τους νευρώνες του πρώτου επιπέδου να έχει έξοδο = 1. Υπάρχουν 16 δυαδικές συναρτήσεις δύο παραμέτρων. Αν επιλεγούν σωστά τα θ και w, ένα δίκτυο με δύο επίπεδα μπορεί να αναπαραστήσει τις 14 από αυτές, δηλ. όλες εκτός από το X–OR και το X–NOR. Οι 14 αυτές είναι γραμμικά διαχωρίσιμες, ενώ οι δύο είναι μη διαχωρίσιμες.

Δεν είναι απαραίτητο οι είσοδοι να έχουν δυαδικές τιμές. Ένα διάνυσμα εισόδων με συνεχείς τιμές μπορεί να αναπαραστήσει ένα σημείο οπουδήποτε στο x–y επίπεδο. Στην περίπτωση αυτή το δίκτυο υποδιαιρεί το επίπεδο σε συνεχείς περιοχές, κατ' αντίθεση στο να βγάζει ως έξοδο 0 ή 1. Η γραμμική διαχωρισιμότητα όμως σε κάθε περίπτωση απαιτεί ότι η έξοδος του νευρώνα στο δεύτερο επίπεδο περιέχεται σε ένα τμήμα του x–y επιπέδου που περικλείεται από ένα κυρτό πολύγωνο. Αν έχουμε δηλ. δύο περιοχές P και Q που πρέπει να διαχωρισθούν, τότε όλα τα σημεία της περιοχής P πρέπει να περιέχονται σε ένα κυρτό πολύγωνο το οποίο δεν περιέχει κανένα σημείο του Q, και αντιθέτως.

Στο Σχήμα 3.8 έχουμε ένα δίκτυο με τρία επίπεδα. Οι ικανότητές του εξαρτώνται από τον αριθμό των νευρώνων και από τα βάρη w. Εδώ δεν υπάρχουν περιορισμοί



Σχήμα 3.8
Δίκτυο τριών επιπέδων. Στο επάνω μέρος φαίνεται μία μη–κυρτή περιοχή αποφάσεων που δημιουργείται από την τομή δύο κυρτών περιοχών.

κυρτότητας. Ο νευρώνας του τρίτου επιπέδου δέχεται ως είσοδο μια ομάδα κυρτών πολυγώνων και ο λογικός συνδυασμός τους δεν είναι απαραίτητο να είναι κυρτός. Στο Σχήμα αυτό βλέπουμε δύο τρίγωνα, το A και το B. Τα δύο αυτά τρίγωνα συνδέονται με την συνάρτηση «A και όχι B» και έτσι ορίζεται μια μη–κυρτή περιοχή. Όταν προσθέτουμε περισσότερους νευρώνες, ο αριθμός των πλευρών των πολυγώνων αυξάνεται χωρίς περιορισμό. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μπορούμε να περικλείουμε μια περιοχή οποιουδήποτε σχήματος, με όσο μεγάλη ακρίβεια θέλουμε. Επιπλέον, δεν είναι απαραίτητο να τέμνονται (δηλ. να έχουν κοινά σημεία) οι περιοχές εξόδου του δεύτερου επιπέδου. Είναι δυνατόν να περικλείουμε διάφορες περιοχές, κυρτές και μη, και να δίνει το δίκτυο έξοδο = 1 για κάθε περίπτωση που το διάνυσμα εισόδου βρίσκεται μέσα σε κάποια από αυτές.

Βλέπουμε, λοιπόν, από τα παραπάνω ότι έχει μεγάλη σημασία να ξεφύγουμε από την περίπτωση του ενός νευρώνα του στοιχειώδους αισθητήρα προς τα μοντέλα που έχουν πολλά επίπεδα. Παρόλα αυτά για πολλά χρόνια δεν υπήρχε κανένας επιτυχής αλγόριθμος εκπαίδευσης τέτοιων δικτύων και, επομένως, για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα τα πράγματα που μπορούσαν να κάνουν τα δίκτυα αυτά ήταν και πάλι περιορισμένα, καθώς επίσης και τα προβλήματα που έλυναν με επιτυχία.

3.4 Ικανότητα αποθήκευσης

Μία απλή σκέψη που δημιουργήθηκε από την αρχή που αναπτύχθηκαν τα νευρωνικά δίκτυα είναι το κατά πόσο θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν ως στοιχεία αποθήκευσης, όπως είναι λ.χ. η μνήμη των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Η αποθήκευση αυτή θα γίνονταν στα w (δηλ. στα βάρη) που ενώνουν τους νευρώνες, με το να πάρουν τα w τις κατάλληλες τιμές. Δημιουργήθηκε η σκέψη μήπως ο αριθμός των bits που απαιτώνται για να αποθηκεύσουμε μία πληροφορία στα w του αισθητήρα είναι πολύ μικρότερος από αυτόν της συνήθους μνήμης του υπολογιστή. Από το βιβλίο όμως των Minsky–Pappert φάνηκε ότι ο αριθμός αυτός αυξάνεται πάρα πολύ γρήγορα, ταχύτερα από εκθετικά, με το μέγεθος του προβλήματος. Αυτό απαιτεί υπερβολικά μεγάλη μνήμη. Το συμπέρασμα τότε αναγκαστικά είναι ότι τα συστήματα αυτά περιορίζονται σε προβλήματα μικρού μεγέθους. Πάντως δεν υπάρχει ποσοτική σχέση για τα νευρωνικά δίκτυα που να συσχετίζει τις παραμέτρους αυτές.

3.5 Η εκπαίδευση του αισθητήρα

Το γεγονός ότι τα νευρωνικά δίκτυα έχουν την ικανότητα να μαθαίνουν και να εκπαιδεύονται, είναι ίσως το πιο σημαντικό τους χαρακτηριστικό. Όπως και τα βιολογικά δίκτυα, έτσι και τα τεχνητά δίκτυα μεταβάλλονται από την εμπειρία που αποκτούν στην προσπάθειά τους να δώσουν ως έξοδο το ζητούμενο σωστό αποτέλεσμα.

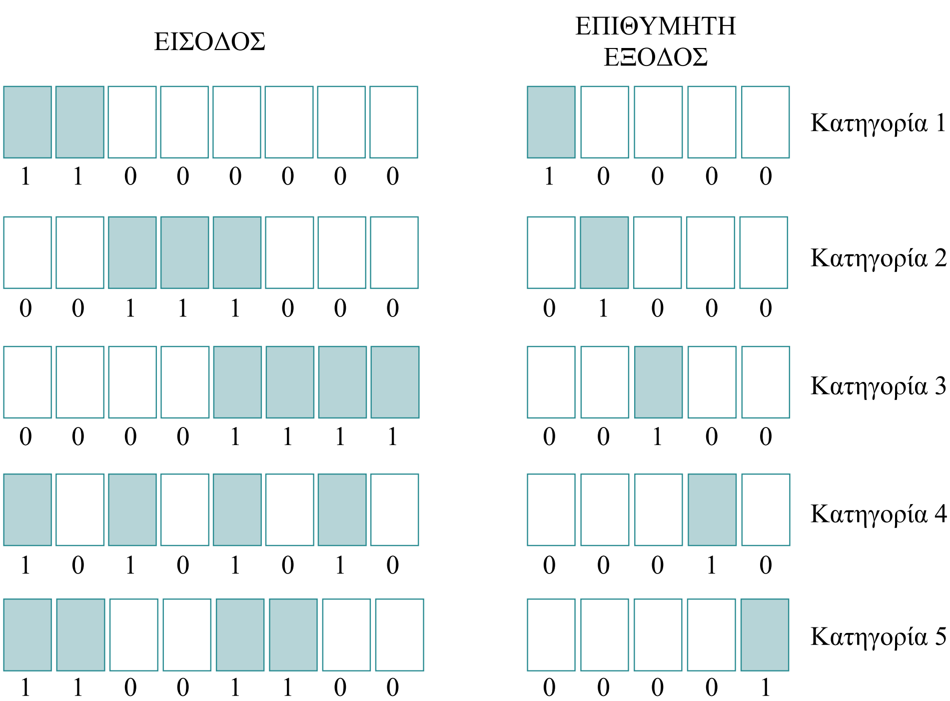
Όπως είδαμε νωρίτερα, μπορούμε να αποφανθούμε εάν ένα δίκτυο ενός επιπέδου μπορεί να αναπαραστήσει μία συνάρτηση, χρησιμοποιώντας το κριτήριο της γραμμικής διαχωρισιμότητας. Όταν η απάντηση είναι θετική, τότε μόνον το δίκτυο μπορει να εκπαιδευθεί. Η εκπαίδευση του δικτύου συνίσταται στο να μπορέσουμε να βρούμε τις κατάλληλες τιμές των w και θ και τότε το δίκτυο θα μπορεί να αναγνωρίζει τα πρότυπα στα οποία έχει εκπαιδευθεί. Μία τέτοια διαδικασία που να δίνει τα σωστά w και θ προτάθηκε για πρώτη φορά από τον Rosenblatt.

Οπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η εκπαίδευση μπορεί να είναι είτε εποπτευόμενη είτε μη εποπτευόμενη. Η εκπαίδευση του αισθητήρα είναι εποπτευομένου τύπου. Ο αλγόριθμος για την εκπαίδευση μπορεί να δημιουργηθεί με πρόγραμμα στον υπολογιστή. Έχει την εξής διαδικασία: Στην αρχή της μάθησης το σύστημα δεν έχει καμία προηγούμενη γνώση. Τα βάρη w_i πρέπει να έχουν τυχαίες τιμές, λ.χ. έχουν τιμές οι οποίες δίνονται από μία κατανομή ψευδοτυχαίων αριθμών, και είναι όλα λ.χ. στο διάστημα $0 < w < 1$. Όταν παρουσιάζουμε τα πρότυπα στο νευρωνικό δίκτυο, τότε το σύστημα μαθαίνει την πληροφορία που έχει μέσα του κάθε πρότυπο με το να μεταβάλει τα βάρη του προς την σωστή κατεύθυνση. Η διαδικασία αυτή είναι ανάλογη με την εξάσκηση που υφίσταται ένα βιολογικό σύστημα όταν μαθαίνει μια διεργασία. Η μεταβολή των βαρών συνεχίζεται μέχρις ότου το σύστημα μάθει το σήμα που του δόθηκε. Όταν συμβεί αυτό τότε σταματάει η μεταβολή των w και οι τελικές τιμές τους αποθηκεύονται και χρησιμοποιούνται περαιτέρω. Στο σημείο αυτό λέμε ότι το δίκτυο έχει εκπαιδευθεί και έχει μάθει τα πρότυπα που του διδάξαμε. Η διαδικασία αυτή, όπως παρουσιάσθηκε, είναι γενική και αποτελεί τον συνηθισμένο τρόπο εκπαίδευσης των νευρωνικών δικτύων. Αυτό όμως που διαφέρει είναι η τεχνική με την οποία αλλάζουμε τα w. Ανάλογα με την δομή των δικτύων έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνικές. Αμέσως παρακάτω θα δούμε την περίπτωση της μεθόδου του κανόνα Δέλτα.

3.6 Η διαδικασία εκπαίδευσης

Όλα τα νευρωνικά δίκτυα, συμπεριλαμβανομένου και του στοιχειώδους αισθητήρα, τα οποία υποβάλονται σε μία διαδικασία εκπαίδευσης, ξεκινούν από μία κατάσταση κατά την οποία δεν έχουν καμία απολύτως γνώση για το πρόβλημα το οποίο θα μελετήσουν. Κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης παρουσιάζονται τα διάφορα πρότυπα, παραδείγματα (patterns), τα οποία ο αισθητήρας πρέπει να μάθει να αναγνωρίζει. Τα παραδείγματα αυτά αποτελούν την ομάδα παραδειγμάτων εκπαίδευσης. Κάθε ομάδα αποτελείται από δύο τμήματα: Πρώτα είναι το τμήμα που περιλαμβάνει τα σήματα εισόδου, δηλ. οι τιμές s_1, s_2 ,s_3 κτλ., τα οποία είναι τα σήματα που παρουσιάζονται στο νευρωνικό δίκτυο στην είσοδο του, δηλ. στο πρώτο επίπεδο νευρώνων. Κατόπιν δίνεται το τμήμα που περιλαμβάνει τους στόχους εκπαίδευσης, αυτό δηλαδή το οποίο είναι το επιθυμητό αποτέλεσμα, και είναι τα σήματα εξόδου. Σε κάθε ομάδα εισερχομένων σημάτων αντιστοιχεί ένας μόνον στόχος, δηλ. υπάρχει μια μόνο σωστή απάντηση, και για όλα τα σήματα υπάρχει αντιστοιχία εισόδων–εξόδων.

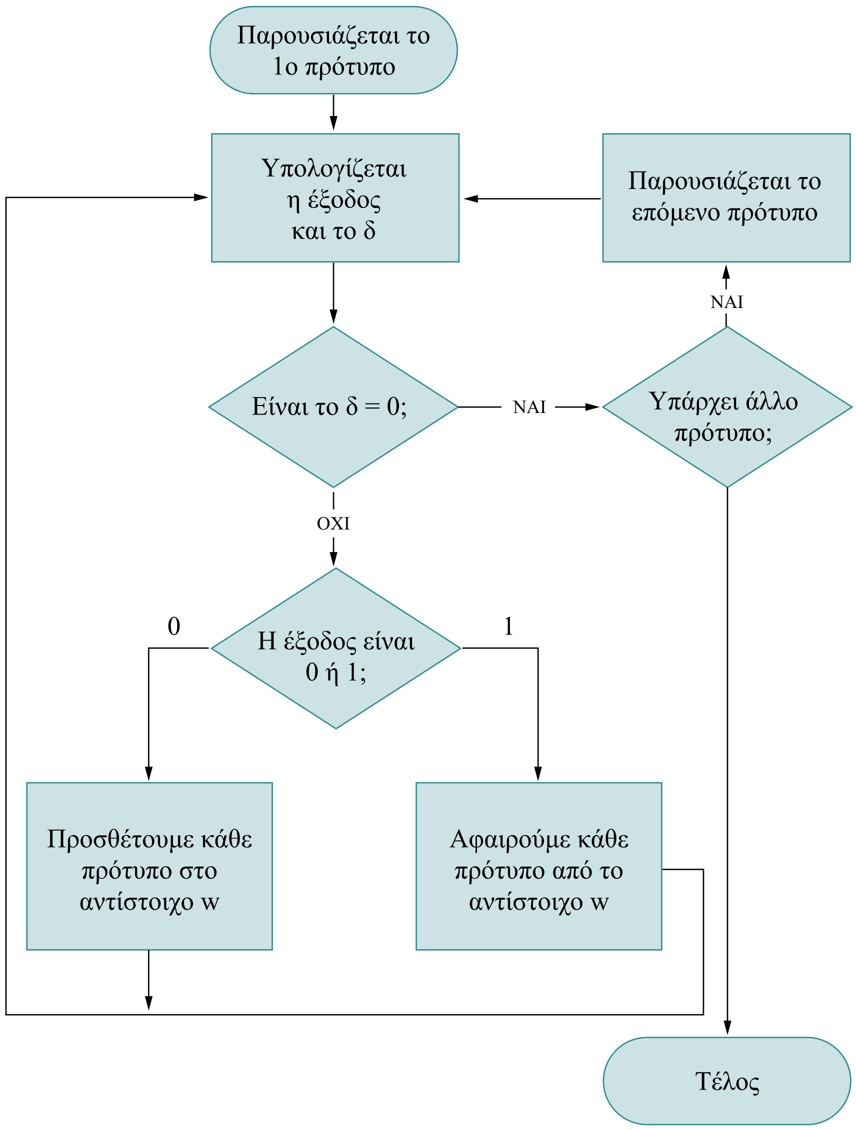
Ένα παράδειγμα τέτοιων σημάτων δίδεται στο Σχήμα 3.9. Κάθε πρότυπο είναι ένα ζεύγος διανυσμάτων που αποτελείται από το διάνυσμα εισόδου και το διάνυσμα εξόδου. Το επίπεδο εισόδου έχει 8 νευρώνες, ενώ το επίπεδο εξόδου έχει 5 νευρώνες. Στο πρόβλημα αυτό υπάρχουν 5 πρότυπα (patterns) προς εκπαίδευση. Στο πρώτο πρότυπο η τιμή (11000000) στην είσοδο πρέπει να δίνει ως αποτέλεσμα στην έξοδο (στόχο) την τιμή (10000) κοκ. Κάθε φορά που παρουσιάζουμε ένα πρότυπο στην είσοδο ακολουθείται η γνωστή διαδικασία. Οι νευρώνες υπολογίζουν το άθροισμα $S_{i,}$ το συγκρίνουν με το κατώφλι θ και δίνουν στην έξοδο την πρέπουσα τιμή. Η τελική έξοδος του δικτύου συγκρίνεται με τη σωστή έξοδο, αυτή δηλ. που πρέπει να δίνει το δίκτυο, η οποία είναι γνωστή εκ των προτέρων, τον στόχο. Υπολογίζεται η διαφορά των δύο και το δίκτυο χρησιμοποιεί την διαφορά αυτή για να διορθώσει τις τιμές των w. Η διόρθωση γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε το δίκτυο συνολικά να δώσει ως έξοδο την επόμενη φορά μια τιμή που είναι πιο κοντά στην επιθυμητή.



Σχήμα 3.9
Πρότυπο και ο αντίστοιχος στόχος

Ο σκοπός της εκπαίδευσης είναι να βρεθεί μία μοναδική ομάδα τιμών των *w*, που όταν βρεθεί και χρησιμοποιηθεί, τότε το δίκτυο θα βρίσκει την σωστή τιμή για κάθε πρότυπο. Μετά την εκπαίδευση τα *w* δεν αλλάζουν καθόλου.

Η εκπαίδευση με την μέθοδο του κανόνα Δέλτα ακολουθεί το διάγραμμα ροής στο Σχήμα 3.10. Ο αλγόριθμος αυτός όπως φαίνεται στο Σχήμα, περιλαμβάνει ένα μεγάλο αριθμό κύκλων. Ως ένα κύκλο θεωρούμε όλη την διεργασία που ακολουθούμε από την παρουσιάση των τιμών όλων των προτύπων στην είσοδο μέχρι τον στόχο στην έξοδο, και ακολούθως την διόρθωση των τιμών των *w* με τον κατάλληλο τρόπο. Όταν ακολουθηθεί ο αλγόριθμος αυτός μετά από ορισμένους κύκλους (περάσματα) το δίκτυο θα μάθει να αναγνωρίζει τα πρότυπα και να δίνει κάθε φορά τη σωστή απάντηση.



Σχήμα 3.10
Αλγόριθμος εκπαίδευσης του δικτύου

Σύμφωνα με τον κανόνα Δέλτα, ορίζουμε ως παράμετρο δ τη διαφορά εξόδου και στόχου δηλ.

$$\delta = t - o \tag{3.6}$$

όπου «t» είναι ο στόχος (αρχικό γράμμα από τη λέξη target) και «o» η έξοδος (αρχικό γράμμα από την λέξη output), που δίδεται μια δεδομένη στιγμή. Υπολογίζεται πρώτα το δ σύμφωνα με την εξίσωση (3.6). Εάν $\delta = 0$, τότε η έξοδος είναι σωστή και δεν γίνεται καμία διόρθωση (αυτό αντιστοιχεί σε απάντηση «Ναι» στο διάγραμμα ροής). Εάν $\delta > 0$ ή $\delta < 0$, τότε θα γίνει διόρθωση (οι περιπτώσεις αυτές αντιστοιχούν σε απάντηση «Όχι» στο ερώτημα). Ακολούθως τίθεται το ερώτημα εάν η έξοδος είναι 0 ή 1. Εάν είναι 0, τότε η περίπτωση αντιστοιχεί σε $\delta > 0$, οπότε προσθέτουμε την τιμή κάθε εισόδου στο αντίστοιχο w. Εάν η έξοδος είναι 1, τότε έχουμε $\delta < 0$ και αφαιρούμε την τιμή κάθε εισόδου από το αντίστοιχο w. Υπολογίζουμε τώρα την ποσότητα Δ.

$$\Delta_i = \eta \delta x_i \tag{3.7}$$

όπου x_i είναι η τιμή του σήματος εισόδου και η είναι μια σταθερά που δίδει τον «ρυθμό εκπαίδευσης». Ακολούθως:

$$w_i(n + 1) = w_i(n) + \Delta_i \tag{3.8}$$

όπου $w_i(n)$ είναι η τιμή του βάρους πριν την διόρθωση στο βήμα n, $w_i(n + 1)$ είναι η τιμή του βάρους μετά την διόρθωση στο βήμα $n + 1$, δηλ. η διορθωμένη τιμή από το βήμα n στο $n + 1$ και Δ είναι το ποσό της διόρθωσης. Ο κανόνας αυτός μεταβάλλει ένα βάρος w_i μόνον αν το σήμα $x_i = 1$, αλλά δεν το μεταβάλλει αν $x_i = 0$, διότι τότε $\Delta_i = 0$. Επίσης, θα πρέπει $\delta \neq 0$, για να γίνει οποιαδήποτε μεταβολή. Η τιμή του η είναι συνήθως $0 < \eta < 1$. Ο χρόνος εκπαίδευσης είναι μεγάλος αν το η είναι μικρό, ενώ μικραίνει όταν το η είναι μεγαλύτερο.

Όταν παρουσιάσουμε στο δίκτυο όλα τα πρότυπα παρατηρούμε ότι το δίκτυο αρχίζει να εκπαιδεύεται και λέμε ότι το δίκτυο μαθαίνει σταδιακά τα πρότυπα τα οποία του παρουσιάζονται. Χρησιμοποιούμε τον όρο «μαθαίνει» ως συνώνυμο του «εκπαιδεύεται», εννοώντας ότι το δίκτυο αποκτά την ικανότητα να λύνει κάποιο πρόβλημα. Η εκπαίδευση αυτή δεν γίνεται σε ένα βήμα, αλλά ακολουθεί μία διαδικασία πολλών κύκλων, μια διαδικασία η οποία επαναλαμβάνεται πολλές φορές και κατά την οποία το δίκτυο καλυτερεύει συνεχώς τις τιμές των βαρών του. Μετά από μερικούς κύκλους, που μπορεί και να είναι πολλές χιλιάδες, το δίκτυο έχει ήδη βρεί τις κατάλληλες τιμές των w και έτσι έχει αναπτύξει τις ικανότητες του. Ακολούθως όμως η πρόοδος αυτή σταματάει και λέμε ότι το δίκτυο έχει πλέον συγκλίνει. Αυτό σημαίνει ότι οι τιμές των w δεν αλλάζουν πλέον και αν όλα έχουν προχωρήσει καλά με τη σύγκλιση, το δίκτυο έχει εκπαιδευθεί σωστά. Υπάρχει όμως και η περίπτωση στο σημείο αυτό να μην έχει επέλθει η εκπαίδευση. Θα δούμε αργότερα τους λόγους για τους οποίους ένα νευρωνικό δίκυο δεν εκπαιδεύται σωστά.

Δραστηριότητα 3.1

Συγκρίνετε την μέθοδο εκπαίδευσης του νευρωνικού δικτύου του αισθητήρα με αυτήν του δικτύου του Hebb, από το κεφάλαιο 1. Δώστε τις ομοιότητες και διαφορές. Ποιά μέθοδος πιστεύετε ότι είναι πιο ικανοποιητική από τις δύο;

Δραστηριότητα 3.2

Εκτός από τις δύο αυτές μεθόδους της Δραστηριότητας 3.1 υπάρχει και μία άλλη παρεμφερής μέθοδος που ονομάζεται μέθοδος LMS (least mean square). Η μέθοδος αυτή παρουσιάζεται λεπτομερώς στο βιβλίο [5], αλλά και σε πολλά άλλα βιβλία (λ.χ. βιβλίο [2] στην βιβλιογραφία της εισαγωγής). Βρείτε από την βιβλιογραφία ποιό είναι το κριτήριο εκπαίδευσης της μεθόδου LMS και συγκρίνετε το με αυτά της Δραστηριότητας 3.1.

Δραστηριότητα 3.3

Εχουμε μία ομάδα από 8 σημεία (τιμές του x) και 8 αντίστοιχες τιμές του y, οι οποίες είναι οι τιμές του στόχου. Θεωρούμε ότι τα σημεία αυτά είναι δεδομένα τα οποία πέφτουν πάνω σε μία ευθεία γραμμή. Κάνετε την γραφική παράσταση των σημείων αυτών, και χαράξτε μερικές ευθείες γραμμές. Υπολογίστε τις εξισώσεις $y = mx + c$, μετρώντας την κλίση και την τέμνουσα κάθε γραμμής. Γιά κάθε γραμμή μπορείτε να υπολογίσετε το σφάλμα με την γνωστή μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Πρώτα κάντε το αυτό χρησιμοποιώντας τους γνωστούς τύπους της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων. Ακολούθως χρησιμοποιείστε ένα νευρωνικό δίκτυο όπως στο Σχήμα 3.3 και βρείτε το ίδιο αποτέλεσμα αλλά χωρίς τον τύπο τώρα. *Υπόδειξη:* Το δίκτυο που θα σχεδιάσετε θα μπορούσε να έχει τα εξής δεδομένα: Η μία είσοδος θα είναι πάντα το x, η άλλη είσοδος θα είναι πάντα η μονάδα (1), δηλ. έχουμε την περίπτωση του εσωτερικού βάρους b. Ο πρώτος νευρώνας (με είσοδο x) συνδέεται με την έξοδο με βάρος m, ο δεύτερος συνδέεται με την έξοδο με βάρος c. Η έξοδος είναι το y. Έχουμε 8 πρότυπα, όπως είναι στον Πίνακα 3.2. Χρησιμοποιήστε ως σταθερά εκπαίδευσης $\eta = 0{,}1$. Πόσους κύκλους χρειάζεται το δίκτυο αυτό για να εκπαιδευθεί; (Παρόμοια προεργασία για την άσκηση αυτή μπορείτε να βρείτε στο βιβλίο του Callan, [9] στον Πρόλογο).

Πίνακας 3.2

X	Στόχος (y)
0,30	1,60
0,35	1,40
0,40	1,40
0,50	1,60
0,60	1,70
0,80	2,00
0,95	1,70
1,10	2,10

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 3.3

Ο κανόνας Δέλτα δίνει την ποσότητα Δ ως:

(α) Δ = σταθερά(στόχος – έξοδος)στόχος

(β) Δ = σταθερά(στόχος – έξοδος)σήμα εξόδου

(γ) Δ = σταθερά(στόχος – έξοδος)σήμα εισόδου

(α) Δ = στόχος – έξοδος

(ε) κανένα από τα παραπάνω

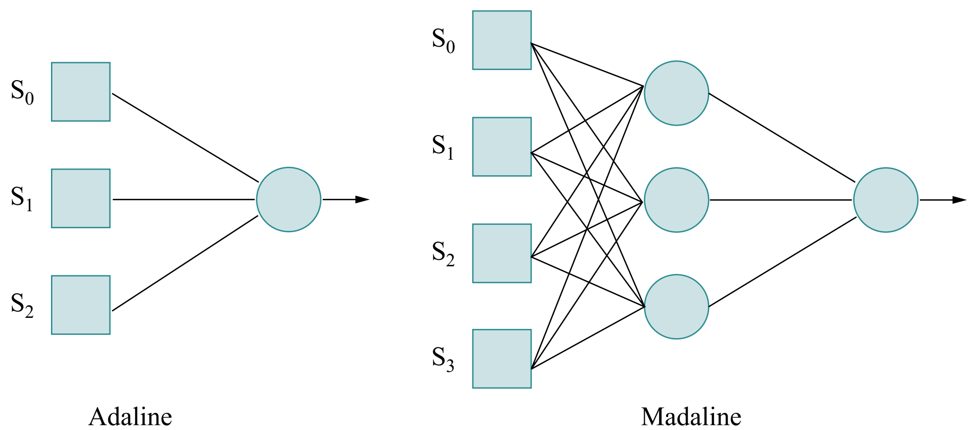
3.7 Πρότυπα Adaline και Madaline

Τα δύο αυτά πρότυπα ανήκουν στην κατηγορία των προτύπων του αισθητήρα. Το adaline βγαίνει από το adaptive linear neuron (ada–line), ενώ το madaline από το multilayer adaline (m–adaline). Παρουσιάσθηκαν [6,7] από τον B. Widrow το 1959. Στο πρώτο πρότυπο, το adaline, έχουμε ένα δίκτυο με πολλές εισόδους και μία έξοδο, (Σχήμα 3.11). Κάθε είσοδος έχει το δικό της βάρος. Υπάρχει επίσης ο στόχος και έτσι η έξοδος συγκρίνεται κάθε φορά με τον στόχο, ώστε να βρεθεί η τιμή του σφάλματος. Οι νευρώνες εδώ έχουν σήμα με τιμές + 1 και –1. Επίσης η έξοδος του δικτύου πρέπει να είναι + 1 ή –1, κατ' αντίθεση με τον απλό αισθητήρα, όπου οι δυαδικές τιμές ήταν 0 ή 1. Παράγεται το άθροισμα της εξίσωσης 3.1. Το πρώτο σήμα που εισέρχεται στην είσοδο έχει πάντα (εξ ορισμού) την τιμή + 1, δηλ. $s_0 = 1$. Το αντίστοιχο βάρος w μεταβάλλεται όπως και τα άλλα βάρη. Μετά την άθροιση γίνεται η σύγκριση με το θ, και η έξοδος είναι:

$$\text{Εάν } S \geq \theta \quad \text{τότε έξοδος} = 1 \tag{3.9}$$

$$\text{Εάν } S < \theta \quad \text{τότε έξοδος} = -1 \tag{3.10}$$

Δηλ. εδώ έχουμε $\theta = 0$. Κατά τα άλλα η διαδικασία είναι η ίδια όπως και με τον κανόνα Δέλτα.



Σχήμα 3.11
Τα δύο συγγενή πρότυπα Adaline και Madaline

Στο πρότυπο madaline έχουμε ένα επίπεδο μονάδων adaline (στο Σχήμα 3.11 οι μονάδες αυτές είναι 3) που ενώνονται με μία μονάδα εξόδου, σχηματίζοντας έτσι μία μονάδα madaline. Καθόσον έχουμε εδώ 3 επίπεδα, οι μεταβολές στα w δεν γίνονται σε όλα, αλλά μόνο σε αυτά από την είσοδο (4 νευρώνες) στο μεσαίο επίπεδο (3 νευρώνες). Χρησιμοποιούμε, δηλαδή, μία διαφορετική συνάρτηση μεταφοράς εδώ. Από το μεσαίο επίπεδο προς την έξοδο η απόφαση λαμβάνεται πλειοψηφικά (ή μπορεί να χρησιμοποιηθεί και άλλη λογική συνάρτηση). Αν περισσότεροι από τους μισούς νευρώνες δίνουν + 1 (ή –1), τότε η έξοδος madaline είναι επίσης + 1 (ή –1). Μπορεί όμως να χρησιμοποιηθεί και άλλη λογική συνάρτηση για την λήψη της απόφασης. Η διαδικασία εκπαίδευσης έχει επίσης εδώ την ίδια μορφή. Η έξοδος συγκρίνεται με τον στόχο. Από την σύγκριση προκύπτει ένα σφάλμα, το οποίο χρησιμοποιείται για την μεταβολή των *w*. Σε μία δεδομένη στιγμή μόνο μία μονάδα adaline μεταβάλλει τα βάρη της.

3.8 Προβλήματα κατά την εκπαίδευση

Οι διαδικασίες εκπαίδευσης που είδαμε στα προηγούμενα τμήματα, ενώ καταρχήν φαίνονται σωστές, εντούτοις μπορεί να έχουν αρκετά προβλήματα, τα οποία ακόμη και σήμερα δεν έχουν απαντηθεί ικανοποιητικά. Είναι φανερό ότι το δίκτυο πρέπει να μαθαίνει όλο το σύνολο των προτύπων που του παρουσιάζονται. Το ερώτημα είναι πώς πρέπει να παρουσιάζονται τα πρότυπα, δηλ. σε μια δεδομένη σειρά, που επαναλαμβάνεται συνεχώς ή πρέπει να επιλέγονται με τυχαίο τρόπο; Δεν υπάρχει σωστή θεωρητική απάντηση σε αυτό, απάντηση που να καλύπτει όλους τους τύπους των δικτύων και όλες τις μεθόδους εκπαίδευσης. Πόσους κύκλους χρειάζεται ένα νευρωνικό δίκτυο για να εκπαιδευθεί; Και εδώ δεν υπάρχει σαφής απάντηση. Ποιες πρέπει να είναι οι τιμές του η; Σε όλα αυτά τα ερωτήματα οι απαντήσεις είναι εμπειρικές και συνήθως δίνονται με την μέθοδο trial–and–error, δηλ. την μέθοδο κατά την οποία δοκιμάζουμε κάποιες λογικές τιμές, τις οποίες μεταβάλλουμε ανάλογα με τα αποτελέσματα που παίρνουμε, μέχρις ότου αυτά είναι ικανοποιητικά. Το βασικό μειονέκτημα όλων των προτύπων του τύπου του αισθητήρα είναι ότι δεν επιτρέπουν περισσότερα από ένα επίπεδα στα οποία να μεταβάλλονται τα βάρη. Δεν υπήρχε (τουλάχιστον τα πρώτα χρόνια) μαθηματικός τρόπος που να μεταφέρει τις αλλαγές των *w* επίπεδο προς επίπεδο. Αυτό έγινε αργότερα με την μέθοδο της οπισθοδιάδοσης (κεφάλαιο 4).

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 3.4

Σωστό ή Λάθος. Το πρότυπο του αισθητήρα ως τεχνητό νευρωνικό δίκτυο λύνει επιτυχώς τα περισσότερα προβλήματα που χρησιμοποιούν νευρωνικά δίκτυα.

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάσαμε την πιο απλή μορφή νευρωνικού δικτύου που υπάρχει και που δημιουργήθηκε στα πρώτα βήματα της ανάπτυξης της περιοχής αυτής. Παρόλο που τα δίκτυα αυτά έχουν πολύ περιορισμένες εφαρμογές και δυνατότητες, εν τούτοις είναι πολύ σημαντικό να τα κατανοήσουμε λεπτομερώς, γιατί οι ίδιες διεργασίες θα μας χρησιμεύσουν σε πιο περίπλοκα δίκτυα σε μελλοντικά κεφάλαια. Παρουσιάσαμε την δομή τέτοιων δικτύων αρχίζοντας από τον στοιχειώδη αισθητήρα, που έχει ένα (1) μόνο νευρώνα, μέχρι τις δομές δύο ή περισσοτέρων επιπέδων με πολλούς νευρώνες το κάθε ένα. Παρουσιάσαμε τον κανόνα Δέλτα, που είναι μια μαθηματική διεργασία εκπαίδευσης του δικτύου. Εξηγήσαμε τι ακριβώς συμβαίνει σε ένα δίκτυο όταν εκπαιδεύεται.

Βιβλιογραφικές παραπομπές

[1] F. Rosenblatt, Principles of Neurodynamics, Spartan Books, Washington DC (1962).

[2] F. Rosenblatt, «The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain», Psychological Review, **65**,386(1958).

[3] H. D. Block, «The perceptron: A model for brain functioning», Reviews of Modern Physics, **34**,123(1962).

[4] M. Minsky and S. Pappert, Perceptrons, MIT Press (1969)

[5] S. Haykin, Neural Networks: A Comprehensive Foundation, Second Edition, Prentice Hall, Upper Saddle Point (1999).

[6] B. Widrow and M. A. Lehr, «30 years of adaptive Neural Networks: Perceptron, Madaline, and Backpropagation.», Proceedings of the IEEE, 78(9)1415(1990).

[7] B. Widrow and S. D. Stearns, Adaptive Signal Processing, Prentice Hall, Englewood Cliffs (NJ), 1985.

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο 4

Μέθοδος οπισθοδιάδοσης του λάθους

Σκοπός

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η πιο διαδεδομένη μέθοδος για την εκπαίδευση ενός νευρωνικού δικτύου, η μέθοδος της οπισθοδιάδοσης του λάθους. Παρουσιάζεται η μαθηματική υποδομή και όλες οι λεπτομέρειες της τεχνικής που χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση του δικτύου, που είναι η τεχνική της πλέον απότομης καθόδου (steepest descent). Δίδεται η κατάλληλη δομή των δικτύων αυτών και εξηγείται για ποιους λόγους είναι απαραίτητη μια δομή με κρυμμένα επίπεδα. Χρησιμοποιούμε το παράδειγμα του προβλήματος X–OR, για το οποίο παρουσιάζουμε την λύση με μορφή προσομοίωσης.

Προσδοκώμενα Αποτελέσματα

Όταν ολοκληρώσετε τη μελέτη του κεφαλαίου αυτού, θα είστε σε θέση να:

- *περιγράψετε την τεχνική της εκπαίδευσης δικτύων με την μέθοδο της οπισθοδιάδοσης του λάθους σε 6 βήματα*
- *διακρίνετε τουλάχιστον δύο κατηγορίες προβλημάτων και να προτείνετε την κατάλληλη δομή δικτύου για καθεμία από αυτές*
- *εκπαιδεύσετε το δίκτυο που προτείνετε στα πρότυπα που δίνει το πρόβλημα*
- *σχεδιάσετε και να κατασκευάσετε έναν αλγόριθμο προσομοίωσης για το πρόβλημα X–OR*

Λέξεις κλειδιά

- *Τεχνική της πλέον απότομης καθόδου*
- *οπισθοδιάδοση του λάθους*
- *κρυμμένο επίπεδο*
- *σιγμοειδής συνάρτηση*
- *βάρος*
- *εσωτερικό βάρος*
- *διόρθωση βαρών*

- *κύκλος διόρθωσης*
- *σφάλμα*
- *στόχος*
- *γενικευμένος κανόνας Δέλτα*
- *πρόβλημα X–OR*
- *τοπικό ελάχιστο*
- *ολικό ελάχιστο.*

Εισαγωγικές Παρατηρήσεις

Για πολλά χρόνια δεν υπήρχε τρόπος εκπαίδευσης δικτύων με πολλά επίπεδα και οι γνώσεις μας περιορίζονταν σε δίκτυα με ένα ή δύο επίπεδα μόνον. Φυσικά, τα προβλήματα που μπορούσαν να λύσουν τα απλά δίκτυα ήταν λίγα και οι περιορισμοί που υπεισέρχονταν τα καθιστούσαν όχι και τόσο χρήσιμα. Ετσι, έγινε γρήγορα αντιληπτό ότι ήταν απαραίτητο να βρούμε ένα τρόπο να εκπαιδεύσουμε νευρωνικά δίκτυα που μπορούν να αναπαραστήσουν πιο περίπλοκες διεργασίες, όπως λ.χ. το πρόβλημα X–OR. Είδαμε στα προηγούμενα κεφάλαια ότι το πρόβλημα αυτό δεν λύνεται με τις γνωστές ως τώρα τεχνικές. Το κενό αυτό ήρθε να καλύψει η μέθοδος εκπαίδευσης με την οπισθοδιάδοση του λάθους (error backpropagation ή σε συντομία backprop), που αναπτύχθηκε και έγινε ευρύτατα γνωστή την δεκαετία των ογδόντα, και σύντομα έγινε η υπ' αριθμόν 1 διαδικασία στα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα. Με μεγάλη διαφορά είναι η πιο συχνά συναντώμενη τεχνική σχεδόν σε όλες τις εφαρμογές που χρησιμοποιούνται σήμερα. Τα δύο βασικά χαρακτηριστικά στην μέθοδο αυτή είναι τα εξής: Πρώτον, απαραίτητη προυπόθεση είναι εκτός από τα επίπεδα εισόδου/εξόδου η ύπαρξη περισσοτέρων επιπέδων, των λεγόμενων κρυμμένων επιπέδων, που βρίσκονται μετά την είσοδο και πριν την έξοδο. Δεύτερον, η συνάρτηση μεταφοράς πρέπει να είναι οπωσδήποτε μία σιγμοειδής μη–γραμμική συνάρτηση.

4.1 Οι πρώτες ιδέες

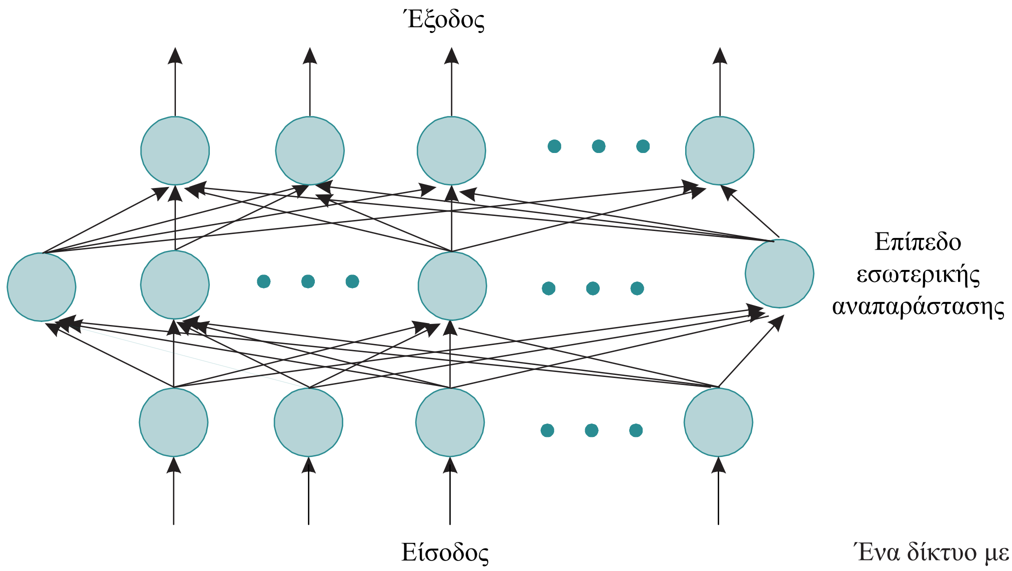
Η μέθοδος οπισθοδιάδοσης του λάθους (error backpropagation) είναι η πιο δημοφιλής μέθοδος σήμερα για την εκπαίδευση ενός δικτύου που αποτελείται από πολλά επίπεδα και έχει χρησιμοποιηθεί στις πιο πολλές εφαρμογές. Ιστορικά, πρώτα αναπτύχθηκαν δίκτυα ενός και δύο επιπέδων, όπως ο στοιχειώδης αισθητήρας που είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Τα δίκτυα όμως αυτά γρήγορα φάνηκε ότι έχουν μεγάλους περιορισμούς ως προς τις ικανότητες που τους έχουν και έτσι σύντομα εγκαταλείφθηκαν. Έτσι φυσιολογικά ακολούθησαν τα δίκτυα πολλών επιπέδων που αναπτύχθηκαν αργότερα και για τα οποία αρχικά δεν υπήρχαν θεωρητικοί τρόποι για την εκπαίδευσή τους, μέχρι που εμφανίστηκε η μέθοδος οπισθοδιάδοσης. Η μέθοδος αυτή αναπτύχθηκε ανεξάρτητα σε διάφορες παραλλαγές από τους Bryson και Ho [1], Werbos [2, 3], Parker [4], αλλά διαφημίσθηκε πολύ και προωθήθηκε από το έργο «Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition» των Rumelhart και McClelland [5], το οποίο άνοιξε πολλές εφαρμογές και νέα πεδία, ανακινώντας μεγάλο ενδιαφέρον σε όλη την περιοχή των νευρωνικών δικτύων. Ως τεχνική βασίζεται σε καθαρά μαθηματική θεώρηση με αυστηρά τεκμηριωμένες αποδείξεις. Το νευρωνικό δίκτυο στο οποίο εφαρμόζεται είναι αρκετά πιο περίπλοκο από τον αισθητήρα. Είναι ένα δίκτυο πολλαπλών επιπέδων και κάθε επίπεδο έχει (ή μπορεί να έχει) πολλούς νευρώνες. Οι νευρώνες μέσα στο ίδιο επίπεδο δεν συνδέονται μεταξύ τους, αλλά οι νευρώνες που ανήκουν σε διαφορετικά επίπεδα συνδέονται ως συνήθως με τις γνωστές συνάψεις. Υπάρχουν λοιπόν πολλές σειρές με τα βάρη w μεταξύ των επιπέδων αυτών και όχι μία μόνο σειρά που είδαμε στο κεφάλαιο 3. Η καινοτομία που εισάγεται στα δίκτυα αυτά είναι ότι μπορούμε να επιφέρουμε τις κατάλληλες μεταβολές στα βάρη στα ενδιάμεσα επίπεδα, εκεί όπου δεν υπάρχει στόχος και άρα δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια απλή τεχνική, όπως είναι λ.χ. ο κανόνας Δέλτα.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 4.1

Γιατί δεν εφαρμόζεται ο κανόνας Δέλτα εκεί όπου το πρόβλημα δεν έχει στόχο;

Η κεντρική ιδέα της δομής και λειτουργίας τέτοιων δικτύων είναι σχετικά απλή: ένα δίκτυο ξεκινά την διαδικασία μάθησης από τυχαίες τιμές των βαρών του. Εάν δώσει λάθος απάντηση (που είναι και το πιο πιθανό), τότε τα βάρη διορθώνονται έτσι ώστε το λάθος να γίνει μικρότερο. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται πολλές φορές έτσι ώστε σταδιακά το λάθος ελαττώνεται μέχρις ότου γίνει πολύ μικρό και ανεκτό. Στο σημείο αυτό λέμε ότι το δίκτυο έχει μάθει τα παραδείγματα που του διδάξαμε με την ακρίβεια που θέλαμε να μάθει.

Έχουμε δει λεπτομερώς την δομή του μοντέλου του αισθητήρα, όπου τα εισερχόμενα σήματα στο δίκτυο φθάνουν στο επίπεδο εισόδου, επεξεργάζονται στους νευρώνες και από εκεί οδηγούνται κατευθείαν προς στο επίπεδο εξόδου. Τέτοια δίκτυα δεν έχουν εσωτερική αναπαράσταση. Αυτό σημαίνει ότι οποιαδήποτε κωδικοποίηση δίνεται στο σήμα εισόδου, ότι είναι αρκετή, καθόσον τα πρότυπα που εισάγονται στην είσοδο και αυτά που παράγονται στην έξοδο είναι του ίδιου τύπου. Αυτό επιτρέπει στα δίκτυα αυτά να κάνουν λογικές γενικεύσεις και να βρίσκουν πρότυπα τα οποία ποτέ δεν έχουν δει. Ο περιορισμός όμως του ότι οι είσοδοι και έξοδοι πρέπει να είναι του ίδιου τύπου δεν τους επιτρέπει να λύσουν πιο γενικά ή πιο περίπλοκα προβλήματα. Στο γνωστό πρόβλημα του X–OR βλέπουμε ότι δύο πρότυπα που είναι τελείως διαφορετικά πρέπει να δώσουν ίδια απάντηση. Η λύση στην δυσκολία αυτή βρίσκεται με το να δώσουμε στο δίκτυο μια διαφορετική δομή και να αποκτήσει έτσι μία καινούρια ικανότητα. Προσθέτουμε τώρα και ένα τρίτο επίπεδο, μεταξύ του επιπέδου εισόδου και εξόδου, που ονομάζεται κρυμμένο επίπεδο [6] και το οποίο τώρα μπορεί να δημιουργήσει την εσωτερική αναπαράσταση των σημάτων εισόδου. Ο λόγος που ονομάζουμε το επίπεδο αυτό κρυμμένο επίπεδο είναι ότι το επίπεδο αυτό δεν «βλέπει» κατευθείαν ούτε την είσοδο ούτε την έξοδο του δικτύου αλλά μόνον το εσωτερικό του.



Σχήμα 4.1

Ένα δίκτυο με πολλαπλά επίπεδα

Μετά τις πολλές εργασίες που έγιναν με το μοντέλο του αισθητήρα φάνηκε ότι όταν υπάρχει ένα κρυμμένο επίπεδο τότε δημιουργείται πάντοτε ένας τρόπος αναπαράστασης στο κρυμμένο αυτό επίπεδο, το οποίο τώρα μπορεί να ξεπεράσει τον περιορισμό που υπήρχε προηγουμένως περί της ομοιότητος εισόδου–εξόδου. Αρκεί να έχουμε αρκετές μονάδες (νευρώνες) στο κρυμμένο επίπεδο και να βρούμε τα σωστά βάρη *w* με μια κατάλληλη διαδικασία. Ένα τέτοιο δίκτυο πολλαπλών επιπέδων φαίνεται στο Σχήμα 4.1. Ως συντομογραφία ενός πολυεπιπέδου νευρωνικού δικτύου συχνά χρησιμοποιείται ο εξής: p–m_1–m_2–….–m_n–n, όπου p είναι ο αριθμός των εισόδων, n είναι ο αριθμός των εξόδων, m ο αριθμός των κρυμμένων επιπέδων με m_1 κόμβους το πρώτο, m_2 κόμβους το δεύτερο,... και m_n το τελευταίο.

Πρώτα, υπάρχει ένα επίπεδο εισόδου το οποίο αποτελείται από μία ομάδα νευρώνων οι οποίοι δεν κάνουν ουσιαστικά τίποτα άλλο παρά να δέχονται το σήμα εισόδου. Κατόπιν υπάρχει ένας αριθμός εσωτερικών επιπέδων, καθένα από τα οποία έχει έναν αριθμό νευρώνων, και τα οποία δέχονται το σήμα από το επίπεδο εισόδου, το επεξεργάζονται και κατόπιν το προωθούν προς την έξοδο. Στο Σχήμα 4.1 υπάρχει ένα μόνο κρυμμένο επίπεδο, αλλά θα μπορούσε να ήταν δύο, τρία ή οποιοσδήποτε άλλος αριθμός επιπέδων. Τέλος, υπάρχει ένα επίπεδο εξόδου που έχει επίσης έναν αριθμό νευρώνων, οι οποίοι δέχονται σήμα από τα εσωτερικά επίπεδα και το προωθούν προς την έξοδο του δικτύου. Γενικά, δεν υπάρχει κανόνας ως προς τον αριθμό τόσο των εσωτερικών επιπέδων όσο και ως προς τον αριθμό των νευρώνων που περιλαμβάνει κάθε επίπεδο (εισόδου, εξόδου ή εσωτερικό). Η απάντηση σ' αυτό είναι διαφορετική σε κάθε πρόβλημα. Για τον αριθμό νευρώνων στην είσοδο και έξοδο το πρόβλημα είναι κάπως ευκολότερο, γιατί ο αριθμός αυτός θα παρέχεται άμεσα από τα δεδομένα του προβλήματος. Εάν, λ.χ. θέλουμε να αναπαραστήσουμε μία συνάρτηση που ορίζεται από 256 σημεία, τότε η είσοδος θα πρέπει να έχει 256 μονάδες. Αλλά για τον αριθμό μονάδων στο κρυμμένο επίπεδο δεν υπάρχει ούτε τέτοιου είδους υπόδειξη. Στην βιβλιογραφία αναφέρεται ότι τέτοιες απαντήσεις βγαίνουν ακόμη και με «μαύρη τέχνη». Πολλές φορές αναγκαζόμαστε και καταφεύγουμε στην μέθοδο των δοκιμών (trial and error) και με τον τρόπο αυτό βρίσκουμε μία απάντηση που σίγουρα δουλεύει, αλλά είναι επίπονη και χρονοβόρα. Ανάλογα με το πρόβλημα υπάρχουν πολλοί εμπειρικοί κανόνες που βάζουν κάποια όρια στην αρχιτεκτονική του δικτύου που θα χρησιμοποιηθεί σε μία πρακτική εφαρμογή. Έχει αποδειχθεί λ.χ. ότι ένα δίκτυο δεν μπορεί να μάθει περισσότερα παραδείγματα από το διπλάσιο του αριθμού των βαρών του.

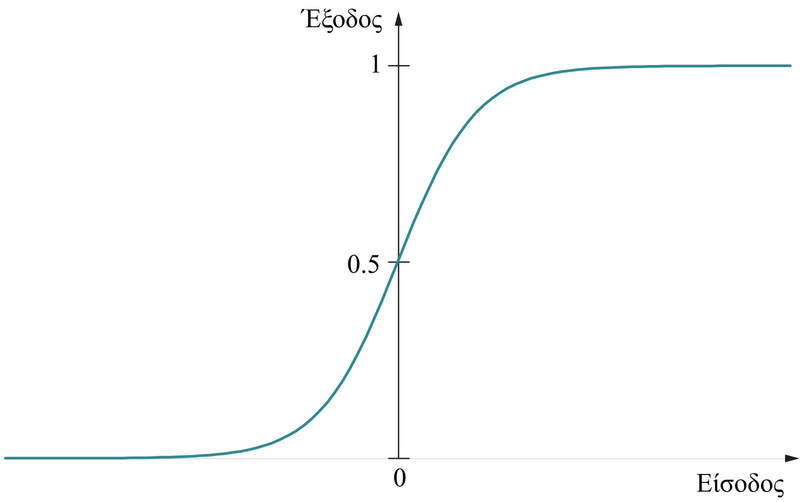
Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.1 οι νευρώνες των διαφορετικών επιπέδων είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους με μία γραμμή. Στο σημείο αυτό δεν υπάρχει ένας γενικός κανόνας, δηλ. πόσοι και ποιοι νευρώνες είναι συνδεδεμένοι με ποιους. Σε μία περίπτωση θα μπορούσε κάθε νευρώνας να είναι συνδεδεμένος με όλους τους άλλους νευρώνες, όλων των επιπέδων (μέγιστος αριθμός συνδέσεων). Σε άλλη περίπτωση θα μπορούσε κάθε νευρώνας να συνδέεται με έναν μόνο άλλο νευρώνα (ο ελάχιστος αριθμός των συνδέσεων που μπορεί να έχει). Αρκετά συνηθισμένες είναι οι ενδιάμεσες περιπτώσεις, όπου συνήθως υπάρχουν μερικές συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων. Όπως είναι προφανές ο αριθμός των συνδέσεων, ιδίως για την πλήρη συνδεσμολογία είναι πολύ μεγάλος. Αν έχουμε N νευρώνες, τότε ο αριθμός των συνδέσεων σε πλήρη συνδεσμολογία είναι $N(N–1)/2$.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 4.2

Βρείτε γιατί σε δίκτυο N νευρώνων με πλήρη συνδεσμολογία ο αριθμός των συνδέσεων δίδεται από την σχέση $N(N–1)/2$

Η διαδικασία εκπαίδευσης έχει την ίδια φιλοσοφία με αυτή του αισθητήρα, αλλά έχει μερικές ουσιώδεις διαφορές. Το σήμα s έρχεται σε κάθε νευρώνα του επιπέδου εισόδου (το πρώτο επίπεδο). Πολλαπλασιάζεται επί το αντίστοιχο βάρος w κάθε σύναψης (και στα τεχνητά δίκτυα μπορούμε ελεύθερα να χρησιμοποιήσουμε τον όρο σύναψη από τα βιολογικά δίκτυα για να υποδηλώσουμε την σύνδεση μεταξύ δύο νευρώνων). Σε κάθε νευρώνα αθροίζονται τα γινόμενα $s_i w_i$, με $i = 1,…,n$, όπου n το πλήθος των συνδέσεων, τα οποία έρχονται ως είσοδος, και υπολογίζεται το S, όπως και στο μοντέλο του αισθητήρα. Εδώ όμως υπάρχει μία ουσιαστική διαφορά. Ενώ στον αισθητήρα το άθροισμα συγκρίνεται με το θ και συνήθως έχουμε συνάρτηση μεταφοράς με δυαδική μορφή, εδώ είναι απαραίτητο να χρησιμοποιήσουμε μία συνάρτηση με σιγμοειδή μορφή. Έστω ότι η τιμή της εξόδου θα είναι ο (προσοχή εδώ, το «ο» είναι το γράμμα όμικρον, και όχι το μηδέν, 0). Μία συχνά χρησιμοποιούμενη τέτοια συνάρτηση είναι η

$$o = \frac{1}{1+e^{-S}} \tag{4.1}$$



Σχήμα 4.2
Η σιγμοειδής καμπύλη

Η συνάρτηση αυτή φαίνεται στο Σχήμα 4.2 και έχει τα εξής χαρακτηριστικά. Η τιμή του ο περιορίζεται πάντοτε στο διάστημα 0 < ο < 1, για οποιαδήποτε τιμή της εισόδου S. Αυτό είναι σημαντικό, διότι έτσι είμαστε βέβαιοι ότι δεν θα υπάρχουν περιπτώσεις που η έξοδος παίρνει μεγάλες τιμές ή απειρίζεται. Η καμπύλη αυτή ονομάζεται σιγμοειδής, λόγω του σχήματος που έχει και μοιάζει με ένα τελικό σίγμα. Είναι ιδανική συνάρτηση, γιατί συμπεριφέρεται καλά για όλα τα μεγέθη τιμών. Για μικρές τιμές του S η κλίση είναι μεγάλη και έτσι η έξοδος δεν είναι σχεδόν 0. Ανάλογα, για μεγάλες τιμές του S η κλίση είναι κανονική, ούτως ώστε να μην μπορεί το δίκτυο να δόσει πολύ μεγάλες τιμές ή άπειρο στην έξοδο του. Μία άλλη ονομασία της συνάρτησης ο είναι «συμπιέζουσα συνάρτηση», διότι συμπιέζει οποιαδήποτε τιμή του S, όσο μεγάλη και αν είναι, στο διάστημα μεταξύ 0 και 1. Παρατηρούμε επίσης ότι η συνάρτηση αυτή είναι μη γραμμική, μία απαραίτητη προϋπόθεση για να μπορεί το δίκτυο να δημιουργήσει αναπαράσταση των σημάτων.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 4.3

Για την Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 3.2, με τα ίδια δεδομένα, υπολογίστε την έξοδο του δικτύου χρησιμοποιώντας τώρα για συνάρτηση ενεργοποίησης την σιγμοειδή συνάρτηση, εξίσωση 4.1, και συγκρίνετε τις δύο περιπτώσεις.

Κάτι άλλο για την σιγμοειδή συνάρτηση που επίσης είναι απαραίτητο στην διαδικασία εκπαίδευσης είναι ότι πρέπει και η παράγωγός της να συμπεριφέρεται επίσης καλά, δηλ. να έχει τις ίδιες ιδιότητες που είδαμε παραπάνω. Εύκολα δείχνουμε ότι η παράγωγος αυτή είναι:

$$\frac{\partial o}{\partial S} = o(1-o) \tag{4.2}$$

Ο υπολογισμός της παραγώγου της σιγμοειδούς συνάρτησης απευθείας από την ίδια την συνάρτηση, έχει σημαντικά υπολογιστικά πλεονεκτήματα και διευκολύνει την υλοποίηση σε hardware.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 4.4

Αποδείξτε την εξίσωση (4.2) χρησιμοποιώντας την εξίσωση (4.1)

Δραστηριότητα 4.1

Εκτός από την συχνά χρησιμοποιούμενη συνάρτηση της εξίσωσης 4.1, όπως αναφέραμε παραπάνω υπάρχουν και μερικές άλλες παρόμοιες συναρτήσεις, όπως είναι οι εξής:

$$\varphi(v) = \frac{1-\exp(-av)}{1+\exp(-av)} = \tanh(\frac{av}{2})$$

$$\varphi(v) = \frac{v}{\sqrt{1+v^2}}$$

Βρείτε τα όρια των δύο αυτών συναρτήσεων. Δείξτε ότι οι παράγωγοι τους είναι οι εξής:

$$\frac{d\varphi}{dv} = \frac{a}{2}\left[1-\varphi^2(v)\right]$$

$$\frac{d\varphi}{dv} = \frac{\varphi^3(v)}{v^3}$$

Ποια τιμή παίρνουν οι παράγωγοι αυτοί στην αρχή των αξόνων;

Η συνολική διαδικασία εκπαίδευσης συνοψίζεται στα εξής 6 βήματα:

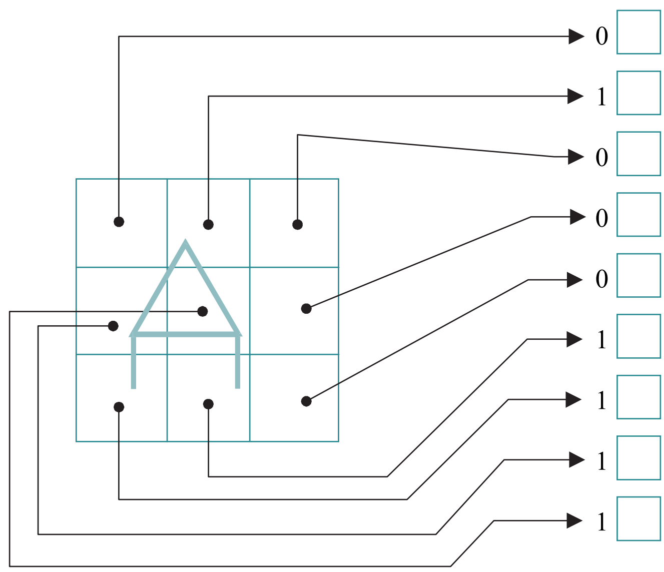
- Παίρνουμε ένα πρότυπο από τα πολλά που έχει το πρόβλημα μας. Το εισάγουμε στο επίπεδο εισόδου.
- Υπολογίζουμε την έξοδο χρησιμοποιώντας την σιγμοειδή συνάρτηση.
- Προωθούμε την έξοδο του πρώτου επιπέδου στο επόμενο επίπεδο (το κρυμμένο) και ακολούθως με τον ίδιο τρόπο σε όλα τα επίπεδα μέχρι το τελικό επίπεδο εξόδου.
- Στην έξοδο υπολογίζουμε το σφάλμα.
- Ανάλογα με το σφάλμα που προκύπτει μεταβάλλουμε τα βάρη, ένα–ένα, και επίπεδο–προς–επίπεδο, επιστρέφοντας από την έξοδο μέχρι την είσοδο
- Προχωρούμε στο επόμενο πρότυπο και ακολούθουμε την ίδια διαδικασία για όλα τα πρότυπα.

Τα έξι αυτά βήματα αποτελούν ένα κύκλο, δηλ. ένα πέρασμα από την είσοδο μέχρι την έξοδο, μέσω των κρυμμένων επιπέδων, και από την έξοδο πίσω στην είσοδο. Μετά το τέλος ενός κύκλου διόρθωσης των w επαναλαμβάνουμε την διαδικασία για πολλούς κύκλους, όσους χρειάζεται, έως ότου διαδοχικά το σφάλμα φθάσει να είναι αρκετά μικρό. Η ανοχή για το σφάλμα δίδεται εκ των προτέρων και τυπικές τιμές είναι μερικές % μονάδες, όπως λ.χ. 2 ή 5 %. Αυτό που ακόμη δεν αναφέραμε είναι το πως διορθώνουμε τα βάρη, αλλά η διαδικασία αυτή θα παρουσιασθεί λεπτομερώς στις επόμενες ενότητες του κεφαλαίου.

Ένα παράδειγμα ζεύγους προτύπου–στόχου δίδεται στο Σχήμα 4.3, όπου το γράμμα Α έχει σχεδιασθεί σε ένα πλέγμα. Αν οποιαδήποτε γραμμή ή τμήμα του γράμματος περνάει μέσα σε ένα τετραγωνάκι, τότε η είσοδος στον αντίστοιχο νευρώνα είναι 1. Διαφορετικά η είσοδος είναι 0. Ως έξοδος μπορεί να είναι ένας αριθμός που παριστάνει το Α, ή ένα άλλο σύνολο από 0 και 1. Για ολόκληρο το αλφάβητο θα χρειαζόμασταν 24 ζεύγη εκπαίδευσης του δικτύου, ένα ζεύγος για κάθε γράμμα.

Η μέθοδος εκπαίδευσης της οπισθοδιάδοσης του σφάλματος χρησιμοποιεί τις ίδιες γενικές αρχές όπως και ο κανόνας Δέλτα. Το σύστημα πρώτα παίρνει τις εισόδους του πρώτου προτύπου και με την διαδικασία που περιγράφτηκε προηγουμένως παράγει την έξοδο. Την τιμή εξόδου την συγκρίνει με την τιμή του στόχου. Εάν δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ των δύο, δεν συμβαίνει τίποτα και προχωράμε στο επόμενο πρότυπο. Εάν υπάρχει διαφορά (που είναι το πιο συνηθισμένο), τότε αλλάζουμε τις τιμές των *w* με τέτοιο τρόπο ώστε η διαφορά αυτή να ελαττωθεί.

Η καλύτερη πηγή για την μαθηματική ανάπτυξη των εξισώσεων που οδηγούν στην εκπαίδευση του δικτύου είναι στο Κεφάλαιο 8 του βιβλίου των Rumelhart–McClelland [7]. Αλλες πηγές είναι [8,9].



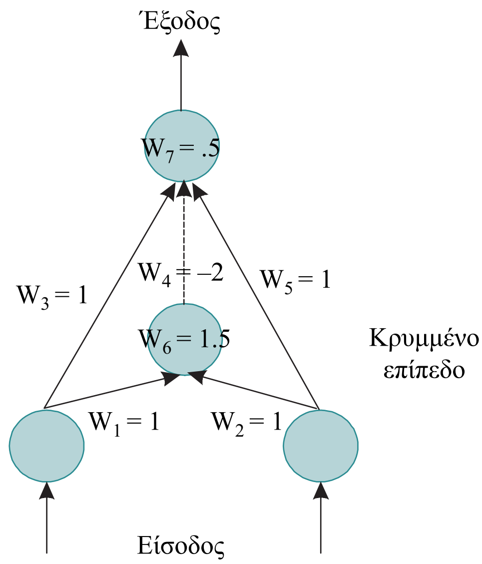
Σχήμα 4.3
Αναγνώριση προτύπου

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 4.5

Σωστό ή Λάθος. Η σιγμοειδής συνάρτηση χρησιμοποιείται συχνά στην εκπαίδευση των νευρωνικών δικτύων γιατί έχει την ιδιότητα ότι δεν απειρίζεται ποτέ.

4.2 Η μέθοδος εκπαίδευσης για γραμμικούς νευρώνες

Με την μέθοδο αυτή μπρούμε να πετύχουμε αυτό που δεν κατορθώνουμε να κάνουμε με ένα απλό αισθητήρα, δηλ. να λύσουμε περίπλοκα προβλήματα όπως είναι τα γραμμικώς μη–διαχωρίσιμα. Οπως αναφέραμε παραπάνω το κλειδί στο σημείο αυτό είναι ότι πρέπει να υπάρχει ένα (τουλάχιστον) κρυμμένο επίπεδο. Με τον τρόπο αυτό δημιουργείται μία εσωτερική αναπαράσταση των προτύπων που παρουσιάζονται στην είσοδο προς τους νευρώνες του κρυμμένου επιπέδου και με τους οποίους η ομοιότητα των προτύπων στους νευρώνες του κρυμμένου επιπέδου θα μπορεί να υποστηρίξει την απαιτούμενη αναπαράσταση (ή απεικόνηση) από την είσοδο στην έξοδο. Εάν λοιπόν έχουμε τις σωστές συνδέσεις και αρκετά μεγάλο αριθμό κρυμμένων μονάδων, θα μπορούμε πάντοτε να βρίσκουμε την αναπαράσταση αυτή.



Σχήμα 4.4
Ένα δίκτυο, στο οποίο εφαρμόζεται η εκπαίδευση με τη μέθοδο της οπισθοδιάδοσης

Στο Σχήμα 4.4 παρουσιάζουμε ένα τέτοιο δίκτυο, με ένα κρυμμένο επίπεδο που περιέχει ένα νευρώνα μόνον. Οι αριθμοί στις συνάψεις είναι οι τιμές των βαρών. Οι αριθμοί που είναι μέσα στους κύκλους είναι οι τιμές του εσωτερικού βάρους (κατωφλίου) του αντίστοιχου νευρώνα. Δηλαδή, εσωτερικά βάρη έχουμε μόνο τα w_6 και w_7, τα οποία για να παράγουν το ζητούμενο γινόμενο ($s{\cdot}w$) πολλαπλασιάζονται επί 1. Η τιμή $w_4 = -2$ από τον κρυμμένο νευρώνα στον νευρώνα εξόδου καθιστά τον νευρώνα εξόδου μη–ενεργό όταν και οι δύο είσοδοι ταυτόχρονα είναι ενεργοί. Στον νευρώνα του κρυμμένου επίπεδου έχουμε $\theta = 1{,}5$ διότι έτσι ο νευρώνας αυτός θα πυροδοτεί μόνον όταν και οι δύο νευρώνες του πρώτου επιπέδου είναι ενεργοί. Η τιμή $\theta = 0{,}5$ στον νευρώνα εξόδου καθιστά τον νευρώνα αυτόν ενεργό μόνον όταν λαμβάνει θετικό σήμα μεγαλύτερο από 0,5. Από την πλευρά του νευρώνα εξόδου ο νευρώνας του κρυμμένου επιπέδου φαίνεται ως μια ακόμα μονάδα εισόδου. Τον βλέπει δηλαδή σαν να υπήρχαν τρεις τιμές εισόδου. Σε ένα τέτοιο δίκτυο θα αναπτύξουμε την μέθοδο της οπισθοδιάδοσης αμέσως παρακάτω.

Πίνακας 4.1

Σύμβολα στις εξισώσεις της μεθόδου οπισθοδιάδοσης

w_{ij}	Το βάρος που συνδέει τους νευρώνες *i* και *j*
$\Delta_p w_{ji}$	η αλλαγή στο βάρος *w* το οποίο συνδέει τους νευρώνες *i* και *j*, μετά από παρουσίαση του προτύπου *p*
E_p	E_p είναι το σφάλμα (διαφορά εισόδου–εξόδου) στο πρότυπο *p*
t_{pj}	ο στόχος του νευρώνα *j* για το πρότυπο *p*
o_{pj}	η έξοδος του νευρώνα *j* για το πρότυπο *p*
x_{pi}	το σήμα εισόδου στον νευρώνα *i* για το πρότυπο *p*
δ_{pj}	η διαφορά $(t_{pj} - o_{pj})$

Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην μαθηματική μέθοδο της ελαχιστοποίησης του σφάλματος με την τεχνική της πλέον απότομης καθόδου (steepest descent technique) στην επιφάνεια του σφάλματος, ένα πρόβλημα που ανήκει στη γενικότερη κατηγορία προβλημάτων επικλινούς καθόδου (gradient descent), που έχουν αναπτυχθεί για προβλήματα Μαθηματικής Φυσικής. Αυτό που επιτελεί είναι να ελαχιστοποιεί το τετράγωνο της διαφοράς μεταξύ του σήματος που λαμβάνεται στην έξοδο και της επιθυμητής τιμής (στόχος), για όλους τους νευρώνες εξόδου και για όλα τα πρότυπα. Αυτό σημαίνει ότι η παράγωγος του σφάλματος ως προς κάθε βάρος *w* είναι ανάλογος προς την μεταβολή της τιμής του βάρους, όπως δίνεται από τον κανόνα Δέλτα, με αρνητική σταθερά αναλογίας. Αυτό είναι ανάλογο με την διαδικασία της πιο απότομης καθόδου (steepest descent) πάνω στην επιφάνεια που βρίσκεται μέσα στον χώρο των βαρών και στον οποίο χώρο το ύψος είναι ίσο με την τιμή του σφάλματος. Τα παραπάνω ισχύουν για γραμμικές μονάδες νευρώνων. Έτσι έχουμε:

$$E_p = \frac{1}{2}\sum_j (t_{pj} - o_{pj})^2. \tag{4.3}$$

όπου E_p είναι το σφάλμα (διαφορά εισόδου–εξόδου) στο πρότυπο *p*, t_{pj} και o_{pj} είναι ο στόχος και η έξοδος του νευρώνα *j* για το πρότυπο *p*. Το συνολικό σφάλμα Ε είναι το άθροισμα των σφαλμάτων όλων των προτύπων:

$$E = \sum_p E_p \tag{4.4}$$

Παρατηρούμε ότι παίρνουμε το τετράγωνο της διαφοράς και όχι την διαφορά, και επίσης το ½ της ποσότητας αυτής. Ο λόγος είναι ότι χρειαζόμαστε την απόλυτη τιμή του σφάλματος και όχι αν το σφάλμα είναι θετικό ή αρνητικό. Ο παράγων ½ είναι μία αυθαίρετη σταθερά που δεν επηρεάζει την ανάπτυξη. Για γραμμικές μονάδες εφαρμόζουμε τον κανόνα Δέλτα και ουσιαστικά έχουμε μία επικλινή κάθοδο (gradient descent) στο Ε. Θα δείξουμε ότι:

$$-\frac{\partial E_p}{\partial w_{ji}} = \delta_{pj} x_{pi} \tag{4.5}$$

που είναι ποσότητα ανάλογη του $\Delta_p w_{ji}$ ($\Delta_p w_{ji}$ είναι η αλλαγή που θα γίνει στο βάρος w το οποίο συνδέει τους νευρώνες i και j, μετά από παρουσίαση του προτύπου p). Όταν δεν υπάρχουν κρυμμένες μονάδες, τότε η παράγωγος υπολογίζεται αμέσως. Χρησιμοποιούμε τον κανόνα αλυσίδας και γράφουμε την παράγωγο ως γινόμενο δύο άλλων παραγώγων: μία παράγωγο του σφάλματος ως προς την έξοδο του νευρώνα επί μία παράγωγο της εξόδου ως προς το βάρος.

$$\frac{\partial E_p}{\partial w_{ji}} = \frac{\partial E_p}{\partial o_{pj}} \frac{\partial o_{pj}}{\partial w_{ji}} \tag{4.6}$$

Η πρώτη παράγωγος μας λέει πως αλλάζει το σφάλμα ως προς την έξοδο του j νευρώνα, ενώ το δεύτερο τμήμα μας λέει πόσο η μεταβολή του w_{ji} αλλάζει αυτήν την έξοδο. Έτσι υπολογίζουμε κατευθείαν τις παραγώγους:

$$\frac{\partial E_p}{\partial o_{pj}} = (t_{pj} - o_{pj}) = -\delta_{pj} \tag{4.7}$$

Η συνεισφορά του νευρώνα j στο σφάλμα είναι ανάλογη του δ_{pj}. Αφού έχουμε γραμμικές μονάδες:

$$o_{pj} = \sum_i w_{ji} x_{pi} \tag{4.8}$$

καταλήγουμε ότι:

$$\frac{\partial o_{pj}}{\partial w_{ji}} = x_{pi} \tag{4.9}$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (4.6) βλέπουμε ότι:

$$-\frac{\partial E}{\partial w_{ji}} = \delta_{pj} x_{pi} \tag{4.10}$$

όπως ακριβώς θέλουμε. Συνδυάζοντας την τελευταία αυτή εξίσωση με την παρατήρηση ότι

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ji}} = \sum_p \frac{\partial E_p}{\partial w_{ji}} \tag{4.11}$$

οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι η μεταβολή στο w_{ji} μετά από ένα πλήρη κύκλο, όπου παρουσιάζουμε όλα τα πρότυπα, είναι ανάλογη προς στην παράγωγο αυτή και ως εκ τούτου ο κανόνας Δέλτα εφαρμόζει μία επικλινή κάθοδο στο E. Κανονικά τα βάρη w δεν πρέπει να αλλάζουν κατά την διάρκεια του κύκλου που παρουσιάζουμε τα διάφορα πρότυπα, ένα–ένα, αλλά μόνο στο τέλος του κύκλου. Αν όμως ο ρυθμός εκπαίδευσης είναι μικρός, δεν δημιουργείται μεγάλο σφάλμα και ο κανόνας Δέλτα δουλεύει σωστά. Τελικά με τον τρόπο αυτό θα βρούμε τις τιμές των w που ελαχιστοποιούν την συνάρτηση σφάλματος.

4.3 Η μέθοδος εκπαίδευσης για μη–γραμμικούς νευρώνες

Δείξαμε πως ο κανόνας Δέλτα επιφέρει επικλινή κάθοδο στο τετράγωνο του αθροίσματος του σφάλματος για γραμμικές συναρτήσεις ενεργοποίησης. Στην περίπτωση που δεν έχουμε κρυμμένα επίπεδα, η επιφάνεια σφάλματος είναι σαν μιά κοιλάδα με ένα μόνο ελάχιστο και έτσι η επικλινής κάθοδος πάντοτε θα βρίσκει τις καλύτερες τιμές για τα βάρη w. Στην περίπτωση όμως με τα κρυμμένα επίπεδα δεν είναι προφανές πως υπολογίζονται οι παράγωγοι. Η επιφάνεια σφάλματος δεν είναι κοίλη προς τα πάνω και έτσι υπάρχει η πιθανότητα να βρεθούμε σε ένα τοπικό ελάχιστο. Θα δείξουμε παρακάτω ότι υπάρχει ένας αποτελεσματικός τρόπος για τον υπολογισμό των παραγώγων, καθώς επίσης και ότι το πρόβλημα των τοπικών ελαχίστων συνήθως δεν είναι καταστροφικό, αφού πάντα έχουμε τρόπους να το ξεπεράσουμε και τελικά να πετύχουμε την εκπαίδευση του δικτύου.

Χρησιμοποιούμε εδώ δίκτυα με δομές πολλαπλών επιπέδων και στα οποία το σήμα διαδίδεται πάντοτε στην ίδια κατεύθυνση, από το επίπεδο εισόδου προς το επίπεδο εξόδου (feedforward). Το σήμα έρχεται στο επίπεδο εισόδου, στο πιο χαμηλό επίπεδο, επεξεργάζεται από το δίκτυο και προωθείται στα κρυμμένα επίπεδα. Τα κρυμμένα επίπεδα το επεξεργάζονται και το προωθούν στο επίπεδο εξόδου. Η επεξεργασία γίνεται πάντοτε επίπεδο προς επίπεδο, σε κάθε νευρώνα χωριστά. Υπολογίζεται σε κάθε νευρώνα η συνάρτηση ενεργοποίησης, χρησιμοποιώντας την μη–γραμμική σιγμοειδή συνάρτηση, παίρνοντας ως είσοδο την έξοδο του προηγούμενου επιπέδου και δίνοντας ως έξοδο προς το παραπάνω επίπεδο την υπολογιζόμενη τιμή. Για μια τέτοια, μη γραμμική συνάρτηση η έξοδος είναι:

$$S_{pj} = \sum_i w_{ji} o_{pi} \tag{4.12}$$

όπου o_{pi} είναι το σήμα εισόδου του νευρώνα i. Έτσι θα πρέπει:

$$o_{pj} = f_j(S_{pj}) \tag{4.13}$$

όπου η f είναι διαφορίσιμη και αύξουσα συνάρτηση. Γραμμικές συναρτήσεις εδώ δεν επαρκούν, διότι η παράγωγός τους είναι άπειρη στο κατώφλι και μηδέν στα άλλα σημεία. Θεωρούμε λοιπόν ότι:

$$\Delta_p w_{ji} \sim -\frac{\partial E_p}{\partial w_{ji}} \tag{4.14}$$

όπου $\Delta_p w_{ji}$ είναι η αλλαγή που θα γίνει στο βάρος w το οποίο συνδέει τους νευρώνες i και j, μετά από παρουσίαση του προτύπου p. Επίσης, Ε είναι η συνάρτηση σφάλματος (άθροισμα τετραγώνων). Θέτουμε και εδώ την παράγωγο αυτή ως γινόμενο δύο παραγώγων: μία που δίνει την μεταβολή του σφάλματος ως προς την μεταβολή στην τιμή εισόδου και μία που δίνει την μεταβολή στην τιμή εισόδου ως προς την μεταβολή του βάρους. Έτσι:

$$\frac{\partial E_p}{\partial w_{ji}} = \frac{\partial E_p}{\partial S_{pj}} \frac{\partial S_{pj}}{\partial w_{ji}} \tag{4.15}$$

Με την εξίσωση (4.12) βλέπουμε ότι:

$$\frac{\partial S_{pj}}{\partial w_{ji}} = \frac{\partial}{\partial w_{ji}} \sum_k w_{jk} o_{pk} = o_{pi} \tag{4.16}$$

Ορίζουμε ότι:

$$\delta_{pj} = -\frac{\partial E_p}{\partial S_{pj}} \tag{4.17}$$

Ο ορισμός αυτός θα μπορούσε να θεωρηθεί αυστηρά ως αυθαίρετος, αλλά αν προσέξουμε λίγο βλέπουμε ότι είναι ανάλογος με τον ορισμό της εξίσωσης (4.7), όπου $\delta_{pj} = (o_{pj} - t_{pj})$, καθ' όσον $o_{pj} = S_{pj}$ όταν οι νευρώνες είναι γραμμικοί. Η εξίσωση λοιπόν (4.15) γίνεται τώρα:

$$-\frac{\partial E_p}{\partial w_{ji}} = \delta_{pj} o_{pi} \tag{4.18}$$

Αυτό δηλώνει ότι για να εφαρμόσουμε την επικλινή κάθοδο ως προς E θα πρέπει να κάνουμε τις αλλαγές στα w ως εξής:

$$\Delta_p w_{ji} = \eta \delta_{pj} o_{pi} \tag{4.19}$$

όπως ακριβώς και στον συνήθη κανόνα Δέλτα. Η μορφή της εξίσωσης (4.19) δίνει τον γενικευμένο «κανόνα Δέλτα», όπου Δ_p είναι το Δ του προτύπου p. Τώρα πρέπει να υπολογίσουμε τα σωστά δ_{pj} για κάθε νευρώνα του δικτύου. Θα αποδείξουμε τώρα μία αναδρομική σχέση για αυτά τα δ, με την οποία μπορούμε να προωθήσουμε το σφάλμα προς τα πίσω, δηλ. από την έξοδο προς την είσοδο. Θέτουμε και εδώ την παράγωγο αυτή ως γινόμενο δύο παραγώγων: μία που δίνει την μεταβολή του σφάλματος ως συνάρτηση της εξόδου και μία που δίνει την μεταβολή της εξόδου ως συνάρτηση της μεταβολής της εισόδου. Έτσι έχουμε:

$$\delta_{pj} = -\frac{\partial E_p}{\partial S_{pj}} = -\frac{\partial E_p}{\partial o_{pj}} \frac{\partial o_{pj}}{\partial S_{pj}} \tag{4.20}$$

Αλλά από την εξίσωση (4.13) έχουμε ότι:

$$\frac{\partial o_{pj}}{\partial S_{pj}} = f_j'(S_{pj}) \tag{4.21}$$

που είναι η παράγωγος της συνάρτησης ενεργοποίησης για τον νευρώνα j, υπολογιζόμενη στο σήμα εισόδου S_{pj} στο νευρώνα αυτό. Τώρα υπολογίζουμε την πρώτη παράγωγο στην εξίσωση του δ_{pj}. Εδώ χρειάζεται προσοχή, είναι το πιο λεπτό σημείο όλης της μεθόδου. Τον παράγοντα αυτόν τον υπολογίζουμε διαφορετικά αν ο νευρώνας είναι στο επίπεδο εξόδου ή εσωτερικός. Στην περίπτωση που είναι στο επίπεδο εξόδου τότε:

$$\frac{\partial E_p}{\partial o_{pj}} = -(t_{pj} - o_{pj}) \tag{4.22}$$

που είναι το ίδιο αποτέλεσμα όπως με τον συνήθη κανόνα Δέλτα. Αντικαθιστώντας τους δύο παράγοντες στην εξίσωση (4.20) παίρνουμε:

$$\delta_{pj} = (t_{pj} - o_{pj}) f_j'(S_{pj}) \tag{4.23}$$

για νευρώνες που είναι στο επίπεδο εξόδου. Για νευρώνες που είναι εσωτερικοί υπάρχει το πρόβλημα ότι δεν έχουμε κανένα t_{pj}, δηλ. δεν έχουμε τιμές των στόχων. Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιούμε και πάλι τον κανόνα αλυσίδας και έχουμε:

$$\begin{aligned} &\sum_k \frac{\partial E_p}{\partial (S_{pk})} \frac{\partial (S_{pk})}{\partial o_{pj}} = \sum_k \frac{\partial E_p}{\partial (S_{pk})} \frac{\partial}{\partial o_{pj}} \sum w_{ki} o_{pi} = \\ &= \sum_k \frac{\partial E_p}{\partial (S_{pk})} w_{kj} = -\sum_k \delta_{pk} w_{kj} \end{aligned} \tag{4.24}$$

Αντικαθιστώντας παρομοίως στην εξίσωση (4.20) παίρνουμε:

$$\delta_{pj} = f_j'(S_{pj})\sum_k \delta_{pk} w_{kj} \tag{4.25}$$

η οποία εξίσωση αφορά τώρα νευρώνες που δεν είναι στην έξοδο αλλά σε εσωτερικό επίπεδο. Οι εξισώσεις (4.23) και (4.25) δίνουν τον τρόπο με τον οποίο υπολογίζονται όλα τα δ, για όλους τους νευρώνες στο δίκτυο, και τα οποία χρησιμοποιούνται για να υπολογίσουμε την μεταβολή στα w σε όλο το δίκτυο. Η διαδικασία αυτή θεωρείται ότι είναι ένας γενικευμένος κανόνας Δέλτα, για μη–γραμμικούς νευρώνες.

Ως περίληψη, η παραπάνω διαδικασία μπορεί να συνοψισθεί σε τρεις εξισώσεις. Πρώτα, εφαρμόζουμε τον γενικευμένο κανόνα Δέλτα με τον ίδιο τρόπο όπως και τον γενικό κανόνα. Το w σε κάθε επίπεδο αλλάζει κατά μία ποσότητα που είναι ανάλογη του σήματος σφάλματος δ, και ανάλογος επίσης της εξόδου o. Δηλαδή,

$$\Delta_p w_{ji} = \eta \delta_{pj} o_{pi} \tag{4.26}$$

Οι άλλες δύο εξισώσεις δίδουν το σήμα του σφάλματος. Η διαδικασία του υπολογισμού του σήματος αυτού είναι μία κυκλική διαδικασία που ξεκινάει από το επίπεδο εξόδου. Για ένα νευρώνα στο επίπεδο εξόδου το σφάλμα είναι:

$$\delta_{pj} = (t_{pj} - o_{pj}) f_j'(S_{pj}) \tag{4.27}$$

όπου $f'_j(S_{pj})$ είναι η παράγωγος της συνάρτησης ενεργοποίησης. Για νευρώνες στα κρυμμένα επίπεδα δίδεται από:

$$\delta_{pj} = f_j'(S_{pj})\sum_k \delta_{pk} w_{kj} \tag{4.28}$$

Οι τρεις αυτές εξισώσεις αποτελούν έναν κύκλο για την εκπαίδευση του δικτύου και επιφέρουν μία αλλαγή μόνο σε κάθε w. Το σύστημα ακολούθως επαναλαμβάνει τόσους κύκλους όσοι του χρειάζονται για να εκπαιδευτεί.

4.4 Προσομοίωση του προβλήματος X–OR

Θα παρουσιάσουμε τώρα ως παράδειγμα την λεπτομερή λύση για το γνωστό πρόβλημα του X–OR, το οποίο συζητήσαμε και στο κεφαλαιο 3, και είδαμε ότι δεν μπορούμε να λύσουμε με ένα απλό δίκτυο ενός ή δύο επιπέδων. Θα χρειασθεί να προτείνουμε μία δομή που περιέχει ένα κρυμμένο επίπεδο, όπως περιγράφηκε παραπάνω. Μία τέτοια δομή φαίνεται στο Σχήμα 4.4. Η δομή του δικτύου περιλαμβάνει δύο νευρώνες στο επίπεδο εισόδου, ένα νευρώνα στο κρυμμένο επίπεδο και ένα στο επίπεδο εξόδου. Οι συνδέσεις είναι όπως στο Σχήμα. Είναι απαραίτητο οι είσοδοι να πηγαίνουν και στο κρυμμένο επίπεδο και στην έξοδο κατευθείαν. Το πρόβλημα αυτό έχει διδακτική σημασία, καθόσον η λύση του περιλαμβάνει όλες τις λεπτομέρειες της τεχνικής της οπισθοδιάδοσης και γι’ αυτό θα σκιαγραφήσουμε την λύση του με μέθοδο προσομοίωσης, ακολουθώντας ένα–ένα τα βήματα και τις εξισώσεις.

Χρησιμοποιούμε την εξίσωση (4.1) για τον υπολογισμό των εξόδων από κάθε νευρώνα, την σιγμοειδή συνάρτηση, ως εξής:

$$o_{pj} = \frac{1}{1+e^{-(\sum_i w_{ji} o_{pi} + \theta_j)}} \tag{4.29}$$

όπου θ_j είναι η παράμετρος προδιάθεσης (ή προδιάθεση) και που παίζει κατά κάποιο τρόπο τον ρόλο του κατωφλίου, ή του εσωτερικού βάρους του νευρώνα. Οι τιμές της προδιάθεσης, θ_j, θα διδαχθούν στο δίκτυο, όπως και οι τιμές των άλλων βαρών w. Παρατηρούμε δηλ. ότι εκτός από τα πέντε βάρη που συνδέουν νευρώνες μεταξύ τους (w_1 ως w_5), έχουμε και άλλα δύο βάρη, τα w_6 και w_7, τα οποία θεωρούμε ότι είναι τα «εσωτερικά w» των δύο νευρώνων, του κρυμμένου επιπέδου και της εξόδου, και στην εξίσωση (4.29) έχουν τον ρόλο του θ. Εδώ το θ αυτό στην εξίσωση δεν πολλαπλασιάζεται επί την τιμή σήματος s, όπως γίνεται συνήθως, ή μπορούμε να πούμε ότι πολλαπλασιάζεται επί το s με τιμή $s = 1$. Με άλλα λόγια μπορούμε να πούμε ότι το σήμα S για τα εσωτερικά w είναι πάντα $S = 1$. Οι δύο νερώνες της εισόδου δεν έχουν εσωτερικά βάρη, και έτσι δεν υπάρχει ο όρος αυτός στην εξίσωση (4.29).

Η εξίσωση της παραγώγου είναι ίδια με την εξίσωση (4.2). Προκύπτει λοιπόν ότι:

$$\frac{\partial o_{pj}}{\partial S_{pj}} = o_{pj}(1 - o_{pj}) \tag{4.30}$$

Επίσης οι εξισώσεις των δ είναι οι ίδιες. Και πάλι χωρίζουμε τις δύο διαφορετικές περιπτώσεις και για μονάδες εξόδου έχουμε:

$$\mathrm{d}_{pj} = (t_{pj} - \mathrm{o}_{pj})\mathrm{o}_{pj}(1 - \mathrm{o}_{pj}) \tag{4.31}$$

ενώ για εσωτερικές μονάδες έχουμε ότι:

$$\delta_{pj} = o_{pj}(1 - o_{pj}) \sum_k \delta_{pk} w_{kj} \tag{4.32}$$

Η παράγωγος $o_{pj}(1–\mathrm{o}_{pj})$ έχει μέγιστο για $o_{pj} = 0,5$ και πλησιάζει το ελάχιστό της όταν το o_{pj} πλησιάζει το 0 ή 1, καθ’ ότι $0 \le \mathrm{o}_{pj} \le 1$. Αυτό συμβαίνει διότι η παράγωγος είναι η κλίση της συνάρτησης και όπως βλέπουμε στην γραφική παράσταση της συνάρτησης στο Σχήμα 4.2 την μεγαλύτερη κλίση η καμπύλη του σχήματος την έχει εκεί όπου η έξοδος είναι 0,5. Ανάλογα, την μικρότερη κλίση (σχεδόν 0) την έχει στα δύο άκρα της καμπύλης, δεξιά και αριστερά. Η μεταβολή σε ένα *w* είναι ανάλογη με την παράγωγο αυτή και έτσι τα *w* θα μεταβάλλονται περισσότερο για την περίπτωση που έχουμε μια μεσαία τιμή, δηλ. κοντά στο 0,5 (και όχι κοντά στο 0 ή στο 1) ενώ ακόμη δεν έχει αποφασισθεί αν ο νευρώνας θα είναι ενεργός ή μη–ενεργός. Αυτό το χαρακτηριστικό δίνει την σταθερότητα της λύσης του συστήματος.

Πρέπει επίσης να σημειώσουμε ότι όταν ελέγχουμε για τιμές εξόδου 0 ή 1, είναι αδύνατο στην προσομοίωση να πάρουμε ακριβώς τις τιμές αυτές, παρά μόνο αν θεωρήσουμε άπειρο αριθμό κύκλων ή αν έχουμε *w* που τείνουν στο άπειρο. Συνήθως είναι αρκετό όταν παίρνουμε κάποια συμφωνία της τάξης του 10% με τις τιμές αυτές, δηλ. όταν παίρνουμε 0,1 και 0,9 αντί για 0 και 1, αντίστοιχα, η ακρίβεια αυτή είναι ικανοποιητική.

Είδαμε ότι οι μεταβολές που επιφέρονται στα βάρη είναι ανάλογες της ποσότητας $\partial E_p/\partial w$. Στην σωστή μέθοδο με επικλινή κάθοδο (gradient descent) τα βήματα πρέπει να είναι πολύ μικρά και έτσι στην εξίσωση της μεταβολής των *w* εισέρχεται μία σταθερά, το η, που αντιπροσωπεύει τον ρυθμό εκπαίδευσης του δικτύου. Όσο μεγαλύτερο είναι το η, τόσο μεγαλύτερες είναι οι μεταβολές στα *w* και τόσο γρηγορότερα το δίκτυο εκπαιδεύεται. Αν όμως το η γίνει πολύ μεγάλο, τότε αυτό οδηγεί σε ταλαντώσεις και έτσι αναγκαζόμαστε να μην μπορούμε να το αυξήσουμε πολύ. Ένας τρόπος να αυξήσουμε τον ρυθμό εκπαίδευσης και να αποφύγουμε τις ταλαντώσεις είναι να περιλάβουμε και έναν όρο ακόμα που δηλώνει την ορμή του συστήματος. Έτσι η νέα εξίσωση της μεταβολής των βαρών τώρα γίνεται:

$$\Delta w_{ji}(n+1) = \eta\, \delta_{pj} o_{pi} + \alpha \Delta w_{ji}(n) \tag{4.33}$$

όπου το *n* δηλώνει τον κύκλο, η τον ρυθμό εκπαίδευσης και α είναι η σταθερά που λαμβάνει υπόψη τις προηγούμενες μεταβολές των *w* όταν υπολογίζει την νέα μεταβολή. Αυτή είναι μία μορφή ορμής του συστήματος που ουσιαστικά φιλτράρει μεταβολές υψηλής συχνότητας στην επιφάνεια σφάλματος. Συνήθως παίρνουμε μία τιμή του α που είναι α = 0,9.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 4.6

Όπως αναφέρθηκε πολλές φορές η δομή του δικτύου οπισθοδιάδοσης που παρουσιάσθηκε με ένα νευρώνα στο κρυμμένο επίπεδο (Σχήμα 4.4) δεν είναι η μοναδική. Σχεδιάστε ένα δίκτυο με μία άλλη δομή που να έχει δύο νευρώνες στην είσοδο, δύο στο κρυμμένο επίπεδο και ένα στην έξοδο (2–2–1). Υπάρχει πλήρης συνδεσμολογία, αλλά μόνο από επίπεδο σε επίπεδο. Δίδονται είσοδοι 0,1 και 0,9 και ο στόχος στην έξοδο είναι 0,9. Τα βάρη αρχικά είναι όλα 0,3 από την είσοδο στο κρυμμένο επίπεδο και 0,2 από το κρυμμένο επίπεδο στην έξοδο. Επίσης οι τιμές της προδιάθεσης (δηλ. τα εσωτερικά βάρη) είναι όλες 0,4 και η = 0,25. Θα χρησιμοποιήσουμε ένα δίκτυο οπισθοδιάδοσης, παρόμοιο με αυτό της ενότητας 4.4, και ως συνάρτηση μεταφοράς την γνωστή μας σιγμοειδή συνάρτηση. Βρείτε τις τιμές των βαρών μετά από ένα πέρασμα οπισθοδιάδοσης.

Δραστηριότητα 4.2

Για ένα δίκτυο παρόμοιο με αυτό της Άσκησης Αυτοαξιολόγησης 4.6 δώστε ως σήμα στην είσοδο το πρότυπο (0,1 , 0,9), με στόχο στην έξοδο το 0,9, και τιμές στα αρχικά βάρη τα (0,1 , –0,2 , 0,1) (0,1 , –0,1 , 0,3) για το πρώτο επίπεδο, και τα (0,2 , 0,2 , 0,3) για το δεύτερο επίπεδο. Πραγματοποιήστε έναν ολόκληρο κύκλο του σήματος, δηλ. την μετάδοση από την είσοδο στην έξοδο και την επιστροφή–διόρθωση από την έξοδο στην είσοδο.

Για τις αρχικές τιμές των *w* μπορούμε να ακολουθήσουμε διαφορετικούς δρόμους. Δεν υπάρχει κάποιος κανόνας που να μας υποδείξει τις αρχικές αυτές τιμές. Μία πρώτη περίπτωση είναι να θεωρούμε αρχικά τις τιμές όπως είδαμε στο Σχήμα 4.4, όπου τα βάρη $w_1 = w_2 = w_3 = w_5 = 1$ κτλ.

Πίνακας 4.2

Η	*α*	Αριθμός κύκλων
0,1	0	82000 ± 24000
0,9	0	8000 ± 2200
0,1	0,1	8100 ± 2200
0,9	0,9	870 ± 230

Μία άλλη περίπτωση είναι να ξεκινήσουμε με τυχαίες τιμές των *w*, ας πούμε ότι διαλέγουμε τιμές που κυμαίνονται στο διάστημα $-0,3 < x < 0,3$. Τις τιμές αυτές τις παίρνουμε από μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών που υπάρχει σε κάθε υπολογιστή. Χρησιμοποιούμε ομαλή κατανομή των αριθμών, δηλ. κάθε αριθμός στο διάστημα αυτό έχει την ίδια πιθανότητα. Αφού το δίκτυο εκπαιδευθεί, σημειώνουμε τον αριθμό κύκλων που χρειάσθηκε για να γίνει αυτό. Ακολούθως επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία με άλλες αρχικές τυχαίες τιμές. Επειδή τα αρχικά w τώρα είναι διαφορετικά, παίρνουμε διαφορετικό αριθμό κύκλων που απαιτούνται για την ίδια εκπαίδευση του δικτύου. Πραγματοποιούμε έτσι ένα αριθμό από επαναλήψεις και τέλος παίρνουμε τον μέσο όρο από όλες αυτές τις πραγματοποιήσεις. Τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.2 είναι ο μέσος όρος από 10 τέτοιες πραγματοποιήσεις. Παρατηρούμε ότι η τυπική απόκλιση έχει μεγάλη τιμή, πράγμα που δείχνει ότι η λύση είναι άμεσα εξαρτώμενη από τα αρχικά w. Επίσης παρατηρούμε ότι, όταν το η έχει μεγάλη τιμή ($\eta = 0{,}9$), το δίκτυο εκπαιδεύεται 10 φορές γρηγορότερα από όταν έχει μικρή τιμή ($\eta = 0{,}1$), πράγμα αναμενόμενο όπως είδαμε παραπάνω. Υπάρχουν επίσης πιο εξελιγμένοι αλγόριθμοι στους οποίους το βήμα αυτό είναι αυτοπροσαρμοζόμενο, αλλά δεν θα τους εξετάσουμε εδώ.

Τέλος, υπάρχει μία σειρά από ερωτήματα κατά την διαδικασία παρουσίασης των προτύπων που καλό είναι να αναφέρουμε. Πρώτα είναι η σειρά παρουσίασης των προτύπων. Πρέπει να παρουσιάζονται τα πρότυπα στην είσοδο με μία δεδομένη σειρά, ή μπορούμε να τα εναλλάσσουμε με τυχαίο τρόπο; Και οι δύο τρόποι χρησιμοποιούνται σήμερα και επομένως η απάντηση εδώ είναι ότι εξαρτάται από το συγκεκριμένο πρόβλημα. Υπάρχουν, επίσης, δύο τρόποι σχετικά με το πότε γίνεται η διόρθωση των βαρών κατά την διαδικασία εκαπίδευσης. Ο πρώτος τρόπος είναι να γίνεται μετά από κάθε πέρασμα για κάθε πρότυπο (sequential mode of training) και επομένως μόλις παρουσιάσουμε το δεύτερο πρότυπο θα χρησιμοποιήσουμε τα ήδη αλλαγμένα w από το πρώτο πρότυπο κοκ. Ο δεύτερος τρόπος είναι να κάνουμε τις αλλαγές στα w μετά την παρουσίαση όλων των προτύπων (batch mode of training). Στο παράδειγμα του X–OR θα πρέπει να παρουσιάσουμε και τα 4 πρότυπα στην είσοδο, και μετά να κάνουμε τις αλλαγές στα w. Από τους δύο αυτούς τρόπους ο πρώτος συνήθως είναι προτιμότερος, γιατί συγκλίνει γρηγορότερα και χρειάζεται μικρότερη μνήμη για αποθήκευση. Επιπλέον είναι περισσότερο στοχαστικός και επομένως λιγότερο πιθανό το δίκτυο να πέσει σε τοπικό ελάχιστο. Ο δεύτερος όμως τρόπος είναι ευκολότερο να γίνει με παράλληλη επεξεργασία και επίσης μπορούμε να κάνουμε θεωρητική πρόβλεψη για το πότε το δίκτυο θα συγκλίνει. Παρόλα αυτά ο πρώτος τρόπος χρησιμοποιείται πιο συχνά.

Συνοψίζοντας λοιπόν την λύση του προβλήματος αυτού δίνουμε το διάγραμμα ροής, καθώς και τις εξισώσεις στα Σχήματα 4.5 και 4.6, παρακάτω.

Υπολογισμός των δ

$\delta[4] = \mathrm{der}(\mathrm{o}[4])\cdot(t - \mathrm{o}[4])$

$\delta[3] = \mathrm{der}(\mathrm{o}[3])\cdot(\delta[4]\cdot w[4])$

$\delta[2] = \mathrm{der}(\mathrm{o}[2])\cdot(\delta[4]\cdot w[5] + \delta[3]\cdot w[2])$

$\delta[1] = \mathrm{der}(\mathrm{o}[1])\cdot(\delta[4]\cdot w[3] + \delta[3]\cdot w[1])$

όπου: der(o[i]) η παράγωγος της αντίστοιχης εξόδου

Υπολογισμός των Δw

$\Delta w[1] = \eta\cdot\delta[3]\cdot\mathrm{o}[1]$

$\Delta w[2] = \eta\cdot\delta[3]\cdot\mathrm{o}[2]$

$\Delta w[3] = \eta\cdot\delta[4]\cdot\mathrm{o}[1]$

$\Delta w[4] = \eta\cdot\delta[4]\cdot\mathrm{o}[3]$

$\Delta w[5] = \eta\cdot\delta[4]\cdot\mathrm{o}[2]$

$\Delta w[6] = \delta[3]$

$\Delta w[7] = \delta[4]$

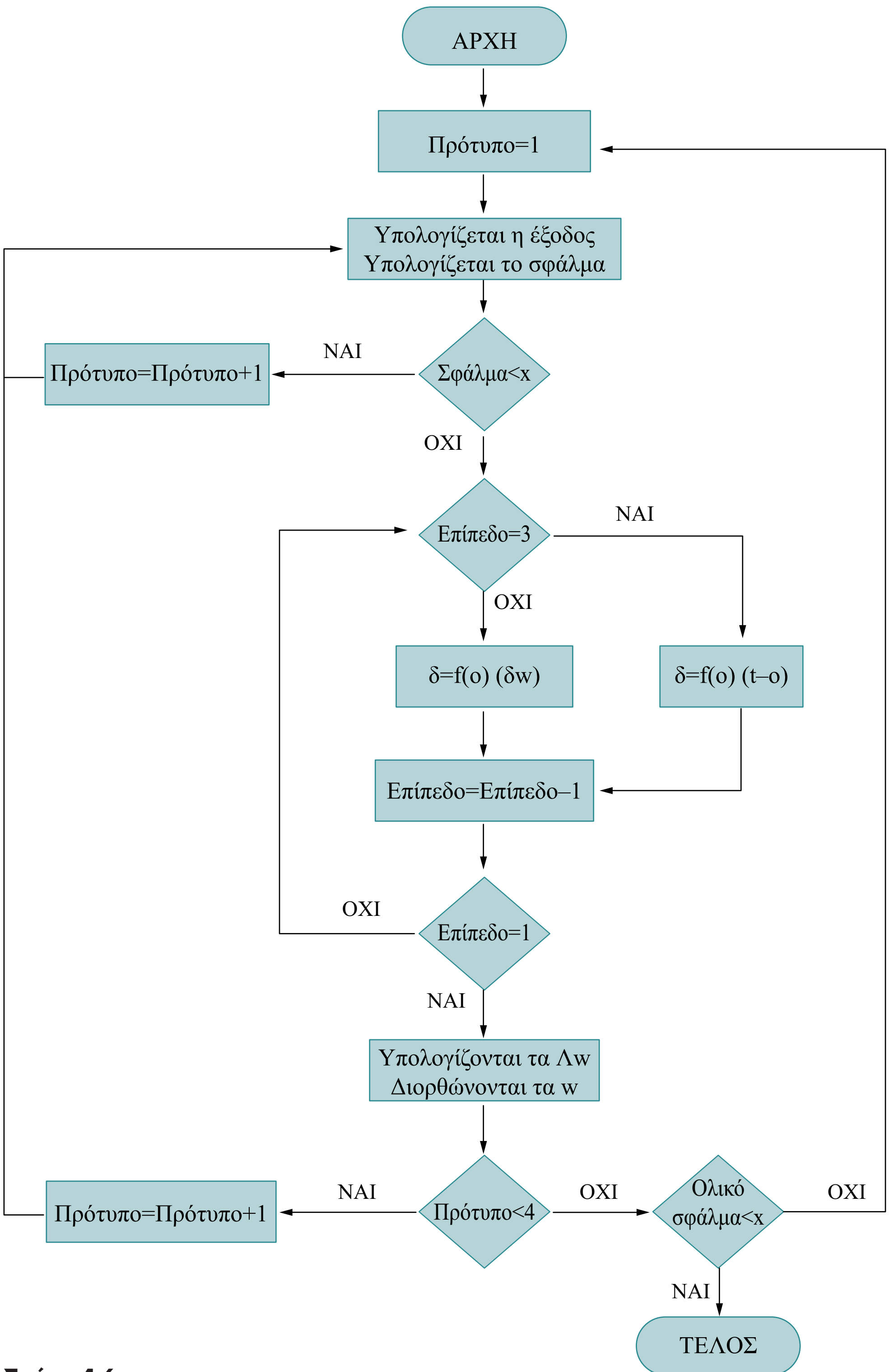
Αλλαγή των w

$w_i[n+1] = w_i[n] + \Delta w_i[n] + p.\Delta w_i[n-1]$

όπου $i = 1,..,7$

Σχήμα 4.5

Περίληψη εξισώσεων εκπαίδευσης δικτύου



Σχήμα 4.6

Διάγραμμα ροής του αλγορίθμου επίλυσης του XOR

Δραστηριότητα 4.3

Προσομοίωση προβλήματος X–OR

Η δραστηριότητα αυτή είναι ίσως το πιο σημαντικό τμήμα αυτού του κεφαλαίου, γιατί περιλαμβάνει την εκτέλεση ολόκληρης της διαδικασίας οπισθοδιάδοσης του σφάλματος. Αν καταφέρετε να την εκτελέσετε ολόκληρη, σε όλα τα βήματα, και να εκπαιδεύσετε ένα δίκτυο στο πρόβλημα X–OR, τότε θα έχετε καταλάβει πλήρως το πως λειτουργεί η πιο δημοφιλής μέθοδος στα νευρωνικά δίκτυα σήμερα. Συνίσταται λοιπόν να δώσετε προσοχή στα επόμενα βήματα.

1) Σχεδιάστε ένα δίκτυο το οποίο θα χρησιμοποιήσετε για να κάνετε μία πλήρη προσομοίωση του προβλήματος αυτού. Το δίκτυό σας θα μπορούσε να είναι παρόμοιο με αυτό στο Σχήμα 4.4, αλλά όχι απαραίτητα, θα μπορούσε λ.χ. να έχει δύο νευρώνες στο κρυμμένο επίπεδο αντί για ένα που έχει το Σχήμα 4.4. Συνθέστε τον κώδικα, σε όποια γλώσσα προτιμάτε, κωδικός που θα πραγματοποιεί όλα τα στάδια της εκπαίδευσης, όπως δίνονται στο διάγραμμα ροής στα Σχήματα 4.5 και 4.6. Το ζητούμενο είναι να εκπαιδεύσετε το δίκτυο στα πρότυπα του Πίνακα 3.1, δηλ. να βρείτε τις κατάλληλες τιμές των βαρών w που λύνουν το πρόβλημα X–OR.

2) Χρησιμοποιήστε και τους 4 συνδυασμούς για τις τιμές των α και η στον Πίνακα 4.2, και κατασκευάστε και εσείς τον αντίστοιχο πίνακα. Ξεκινήστε από τυχαίες τιμές των βαρών, οι οποίες θα πρέπει να κυμαίνονται στο διάστημα $-0{,}3 < w < 0{,}3$. Πραγματοποιήστε τουλάχιστον 10 φορές τον ίδιο υπολογισμό, αλλά με άλλες αρχικές τιμές των βαρών, και στο τέλος θα πάρετε τον μέσο όρο του αριθμού των κύκλων μέχρι το δίκτυο να εκπαιδευθεί. Δώστε 4 τέτοιους αριθμούς κύκλων για την εκπαίδευση του δικτύου σας, όπως και στον Πίνακα 4.2, καθώς και τις αντίστοιχες τιμές της τυπικής απόκλισης.

3) Οι στόχοι, όπως φυσικά ξέρουμε, έχουν δύο τιμές, το 0 και το 1. Δεν είναι απαραίτητο να τρέχει το πρόγραμμα μέχρι να βρείτε 0,0000 και 1,000, αλλά αρκεί στις τιμές αυτές μία ακρίβεια της τάξης του 10%, δηλ. αντί για 1,0 θα σταματήσετε στο 0,9 και αντί για 0,0 θα σταματήσετε στο 0,1. Η ακρίβεια αυτή αρκεί.

4) Ως συνάρτηση μεταφοράς χρησιμοποιήστε την εξίσωση 4.1

5) Προαιρετικά, μετατρέψτε το πρόγραμμά σας σε μία γενική μορφή, ώστε να λύνει το ίδιο πρόβλημα αλλά για οποιοδήποτε αριθμό κρυμμένων επιπέδων, αριθμό νευρώνων, κτλ. Δηλαδή, οι αριθμοί αυτοί θα πρέπει να δίνονται ως παράμετροι έξω από το πρόγραμμα και να μπορεί ο χρήστης να τις αλλάζει οποιαδήποτε στιγμή.

Δραστηριότητα 4.4

Δημιουργήστε ένα δίκτυο οπισθοδιάδοσης για να ερευνήσετε πόσο καλά μπορεί να μάθει να υπολογίζει τιμές συναρτήσεων. Ουσιαστικά το δίκτυο θα μάθει να κάνει αντιστοιχήσεις τιμών μία–προς–μία. Χρησιμοποιήστε τις παρακάτω τέσσερεις συναρτήσεις στα αντίστοιχα διαστήματα:

1) $f(x) = 1/x$ $\quad 1 \leq x \leq 100$

2) $f(x) = \log_{10}x$ $\quad 1 \leq x \leq 10$

3) $f(x) = \exp(-x)$ $\quad 1 \leq x \leq 10$

4) $f(x) = \sin x$ $\quad 0 \leq x \leq \pi/2$

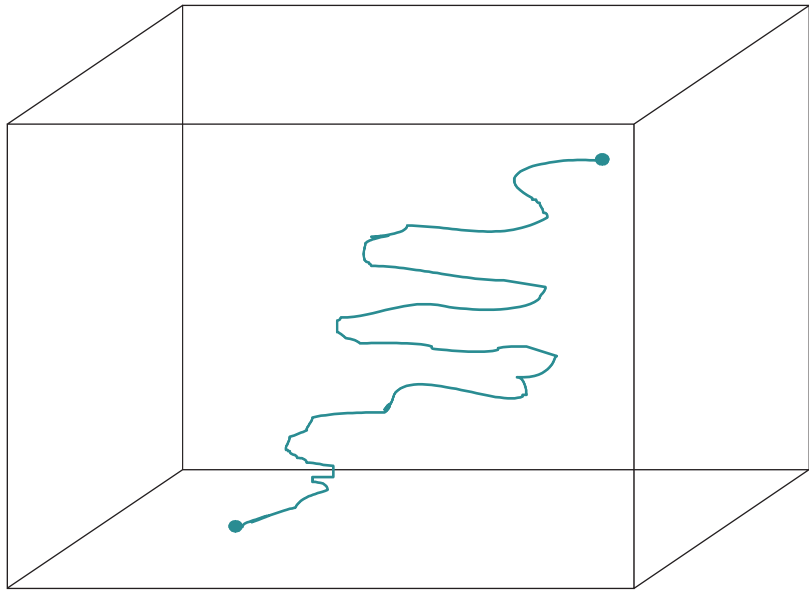
Χρησιμοποιήστε ένα κρυμμένο επίπεδο. Υπολογίστε τις συναρτήσεις για ένα αριθμό σημείων και ακολούθως εκπαιδεύστε το δίκτυο στην αντιστοίχηση των τιμών αυτών. Μεταβάλετε τον αριθμό των νευρώνων στο κρυμμένο επίπεδο και δείτε έτσι πως μεταβάλλεται η ικανότητα του δικτύου να εκπαιδευθεί. Τέλος, δώστε τα κατάλληλα βάρη στα οποία καταλήγει το δίκτυο μετά την εκπαίδευση του.

4.5 Μειονεκτήματα και προβλήματα

Παρά την μεγάλη επιτυχία της μεθόδου της οποσθοδιάδοσης, εν τούτοις υπάρχουν και περιπτώσεις που η μέθοδος αποτυγχάνει ή δεν δουλεύει άμεσα με επιτυχία. Σε τέτοιες περιπτώσεις συνήθως χρειάζεται να αλλάξουμε τιμές παραμέτρων, αρχικές συνθήκες κτλ., μέχρις ότου διορθωθεί το πρόβλημα.

Μερικές φορές ο χρόνος εκπαίδευσης είναι υπερβολικά μεγάλος. Χρειάζονται λ.χ. πολλά εκατομμύρια κύκλοι διόρθωσης μέχρις ότου το σύστημα συγκλίνει ή μπορεί και να μην συγκλίνει ποτέ. Σε τέτοιες περιπτώσεις πρέπει να αλλάξουμε το μέγεθος του βήματος. Αυτό συμβαίνει διότι τα βάρη μπορεί να πάρουν μεγάλες τιμές. Αυτό σημαίνει ότι πολλοί νευρώνες δίδουν μεγάλη τιμή εξόδου σε περιοχές όπου η παράγωγος της συνάρτησης εξόδου είναι πολύ μικρή. Καθόσον το σφάλμα που επιστρέφει από την έξοδο προς το κρυμμένο επίπεδο μέσα στο δίκτυο είναι ανάλογο της παραγώγου αυτής, μπορεί τότε η διαδικασία εκπαίδευσης να «κωλύσει». Τότε μικραίνουμε το μέγεθος του βήματος, αλλά αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μεγαλώσει ο χρόνος εκπαίδευσης.

Ένα άλλο συχνό πρόβλημα είναι αυτό των τοπικών ελαχίστων. Η μέθοδος αυτή, όπως είδαμε παραπάνω, χρησιμοποιεί την μαθηματική τεχνική της επικλινούς καθόδου. Μία εικονική αναπαράσταση της καθόδου αυτής δίδεται στο Σχήμα 4.7, όπου



Σχήμα 4.7

Σχηματικό διάγραμμα της διαδρομής που ακολουθεί το σφάλμα κατά την εκπαίδευση του δικτύου, όπου αρχικά στο επάνω μέρος του κύβου το σφάλμα είναι μεγάλο, αλλά κατά τη διαδικασία της εκπαίδευσης σταδιακά ελαττώνεται φθάνοντας στο κάτω μέρος του κύβου.

βλέπουμε ότι το σφάλμα στην αρχή είναι μεγάλο αλλά σιγά–σιγά βρίσκει το ελάχιστο μέσα στον κύβο. Ακολουθείται η κλίση της επιφάνειας σφάλματος προς τα κάτω, μεταβάλλοντας συνεχώς τα βάρη μέχρι το σύστημα να φθάσει στο ελάχιστο. Το ελάχιστο αυτό όμως πρέπει να είναι το ολικό ελάχιστο. Η επιφάνεια μπορεί να έχει πολλά βουνά, λόφους, κοιλάδες, φαράγγια, χαράδρες κτλ. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν πολλά τοπικά ελάχιστα, που είναι ψηλότερα από το ολικό ελάχιστο και στα οποία μπορεί εύκολα να παγιδευθεί το δίκτυο στην προσπάθειά του να βρει το ολικό ελάχιστο. Επειδή το σύστημα θέλει να πάει πάντα προς τα κάτω, αν πέσει σε ένα τοπικό ελάχιστο δεν έχει τρόπο να αποπαγιδευθεί μόνο του και να συνεχίσει τον δρόμο του, εκτός αν εκπαιδευτεί από την αρχή με νέα αρχικοποίηση. Συνήθως χρησιμοποιούμε στατιστικές μεθόδους εκπαίδευσης, για να αποφεύγεται το πρόβλημα αυτό (τις οποίες θα εξετάσουμε στο κεφάλαιο 5).

Το μέγεθος του βήματος επίσης παίζει σημαντικό ρόλο στην ταχύτητα εκμάθησης. Εάν είναι πολύ μικρό, τότε η εκπαίδευση αργεί υπερβολικά και πρέπει να το αυξήσουμε. Και εδώ η πιο σωστή και ιδανική λύση βρίσκεται με trial–and–error, δηλ. με πολλαπλές δοκιμές μέχρις ότου βρούμε την ιδανική τιμή.

Τέλος, θα πρέπει να θυμίσουμε ότι κατά την διαδρομή της εκπαίδευσης θα πρέπει να παρουσιάσουμε όλα τα πρότυπα, με ένα από τους δύο τρόπους που αναφέρθηκε παραπάνω, και τα πρότυπα πρέπει να παραμείνουν σταθερά. Οι αλλαγές των βαρών θα πρέπει επίσης να γίνονται στο δίκτυο μετά την παρουσίαση όλων των προτύπων. Αν όμως το δίκτυο βρίσκεται σε ένα περιβάλλον το οποίο συνεχώς αλλάζει πρότυπα, τότε η εκπαίδευση του δικτύου δεν θα συγκλίνει ποτέ και το δίκτυο θα εκπαιδεύεται άσκοπα. Βλέπουμε λοιπόν στο σημείο αυτό ότι η μέθοδος αυτή δεν μιμείται τα βιολογικά συστήματα, τα οποία έχουν την ικανότητα να μαθαίνουν ακόμα και όταν αλλάζουν τα πρότυπα που παρουσιάζονται, με την ικανότητα που έχουν να τα ταξινομούν επιλεκτικά και να δίνουν διαφορετικό βάρος στα πρότυπα που τους παρουσιάζονται.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 4.7

Η μέθοδος της οπισθοδιάδοσης έχει μειονεκτήματα γιατί:

(α) ο χρόνος εκπαίδευσης μπορεί να είναι υπερβολικά μεγάλος

(β) το δίκτυο μπορεί να πέσει σε τοπικά ελάχιστα και να μην μπορεί να απεγκλωβισθεί

(γ) το μέγεθος του βήματος πρέπει να επιλεγεί προσεκτικά

(δ) αν τα πρότυπα που παρουσιάζονται αλλάζουν, το δίκτυο δεν εκπαιδεύεται

(ε) όλα τα παραπάνω

4.6 Εφαρμογές

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω η μέθοδος της οπισθοδιάδοσης είναι η πιο κοινή και ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος σήμερα για εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων. Υπάρχουν πολλές εφαρμογές της όπως αυτές της οπτικής αναγνώρισης χαρακτήρων, της λήψης αποφάσεων κτλ.

Ένα άλλο παρόμοιο πακέτο, το NetTalk [10], αναπτύχθηκε από τους Sejnowski και Rosenberg (1987) που μετατρέπει με μεγάλη επιτυχία κείμενα Αγγλικών κατευθείαν σε ομιλία.

Υπάρχουν επίσης προσπάθειες και προγράμματα για την πιο δύσκολη διαδικασία, την αναγνώριση χειρογράφων κειμένων. Οι χαρακτήρες κανονικοποιούνται πρώτα ώστε να έχουν όλοι το ίδιο μέγεθος, μετά τοποθετούνται σε ένα πλέγμα και γίνονται οι προβολές των γραμμών στα τετράγωνα του πλέγματος. Οι προβολές αυτές είναι οι τιμές εισόδου για το δίκτυο. Η μέθοδος αυτή [11] αναπτύχθηκε από τον Burr (1987) και έχει > 99% επιτυχία.

Παρόμοιο πρόγραμμα έχει αναπτύξει και η εταιρία υπολογιστών NEC με ακρίβεια > 99%, αλλά η αναγνώριση γίνεται με άλλες μεθόδους. Το νευρωνικό δίκτυο οπισθοδιάδοσης χρησιμοποιείται για να δώσει επιβεβαίωση των άλλων μεθόδων, αλλά διαπιστώθηκε ότι ο συνδυασμός αυτός έχει μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας.

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάσαμε την μέθοδο εκπαίδευσης δικτύων με οπισθοδιάδοση. Η μέθοδος αυτή είναι εποπτευόμενη, καθότι πάντοτε δίδεται ο στόχος που πρέπει το δίκτυο να έχει ως έξοδο. Τα πρότυπα που παρουσιάζονται στο δίκτυο πρέπει να ανήκουν στην ίδια μορφή ή κατηγορία και πρέπει να είναι αρκετά τον αριθμό ώστε να λαμβάνουν υπόψη τους όλες τις πλευρές του προβλήματος. Η δομή του δικτύου πρέπει να περιέχει πάντοτε κρυμμένα επίπεδα. Έστω και ένα κρυμμένο επίπεδο θεωρητικά είναι αρκετό για πολλά προβλήματα, αλλά συνήθως χρειάζονται περισσότερα του ενός. Η συνάρτηση μεταφοράς πρέπει να έχει οπωσδήποτε μορφή σιγμοειδούς συνάρτησης για να παραμένει το δίκτυο σε πεπερασμένες τιμές. Χρησιμοποιήσαμε την πιο κοινή τέτοια συνάρτηση με την μορφή $1 + \exp(-S)$ *στον παρανομαστή κλάσματος. Αρχικά οι τιμές των βαρών είναι επιλεγμένες τυχαία και το δίκτυο εκπαιδεύεται με το να αναπροσαρμόζει τις τιμές αυτές. Η αναπροσαρμογή γίνεται με τον γενικευμένο κανόνα Δέλτα, ο οποίος ελαχιστοποιεί το τετράγωνο του σφάλματος που προκύπτει από τη διαφορά του στόχου από την εκάστοτε έξοδο του δικτύου. Η μέθοδος αυτή είναι μία μορφή της μαθηματικής μεθόδου της πλέον απότομης καθόδου. Κατά την εκπαίδευση το δίκτυο περνά από πολλές τέτοιες αναπροσαρμογές ή κύκλους μέχρις ότου το σφάλμα γίνει πολύ χαμηλό, όσο είναι ανεκτό στο πρόβλημα μας. Μετά την εκπαίδευση οι τελικές τιμές των βαρών παραμένουν σταθερές και το δίκτυο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αναγνωρίσει νέα πρότυπα. Αρκετές φορές χρειάζεται μεγάλος υπολογιστικός χρόνος για την εκπαίδευση του δικτύου, πολλές χιλιάδες ή εκατομμύρια κύκλοι. Τέλος, πρέπει να τονισθεί ότι η οπισθοδιάδοση εφαρμόζεται σε δίκτυα των οποίων η δομή είναι καθορισμένη.*

Βιβλιογραφικές παραπομπές

[1] A. E. Bryson and Y. C. Ho, Applied Optimal Control, Blaisdell Publishing, New York 1969).

[2] P. J. Werbos, Beyond regression: new tools for prediction and analysis is behavioral sciences, Ph.D thesis, Harvard University, Cambridge (Mass), (1974).

[3] P. J. Werbos, Backpropagation through time: what it does and how to do it, Proceedings of the IEEE, **78**,1550(1990).

[4] D. Parker, Learning logic. Invention report s 81–64, File 1, Office of Technology Licensing, Stanford University, Stanford, California (1982).

[5] D. E. Rumelhart and J. L. McClelland, Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition, Volumes 1 and 2, MIT Press, Cambridge, Mass. (1986).

[6] D. S. Touretzky and D. A. Pomerleau, What is hidden in the hidden layers?, Byte, **14**,227(1989).

[7] D. E. Rumelhart G. E. Hinton, and R. J. Williams, Learning internal representations by error propagation, in Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition, Chapter 8, MIT Press, Cambridge, Mass. (1986).

[8] D. E. Rumelhart G. E. Hinton, and R. J. Williams, Learning representations by back propagating errors, Nature, **323**,533(1988).

[9] R. Hecht–Nielsen, Theory of Backpropagation Neural Networks, Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks (Cat. No. 89CH2765–6), **1**,593(1989).

[10] T. J. Sejnowski and C. R. Rosenberg, Parallel networks that learn to pronounce English text, Complex Systems, **1**,145(1987).

[11] D. J. Burr, Experiments with a Connectionist Text Reader, in Proceedings of the First International Conference on Neural networks, M. Caudill and C. Butler, eds. pp. 717, SOS Printing, San Diego (Calif.),(1987).

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο 5

Δίκτυα Hopfield

Σκοπός

Στο κεφάλαιο αυτό σκοπός είναι να παρουσιασθεί μία άλλη κατηγορία δικτύων, τα δίκτυα Hopfield, χάρη στα οποία έχει επέλθει μεγάλη πρόοδος την δεκαετία του 80. Θα εξετάσουμε την δομή τους, τον τρόπο και διαδικασία εκπαίδευσής τους και τέλος θα παρουσιάσουμε δύο από τα πιο πολυχρησιμοποιούμενα παραδείγματα εφαρμογών στα νευρωνικά δίκτυα, αυτό της συνειρμικής μνήμης και ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, με παράδειγμα αυτό του πλανώδιου πωλητή.

Προσδοκώμενα Αποτελέσματα

Όταν ολοκληρώσετε τη μελέτη του κεφαλαίου αυτού, θα είστε σε θέση να:

- *κατασκευάσετε την δομή ενός δικτύου Hopfield*
- *εκπαιδεύσετε ένα τέτοιο δίκτυο και να το χρησιμοποιήσετε για να λύσει κάποιο γνωστό πρόβλημα*
- *μάθετε τη διαδικασία αποθήκευσης πληροφορίας στις συνάψεις ενός νευρωνικού δικτύου*

Έννοιες κλειδιά

- *δίκτυο Hopfield*
- *μηχανισμός ανάδρασης (feedback mechanism)*
- *συνειρμική μνήμη*
- *βελτιστοποίηση*
- *πρόβλημα του πλανώδιου πωλητή (Traveling Salesman Problem – TSP)*

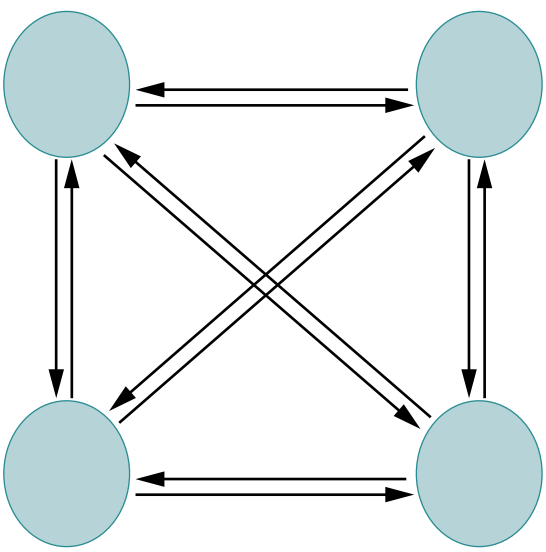
Εισαγωγικές Παρατηρήσεις

Σε μία πολύ γνωστή εργασία το 1982 ο Hopfield παρουσίασε [3] μια νέα κατηγορία δικτύων, τα οποία έχουν μεγάλες υπολογιστικές ικανότητες και είναι χρήσιμα σε δύο κατηγορίες προβλημάτων. Πρώτα, σε προβλήματα μνήμης συνειρμού (associative memory) και δεύτερον σε προβλήματα βελτιστοποίησης (optimization). Η νέα αυτή *μέθοδος πρέπει να πούμε ότι δεν έλυσε για πρώτη φορά γνωστά άλυτα προβλήματα, καθότι όλα τα προβλήματα που ασχολείται είχαν λυθεί στο παρελθόν με άλλες μεθόδους. Μάλιστα οι λύσεις που προτείνονται δεν είναι καν οι καλύτερες, μερικές φορές είναι πιο αργές από άλλες παλαιότερες λύσεις, κτλ. Εντούτοις η χρήση των δικτύων στα προβλήματα αυτά είναι πολύ χρήσιμη για την διορατικότητα που μας δίνει ως προς την φύση του προβλήματος που εξετάζουν. Η χρονική στιγμή που εμφανίστηκε η εργασία αυτή ήταν επίσης σημαντική, γιατί ήταν σε μία εποχή που η κατάσταση στα νευρωνικά δίκτυα ήταν μάλλον στάσιμη και έτσι η εργασία αυτή ανακίνησε μεγάλο ενδιαφέρον και ενθουσιασμό στην περιοχή αυτή, κάτι που ήταν εκ των πραγμάτων απαραίτητο [4].*

Τα δίκτυα αυτά έχουν το χαρακτηριστικό ότι χρησιμποιούν μηχανισμό με ανάδραση, δηλ. η έξοδος που θα βγαίνει από κάθε νευρώνα θα χρησιμοποιείται ως είσοδος για όλους τους άλλους νευρώνες, κάτι που δεν έχουμε δει μέχρι τώρα στα προηγούμενα [2].

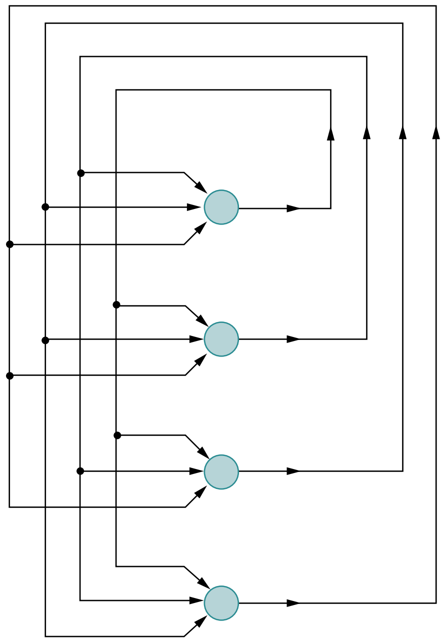
5.1 Η δομή των δικτύων Hopfield

Τα δίκτυα τύπου Hopfield αποτελούνται από ένα μόνο επίπεδο με πολλές όμως μονάδες (νευρώνες). Στα δίκτυα αυτά όμως η έννοια των επιπέδων νευρώνων είναι διαφορετική από ό,τι έχουμε δει μέχρι τώρα. Δεν υπάρχει χωριστό επίπεδο εισόδου ή εξόδου. Κάθε νευρώνας δέχεται σήματα από το περιβάλλον και έχει εξόδους προς αυτό. Κάθε νευρώνας είναι μία μονάδα όπως ο στοιχειώδης αισθητήρας, με τις ίδιες ιδιότητες. Στα δίκτυα Hopfield κάθε νευρώνας δίνει στην έξοδό του σήμα s_i προς όλες τις άλλες μονάδες j. Είναι δυαδικά συστήματα, ως προς το ότι κάθε μονάδα χαρακτηρίζεται από μία δυαδική κατάσταση, δηλαδή μπορεί να έχει μία από δύο δυνατές τιμές. Συνήθως οι τιμές αυτές είναι 0 και 1, αλλά αυτό δεν είναι απαραίτητο (θα μπορούσε, λ.χ. να είναι 1 και –1). Μία κατάσταση του συστήματος είναι πλήρης όταν δίδονται οι τιμές των μονάδων από τις οποίες αποτελείται, λ.χ. $s = (s_1, s_2, s_3, \ldots, s_n) = (1,0,1,\ldots,0)$ για ένα δίκτυο με n μονάδες. Οι μονάδες του δικτύου έχουν πλήρη συνδεσμολογία, δηλαδή κάθε μονάδα συνδέεται με κάθε άλλη μονάδα στο σύστημα. Είχαμε δει προηγουμένως ότι για ένα δίκτυο με n μονάδες αυτό σημαίνει ότι θα έχουμε $n(n–1)$ συνδέσεις. Αυτό ισχύει διότι κάθε μονάδα συνδέεται με κάθε άλλη μονάδα, αλλά όχι με τον εαυτό της. Στην γενική περίπτωση οι συνδέσεις έχουν και συγκεκριμένη κατεύθυνση. Έτσι σε κάθε ζευγάρι μονάδων που συνδέονται υπάρχει σύνδεση και προς τις δύο κατευθύνσεις, δηλαδή μεταξύ των μονάδων i και j υπάρχει η σύνδεση w_{ij} και η σύνδεση w_{ji}. Γενικά, στα δίκτυα Hopfield θα έχουμε πάντοτε ότι $w_{ij} = w_{ji}$, πράγμα που σημαίνει ότι τα βάρη θα είναι ίσα για σήματα και προς τις δύο κατευθύνσεις. Τότε εξασφαλίζεται ότι το δίκτυο συγκλίνει και καταλήγει σε μία σταθερή κατάσταση. Αυτό το απέδειξαν οι Cohen–Grossberg, με ένα θεώρημα που αποδεικνύει ότι δίκτυα με μηχανισμό ανάδρασης είναι ευσταθή εάν η μήτρα των βαρών W_{ij} είναι συμμετρική με 0 στην κύρια διαγώνιο της, δηλ. $w_{ij} \neq w_{ji}$ για όλα τα $i = j$, και $w_{ii} = 0$, για όλα τα i.



Σχήμα 5.1

Δομή δικτύου Hopfield με $n = 4$



Σχήμα 5.2

Άλλη παράσταση της δομής του δικτύου του Σχήματος 5.1

Μία δομή δικτύου Hopfield φαίνεται στα Σχήματα 5.1 και 5.2. Το δίκτυο στα Σχήματα αυτά έχει 4 νευρώνες. Άρα, έχουμε ένα σύνολο από $n(n–1) = 4 \times 3 = 12$ συνάψεις. Στο Σχήμα 5.1 φαίνονται αυτές οι συνάψεις ως γραμμές που συνδέουν ζεύγη νευρώνων, και έχουν κατευθυντικότητα. Στο Σχήμα 5.2 φαίνεται το ίδιο δίκτυο, αλλά με άλλη παράσταση, όπου και εδώ έχουμε 12 συνάψεις. Από το Σχήμα αυτό βλέπουμε ότι το δίκτυο Hopfield χρησιμοποιεί τον μηχανισμό ανάδρασης (feedback mechanism), καθόσον η έξοδος από κάθε νευρώνα ταυτόχρονα γίνεται είσοδος για τους άλλους νευρώνες του δικτύου. Η έξοδος υπολογίζεται πάλι και η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται ξανά και ξανά. Εάν το δίκτυο είναι ευσταθές,16 οι αλλαγές που επιτελούνται σε κάθε κύκλο γίνονται συνεχώς μικρότερες και μικρότερες, μέχρις ότου τελικά οι έξοδοι δεν αλλάζουν καθόλου. Αν όμως το δίκτυο είναι ασταθές τότε, δεν συγκλίνει ποτέ και παρουσιάζει χαρακτηριστικά χαοτικού συστήματος. Εδώ ασχολούμαστε μόνο με ευσταθή δίκτυα. Όλα τα δίκτυα που εξετάσαμε σε προηγούμενα κεφάλαια, όπως ο αισθητήρας, το δίκτυο οπισθοδιάδοσης, τα στατιστικά δίκτυα, κτλ. δεν χρησιμοποιούν το φαινόμενο ανάδρασης.

5.2 Η εκπαίδευση του δικτύου Hopfield

Η εκπαίδευση στα δίκτυα αυτά γίνεται με τρόπο συναφή με τις προηγούμενες κατηγορίες δικτύων. Οι βασικές διεργασίες γίνονται σε κάθε νευρώνα χωριστά, όπου και εδώ οι παράμετροι που υπεισέρχονται είναι οι τιμές των εισερχομένων σημάτων και τα βάρη των συνάψεων. Γίνεται η γνωστή άθροιση των σημάτων s_i και βρίσκουμε το S. Το νέο κριτήριο είναι τώρα το εξής ότι εάν το S είναι θετικό, τότε η έξοδος είναι 1, ενώ εάν είναι αρνητικό τότε η έξοδος είναι 0. Αυτό σημαίνει ότι έχουμε και εδώ μια κρίσιμη τιμή, ένα κατώφλι με τιμή ίση με 0.

Το δίκτυο Hopfield έχει ως χαρακτηριστικό του ότι οι νευρώνες του συνεχώς αναπροσαρμόζονται. Αυτό αποτελεί την εκπαίδευση του δικτύου. Αρχικά μπορεί να βρίσκεται σε μία τυχαία κατάσταση, και ακολούθως κάθε νευρώνας αναπροσαρμόζει την κατάσταση του, ακολουθώντας κάποιους κανόνες, ως συνάρτηση του χρόνου (αυθαίρετες μονάδες χρόνου). Κατά την αναπροσαρμογή αυτή μερικές φορές η κατάσταση των νευρώνων αλλάζει, ενώ μερικές φορές παραμένει η ίδια. Η εκπαίδευση ολοκληρώνεται όταν δεν πραγματοποιούνται πλέον άλλες αλλαγές.

Το άθροισμα των εισερχόμενων σημάτων είναι:

$$S_j = s_i\, w_{ji}\; i \neq j \tag{5.1}$$

που είναι ίδιο με αυτό της εξίσωσης (3.1). Η σύγκριση τώρα γίνεται διαφορετικά. Εξετάζουμε εάν το S_j είναι θετικό ή αρνητικό. Εάν είναι θετικό, 20 τότε η έξοδος s_j = 1, εάν είναι αρνητικό, 21τότε $s_j = 0$. Συνοπτικά

$$\begin{array}{llll} \text{Εάν} & S_j > 0 & \text{τότε} & s_j = 1 \\ & S_j < 0 & \text{τότε} & s_j = 0 \end{array} \tag{5.2}$$

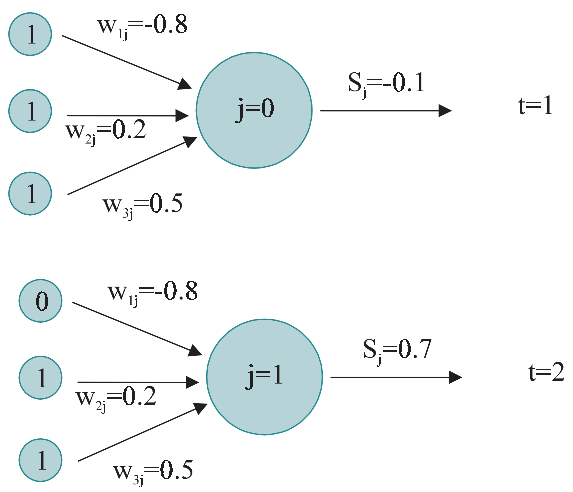
Εάν $S_j = 0$, τότε η μονάδα παραμένει στην προηγούμενη κατάσταση πριν την αναπροσαρμογή. Κάθε φορά που θέλουμε να αναπροσαρμόσουμε την τιμή ενός νευρώνα εφαρμόζουμε την εξίσωση (5.2).

Παράδειγμα 5.1

Ας δούμε το Σχήμα 5.3. Στην χρονική στιγμή $t = 1$ ο νευρώνας j έχει τιμή 0, καθότι το άθροισμα $S_j = –0{,}1$, σύμφωνα με την εξίσωση (5.2). Στην χρονική στιγμή $t = 2$ αναπροσαρμόζεται το δίκτυο με τέτοιο τρόπο ώστε η πρώτη από τις τρεις εισόδους δίνει 0 αντί για 1. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να βγει άθροισμα $S_j = 0{,}7$, και έτσι ο νευρώνας j τώρα είναι σε κατάσταση με τιμή 1.

Για κάθε αναπροσαρμογή πρέπει να βρούμε κάθε φορά το νέο άθροισμα και να κάνουμε την σύγκριση εκ νέου. Ένας τρόπος να γίνεται η αναπροσαρμογή είναι να ξεκινήσουμε από την πρώτη είσοδο και να αλλάζουμε τις τιμές μία–μία μέχρις ότου το σύστημα φτάσει σε μία σταθερή κατάσταση. Ο Hopfield πρότεινε όμως οι αναπροσαρμογές να γίνονται με τυχαίο τρόπο. Δηλαδή δεν υπάρχει συγκεκριμένη σειρά με την οποία επιλέγονται οι νευρώνες, αλλά κάθε επιλογή γίνεται τυχαία.

Ο τρόπος αυτός έχει χαρακτηριστικά ασύγχρονης λειτουργίας, και είναι πιο κοντά



Σχήμα 5.3

Τμήμα ενός νευρωνικού δικτύου σε δύο χρονικές στιγμές, σε $t = 1$ με εισόδους (1,1,1) και σε $t = 2$ με εισόδους (0,1,1)

στην πραγματικότητα για τα βιολογικά δίκτυα. Στα βιολογικά δίκτυα οι νευρώνες αναπροσαρμόζονται με τυχαία αλληλουχία, χωρίς να υπάρχει συσχετισμός από νευρώνα σε νευρώνα. Πάντως με την μέθοδο αυτή το δίκτυο πάντοτε καταλήγει σε σταθερή κατάσταση.

Η λειτουργία του δικτύου είναι σχετικά απλή. Παρουσιάζονται τα πρότυπα στο δίκτυο, και τα βάρη w κανονίζονται κατευθείαν από τις τιμές των προτύπων (εξίσωση 5.3), και όχι με αρχικά τυχαίες τιμές, όπως συμβαίνει στα προηγούμενα κεφάλαια. Το δίκτυο τώρα παριστάνει μία μνήμη, είναι δηλ. ένας αποθηκευτικός χώρος στον οποίο μπορούμε να φυλάξουμε μία πληροφορία. Η διαδικασία για να αποθηκεύσουμε στο δίκτυο λ.χ. ένα διάνυσμα, είναι να πάρουμε το εξωτερικό γινόμενο του διανύσματος επί τον εαυτό του. Αυτό παράγει μία μήτρα, η οποία περιέχει τα βάρη ενός δικτύου Hopfield. Αλλά πρέπει όμως πρώτα να θέσουμε όλα τα διαγώνια στοιχεία της μήτρας ίσα με το 0. Αυτό συμβαίνει διότι τα διαγώνια στοιχεία αντιστοιχούν με σύνδεση μιας μονάδας με τον εαυτό της, πράγμα όμως που στα δίκτυα Hopfield δεν ισχύει. Έτσι λοιπόν η μήτρα W, για να αποθηκεύσουμε ένα διάνυσμα x (με ανάστροφο διάνυσμα x^T) δίνεται από:

$$W = x^T x \tag{5.3}$$

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 5.1

Βρείτε τα βάρη w ενός δικτύου Hopfield για να αποθηκεύσει το παρακάτω πρότυπο: (1 –1 1 1)

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 5.2

Βρείτε τα βάρη w ενός δικτύου Hopfield για να αποθηκεύσει τώρα δύο διανύσματα: (–1 1 –1) και (1 –1 1)

Το δίκτυο Hopfield χαρακτηρίζεται από μία παράμετρο E, που εξαρτάται από τα σήματα εισόδου και τα βάρη, και η οποία είναι αντίστοιχη της ενέργειας σε φυσικά προβλήματα, αν και το E σε ένα νευρωνικό δίκτυο δεν υποδηλώνει καμία φυσική ποσότητα. Η παράμετρος E δίδεται από:

$$\mathrm{E} = -\frac{1}{2}\sum_j \sum_i w_{ji} s_j s_i \qquad i \neq j \tag{5.4}$$

Με τις αλλαγές που πραγματοποιούνται στα s κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης, το E αλλάζει με τον χρόνο. Η απαίτηση του δικτύου Hopfield είναι ότι η συνάρτηση E κατά την διάρκεια της αναπροσαρμογής ελαχιστοποιείται, όπως θα περιμέναμε και σε ένα φυσικό πρόβλημα, αν το E ήταν η ενέργεια του συστήματος. Σε κάθε αναπροσαρμογή η παράμετρος E ή ελαττώνεται ή παραμένει η ίδια. Ποτέ δεν μεγαλώνει, κατ' αντίθεση με άλλες κατηγορίες δικτύων, όπως είναι λ.χ. τα δίκτυα Boltzmann που θα δούμε σε επόμενο κεφάλαιο. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό φαίνεται από το παρακάτω επιχείρημα:

Όταν αναπροσαρμόζεται ο νευρώνας j, τότε το τμήμα του E που αλλάζει είναι:

$$E_j = -\frac{1}{2}\sum_i w_{ji} s_j s_i \qquad i \neq j \tag{5.5}$$

και το οποίο μετά την αναπροσαρμογή γίνεται:

$$E_j = -\frac{1}{2} s_j \sum_i w_{ji} s_i \qquad i \neq j \tag{5.6}$$

Αυτό συμβαίνει διότι το σήμα s_j είναι σταθερό και μόνον τα s_i αλλάζουν ώστε να φέρουν την αναπροσαρμογή του j. Εάν δεν αλλάξει καθόλου η τιμή του E_j τότε η παλιά και η νέα κατάσταση θα είναι ίδιες. Αν αλλάξει τότε η αλλαγή θα είναι:

$$\Delta E_j = E_j\,(\text{νέα}) - E_j\,(\text{παλιά}) = -\frac{1}{2}\Delta s_j \sum w_{ji} s_i \tag{5.7}$$

$$\text{όπου } \Delta s_j = s_j\,(\text{νέο}) - s_j\,(\text{παλιό}) \tag{5.8}$$

Εάν το s_j αλλάξει από 0 σε 1, τότε, μετά τις αναπροσαρμογές και σύμφωνα με την εξίσωση (5.2) θα έχουμε $\Delta s_j = 1$ και $\sum_i w_{ji} s_i \geq 0$. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση

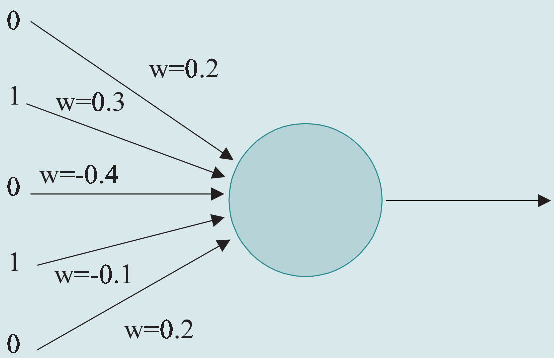
(5.7) βλέπουμε αμέσως ότι θα πρέπει $\Delta E_j \leq 1$. Αν τώρα η αλλαγή είναι από 1 σε 0, τότε έχουμε ότι $\Delta s_j = -1$, και μετά τις αναπροσαρμογές το άθροισμα τώρα γίνεται $\sum_i w_{ji} s_i < 0$, οπότε και $\Delta E_j < 0$.

Παρατηρούμε ότι σε όλες τις περιπτώσεις η αλλαγή του E (δηλ. το ΔE) είναι αρνητική ή μηδέν, για οποιαδήποτε αλλαγή της κατάστασης του j. Αυτό αποδεικνύει και με μαθηματικό τρόπο ότι το δίκτυο πάντοτε θα συγκλίνει, μέχρις ότου φθάσει σε μία σταθερή κατάσταση. Αυτό σημαίνει ότι το σύστημα θα βαίνει προς ένα ελάχιστο της παραμέτρου E. Όπως και με προηγούμενες μεθόδους το ελάχιστο αυτό μπορεί να είναι τοπικό ή ολικό. Αν τύχει το σύστημα να «πέσει» σε ένα τοπικό ελάχιστο τότε δεν μπορεί να ξεφύγει και έτσι τελικά δεν μπορεί να βρει το ολικό ελάχιστο, όπως γίνεται λ.χ. με τα δίκτυα Boltzmann που θα δούμε σε επόμενο κεφάλαιο. Τότε απλώς το σύστημα θα δώσει μια «καλή» λύση, αλλά όχι την καλύτερη. Εάν θέλουμε πραγματικά να βρούμε την καλύτερη λύση, τότε πρέπει να επανεκκινήσουμε την διαδικασία με διαφορετικές αρχικές συνθήκες, ελπίζοντας ότι δεν θα παγιδευθεί σε τοπικό ελάχιστο όπως πριν. Παρατηρούμε εδώ, όπως και με τις άλλες κατηγορίες δικτύων, ότι δεν υπάρχει ένας αυστηρός μαθηματικός τρόπος για να εκπαιδευθεί το δίκτυο με βεβαιότητα.

Η ικανότητα αποθήκευσης ενός δικτύου Hopfield είναι και σήμερα ένα ενδιαφέρον θέμα. Ένα δίκτυο με N νευρώνες μπορεί να έχει $2N$ καταστάσεις. Γρήγορα όμως φάνηκε ότι αν το δίκτυο «φορτωθεί» με τόσες μνήμες, τότε δεν μπορεί να καταλήξει σε ευσταθή κατάσταση. Ο πραγματικός αριθμός πρέπει να είναι πολύ μικρότερος, διότι διαφορετικά το δίκτυο θυμάται καταστάσεις τις οποίες δεν τις έχει διδαχθεί ποτέ. Ο Hopfield έδειξε ότι ο αριθμός αυτός είναι κοντά στο $0{,}15N$, ενώ ο Abu–Mostafa έδειξε [1] ότι το ανώτερο όριο πρέπει να είναι N.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 5.3

Στο δίκτυο Hopfield του Σχήματος, η έξοδος θα είναι:



(α) 0

(β) 0,2

(γ) 1

(δ) $\dfrac{1}{1+e^{-(0.3-0.1)}}$

(ε) $\dfrac{1}{1+e^{-(0.2+0.3-0.4-0.1+0.2)}}$

Σχήμα 5.4

Απλό νευρωνικό δίκτυο αποτελούμενο από ένα νευρώνα με πέντε εισόδους το οποίο εκπαιδεύεται με τον μηχανισμό Hopfield

Δραστηριότητα 5.1

Μία παραλλαγή των δικτύων τύπου Hopfield λέγεται δίκτυο Hamming. Το δίκτυο αυτό περιέχει δύο επίπεδα, από τα οποία το πρώτο επίπεδο υπολογίζει τις πράξεις, και το δεύτερο επίπεδο είναι αυτό που επιλέγει το μέγιστο. Ουσιαστικά το δεύτερο αυτό επίπεδο είναι ένα δίκτυο Hopfield με τον επιπρόσθετο όρο ότι επιτρέπεται η ανάδραση σε κάθε νευρώνα στον εαυτό του. Βρείτε από την βιβλιογραφία μία χαρακτηριστική δομή δικτύου Hamming. Ακολουθήστε την διαδικασία εκπαίδευσης του δικτύου. Χρησιμοποιείστε την για να δείξετε πως τα διανύσματα (1,–1,–1,–1) και (–1,–1,–1,1) σε ένα δίκτυο Hamming μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να βρεθεί ποιο διάνυσμα είναι πλησιέστερο στο καθένα από τα παρακάτω πρότυπα που παρουσιάζονται στην είσοδο: (1,1,–1,–1), (1,–1,–1,–1), (–1,–1,–1,1), (–1,–1,1,1).

5.3 Στατιστικά δίκτυα Hopfield

Είδαμε ότι στα απλά δίκτυα Hopfield χρησιμοποιούμε την εξίσωση (5.2) για να αναπροσαρμόσουμε τις τιμές των νευρώνων. Αν αντί για την εξίσωση (5.2) χρησιμοποιήσουμε ένα στατιστικό τρόπο αναπροσαρμογής, ανάλογο με αυτό του προηγουμένου κεφαλαίου, τότε έχουμε ένα σύστημα προσομοίωσης ανόπτησης (simulated annealing). Η πιθανότητα να αλλάξει ένα βάρος τώρα εξαρτάται από την διαφορά (έξοδος – κατώφλι), δηλ. $E_i = S_i – \theta_i$, και η πιθανότητα P_i δίνεται τώρα από:

$$P_i = \frac{1}{1 + e^{-\Delta E_i / T}} \tag{5.9}$$

T είναι η τεχνητή «θερμοκρασία» του συστήματος. Αρχικά βάζουμε μία μεγάλη τιμή στο T, οπότε οι νευρώνες έχουν μία αρχική κατάσταση που δίνεται από τα διανύσματα εισόδου. Ακολούθως, το δίκτυο βρίσκει το ελάχιστο της ενέργειας με τα εξής δύο βήματα:

(1) Η κατάσταση κάθε νευρώνα γίνεται 1 με πιθανότητα P_i. Διαφορετικά γίνεται 0.

(2) Σταδιακά ελαττώνουμε την θερμοκρασία Τ μέχρις ότου το σύστημα φθάσει σε ισορροπία.

5.4 Δίκτυα με συνεχείς τιμές

Σε όσα είδαμε παραπάνω οι δυνατές τιμές των καταστάσεων των νευρώνων ήταν 0 και 1, δηλαδή το σύστημα είναι δυαδικό. Θα μπορούσαν όμως οι τιμές αυτές να είναι σε μία συνεχή περιοχή, και όχι αναγκαστικά δυαδικές. Ένα τέτοιο δίκτυο θα μπορούσε να κάνει πιο πολλά πράγματα, γιατί δεν έχει πλέον τον περιορισμό αυτό των τιμών σε 0/1. Το δίκτυο αυτό έχει την ίδια τοπολογία όπως και το δυαδικό δίκτυο. Τα βάρη έχουν την συμμετρική εξίσωση $w_{ij} = w_{ji}$. Η αναπροσαρμογή γίνεται τώρα με την σιγμοειδή συνάρτηση, αντί του κατωφλίου που χρησιμοποιεί το δυαδικό δίκτυο. Η σιγμοειδής συνάρτηση είναι η εξίσωση (4.1) (με γραφική παράσταση στο Σχήμα 4.2). Αυτή είναι η συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda x}} \tag{5.10}$$

όπου λ είναι ένας συντελεστής που χαρακτηρίζει πόσο απότομη είναι η σιγμοειδής συνάρτηση. Εάν το λ είναι μεγάλο, τότε ένα συνεχές δίκτυο μοιάζει πολύ με ένα δυαδικό δίκτυο, και τελικά όλες οι τιμές των εξόδων γίνονται 0 ή 1. Εάν το λ είναι μικρό, τότε οι τιμές των εξόδων απομακρύνονται από τις δυαδικές τιμές. Όπως είδαμε και στο κεφάλαιο 4 (ενότητα 4.1) οι σιγμοειδείς συναρτήσεις χρησιμοποιούνται γιατί έχουν ορισμένες επιθυμητές ιδιότητες, και μάλιστα οι συναρτήσεις που έχουν τέτοιες ιδιότητες είναι πολύ λίγες. Η πιο σημαντική ιδιότητα είναι ότι η $f(x)$ ποτέ δεν απειρίζεται, για οποιαδήποτε τιμή του x, και επίσης δεν έχει καμία ασυνέχεια. Για τιμές του x πολύ κάτω από το κατώφλι (που είναι 0), η τιμή της εξόδου είναι σχεδόν 0. Για τιμές πολύ πάνω από το κατώφλι, η έξοδος είναι σχεδόν 1. Για τιμές που είναι στο ενδιάμεσο διάστημα η συνάρτηση αυξάνεται απότομα. Εκτός από την $f(x)$ στην εξίσωση 5.10, μία άλλη σιγμοειδής συνάρτηση που χρησιμοποιείται συχνά είναι η tanh$x$.

Στην περίπτωση των συνεχών τιμών, οι αναπροσαρμογές στους νευρώνες δεν γίνονται σε τακτά χρονικά διαστήματα (αυθαίρετες μονάδες χρόνου), αλλά σε συνεχή χρόνο. Ισχύει η εξίσωση:

$$C_j \frac{ds_j}{dt} = \sum_i w_{ji} V_i - \frac{s_j}{R_j} + I_j \tag{5.11}$$

όπου $C_j > 0$ είναι μία σταθερά, $R_j > 0$ είναι μία σταθερά που ελέγχει την αντίσταση που παρουσιάζει στο να μηδενίζεται η τιμή του νευρώνα j. I_j είναι εξωτερικό σήμα στον νευρώνα j. V_i είναι η έξοδος του νευρώνα i μετά την εφαρμογή της σιγμοειδούς συνάρτησης. Η εξίσωση της παραμέτρου Ε τώρα είναι:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_j \sum_i w_{ji} s_j s_i - \sum_j s_j I_j \tag{5.12}$$

όπου I_j είναι ο συντελεστής ορμής του σήματος εισόδου. Όπως πριν, έτσι και εδώ η συνάρτηση E πρέπει να ελαχιστοποιηθεί για να εκπαιδευθεί το δίκτυο.

5.5 Συνειρμική μνήμη

Η εφαρμογή αυτή είναι η μία από τις δύο κύριες περιπτώσεις κατά τις οποίες είναι χρήσιμα τα δίκτυα Hopfield. Συνειρμική μνήμη ονομάζουμε την ιδιότητα που έχει ένα σύστημα που στην περίπτωση που ανακαλεί ένα τμήμα μόνο μιας μνήμης, να μπορεί να αναπαράγει ολόκληρη την μνήμη ή τουλάχιστον ένα μεγάλο τμήμα της. Ένα καλό παράδειγμα είναι λ.χ. όταν ακούσουμε τις πρώτες νότες ενός μουσικού σκοπού, ότι μπορούμε και θυμόμαστε τις υπόλοιπες (τις παρακάτω) νότες χωρίς άλλη εξωτερική βοήθεια. Αυτό είναι αντίθετο με τον τρόπο που δουλεύουν οι υπολογιστές, οι οποίοι έχουν σταθερές και ορισμένες διευθύνσεις για την συνηθισμένη μνήμη. Έτσι στους υπολογιστές όταν δίνεται μια συγκεκριμένη διεύθυνση, τότε μπορεί να εξετασθεί το περιεχόμενο μόνο της διεύθυνσης αυτής.

Ας εξετάσουμε ένα παράδειγμα, στο οποίο η μνήμη είναι ένα διάνυσμα από 0/1. Κάθε διάνυσμα είναι το όνομα ενός προσώπου και συνδέεται με ένα συγκεκριμένο χρώμα. Κάθε διάνυσμα είναι μία κατάσταση του συστήματος που συνεπάγεται ένα ελάχιστο της ενέργειας. Εάν το σύστημα βρεθεί σε μία αρχικά τυχαία κατάσταση, τότε θα αρχίσει να αναπροσαρμόζεται μέχρις ότου φθάσει στο ελάχιστο ενέργειας, που θα είναι η σωστή απάντηση για το δίκτυο ως προς την αντιστοιχία ονόματος–χρώματος. Στο Σχήμα 5.5 βλέπουμε τρία ονόματα: Πέτρος, Χάρης, Ελεάνα και τα τρία αντίστοιχα χρώματα, κόκκινο, πράσινο και μπλε.

Στο παράδειγμα αυτό η πλήρης μνήμη χρειάζεται 24 νευρώνες, 12 για το όνομα και 12 για το χρώμα. Στην παράγραφο (1) βλέπουμε ότι κάθε διάνυσμα αντιστοιχεί σε ένα όνομα και χρώμα, Πέτρος–κόκκινο, Χάρης–πράσινο, Ελεάνα–μπλε, και λέμε ότι το δίκτυο έχει κάνει τον συνειρμό του Πέτρου με το κόκκινο, κτλ. Στην παράγραφο (2) βλέπουμε ότι όταν παρουσιάζουμε μόνον το όνομα χωρίς κανένα χρώμα απαιτούμε το σύστημα να βρει το αντίστοιχο χρώμα. Δίνουμε το όνομα Πέτρος και θέλουμε το σύστημα να βρει την σχέση Πέτρος–κόκκινο. Τέλος στην παράγραφο (3) βλέπουμε την περίπτωση που έχουμε θόρυβο. Όταν δίνουμε ένα σήμα με θόρυβο, δηλ. ένα από τα παραπάνω 3 ζεύγη στο οποίο υπάρχουν κάποια (λίγα) σφάλματα, όπως έχουμε λ.χ. στο ζεύγος Χάρης–πράσινο, όπου αντί για (010100111110|010111100111), έχουμε τώρα (001100111111|011011100111). Το δίκτυο μετά από την αναπροσαρμογή θα πρέπει να μας δώσει την ίδια σωστή απάντηση αλλά χωρίς θόρυβο.

(1) Ζεύγη συνειρμικής μνήμης

Πέτρος 001100001101 | 001101111000 κόκκινο

Χάρης 010100111110 | 010111100111 πράσινο

Ελεάνα 100011000111 | 011100011100 μπλε

(2) Παρουσιάζεται τμήμα μόνο της μνήμης

Πέτρος 001100001101 | – – – – – – – – – – – – κενό

Ανακαλείται μετά από προσαρμογή

Πέτρος 001100001101 | 001101111000 κόκκινο

(3) Παρουσιάζεται ένα θορυβώδες σχήμα

Χάρης 001100111111 | 011011100111 πράσινο

Ανακαλείται μετά από προσαρμογή

Χάρης 001100001101 | 010111100111 πράσινο

Σχήμα 5.5
Παράδειγμα συνειρμικής μνήμης

Ένα από τα πιο χαρακτηριστικά σημεία των νευρωνικών δικτύων είναι αυτό το τελευταίο, δηλαδή το ότι μπορεί ένα νευρωνικό δίκτυο να διορθώνει ένα σήμα με θόρυβο και να δίνει την σωστή απάντηση. Πάντα υπάρχει το καίριο ερώτημα ως προς το ποιο μπορεί να είναι το ανώτερο ποσοστό που μπορεί να συμβαίνει αυτό. Και βέβαια δεν υπάρχει μία γενική απάντηση για όλα τα προβλήματα των νευρωνικών δικτύων, αλλά γενικά εκτιμάται εμπειρικά ότι, κατά μέσο όρο, το ποσοστό αυτό είναι γύρω στο 10–15%. Εάν το σφάλμα (θόρυβος) είναι μέχρι το 15% το πολύ, τότε το δίκτυο βρίσκει την σωστή απάντηση, ενώ εάν είναι το σφάλμα μεγαλύτερο από το 15%, τότε το δίκτυο, παρόλη την εκπαίδευση που έχει πάρει, αποτυγχάνει. Ο αριθμός αυτός λοιπόν πρέπει να χρησιμοποιείται προσεκτικά.

Ο αριθμός των νευρώνων που πρέπει να περιέχει το νευρωνικό δίκτυο πρέπει να είναι ίσος με τον αριθμό των στοιχείων των προτύπων τα οποία θέλουμε να κρατήσει στην συνειρμική μνήμη. Κάθε πρότυπο, όπως είδαμε στο παράδειγμα του Σχήματος 5.5, είναι ένα διάνυσμα από 0/1, και συμβολίζεται:

$$A_p = (a_{p1},a_{p2},a_{p3},\ldots,a_{pn}) \tag{5.13}$$

όπου α_{pi} = το στοιχείο i του προτύπου p. Αν υπάρχουν m πρότυπα τότε:

$$w_{ji} = \sum_{p=1}^{m} (2a_{pi} - 1)(2a_{pj} - 1) \tag{5.14}$$

Οι όροι ($2\alpha_{pi}$–1) και ($2\alpha_{pj}$–1) μπορεί να έχουν τιμή –1 ή 1 μόνον. Το άθροισμα περιέχει όλα τα πρότυπα. Όταν συμβεί να έχουμε $\alpha_{pj} = \alpha_{pi}$, τότε το w_{ji} αυξάνεται κατά 1, καθότι δύο στοιχεία του προτύπου p είναι ολόιδια. Όταν συμβεί $\alpha_{pj} \neq \alpha_{pi}$ τότε το w_{ji} ελαττώνεται κατά 1, καθ’ ότι δύο στοιχεία του προτύπου p είναι διαφορετικά. Αυτό ισχύει και γίνεται για όλα τα στοιχεία και για όλα τα πρότυπα. Με τον τρόπο αυτό βρίσκουμε τα βάρη w_{ji}, τα οποία είναι πλέον καθορισμένα και δεν αλλάζουν κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης. Παρατηρούμε λοιπόν ότι η τελική αυτή επιλογή των βαρών που βασίζεται στην εξίσωση (5.14) εξαρτάται από την επιλογή των προτύπων τα οποία παρουσιάζονται στο δίκτυο.

Υπάρχουν όμως και αρκετοί περιορισμοί και δυσκολίες που παρουσιάζουν τα δίκτυα Hopfield όταν χρησιμοποιούν συνειρμική μνήμη. Δεν είναι ικανά να βρίσκουν πάντοτε την σωστή απάντηση, αλλά μερικές φορές δίνουν λανθασμένους συνδυασμούς (spurious states). Μερικές φορές δίνουν ιδιαίτερη έμφαση σε μία λύση, χωρίς λόγο, την οποία ανακαλούν πιο συχνά από ότι πρέπει. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι σχετικός με την πολυπλοκότητα της γνωστής επιφάνειας που ορίζει το σύστημα. Αν η αρχική κατάσταση είναι κοντά σε ένα τοπικό ελάχιστο, τότε το σύστημα εύκολα ελαχιστοποιεί την παράμετρο Ε, εισερχόμενο στο τοπικό αυτό ελάχιστο. Αλλά μπορεί το ελάχιστο αυτό να μην αντιστοιχεί στην πιο σωστή λύση. Ο Hopfield προσπαθώντας να διορθώσει τους περιορισμούς αυτούς εισάγει έναν νέο όρο στην εξίσωση (5.14), που γίνεται:

$$\Delta w_{ji} = -\varepsilon(2a_{pj} - 1)(2a_{pi} - 1) \tag{5.15}$$

όπου το ε είναι ένας μικρός παράγων, $0 < \varepsilon << 1$. Και η νέα αυτή εξίσωση δεν λύνει όλα τα προβλήματα, αλλά είναι οπωσδήποτε μία καλυτέρευση από την προηγούμενη.

5.6 Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή

Η δεύτερη κατηγορία προβλημάτων στα οποία χρησιμοποιούνται τα δίκτυα Hopfield είναι τα προβλήματα βελτιστοποίησης. Η βελτιστοποίηση είναι μία ευρεία περιοχή των τεχνικών επιστημών. Είναι ο κλάδος που, όταν έχουμε ένα πρόβλημα με πολλές συναφείς λύσεις, προσπαθεί να βρει την καλύτερη (τη βέλτιστη) δυνατή. Μερικά τέτοια προβλήματα είναι η βέλτιστη διαδρομή σήματος σε ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα, η διαδρομή που πρέπει να ακολουθεί ο βραχίωνας ενός ρομπότ στην γραμμή παραγωγής,, κτλ. Το να βρεθεί η καλύτερη λύση δεν είναι πάντα εύκολο, αλλά σήμερα υπάρχουν πολλοί τρόποι που αντιμετωπίζουν παρόμοια προβλήματα. Ο Hopfield έδειξε πως μπορεί ένα νευρωνικό δίκτυο να χρησιμοποιηθεί για να δώσει άλλη μία λύση σε προβλήματα της κατηγορίας αυτής. Θα εξετάσουμε την τεχνική αυτή με ένα παράδειγμα, αυτό του πλανόδιου πωλητή [5, 6, 7, 8].

Το πρόβλημα του πλανώδιου πωλητή (traveling salesman problem, TSP) είναι από τα πιο γνωστά προβλήματα στην περιοχή της βελτιστοποίησης και από τα πιο δύσκολα να λυθούν. Έχει λυθεί με διάφορες μεθόδους, αλλά καμία δεν είναι εύκολη και άμεση. Ανήκει στην κατηγορία των προβλημάτων τύπου «NP complete» (non–deterministic polynomial), τα οποία δεν έχουν ακριβείς λύσεις, και έτσι οι λύσεις που προτείνονται είναι «ευρετικές λύσεις». Πολλές φορές μάλιστα σε τέτοια προβλήματα, παρ' όλο που μία συγκεκριμένη λύση είναι η πλέον σωστή, επειδή είναι πολύ δύσκολο ή αδύνατο να την βρούμε, είμαστε ικανοποιημένοι αν βρούμε μία άλλη λύση που είναι αρκετά καλή, έστω και αν δεν είναι η καλύτερη.

Το πρόβλημα TSP ορίζεται ως εξής: Έχουμε μία ομάδα από πόλεις σε έναν χάρτη με συγκεκριμένες συντεταγμένες που πρέπει να επισκεφθεί ένας πλανόδιος πωλητής ακολουθώντας μια συγκεκριμένη διαδρομή. Οι περιορισμοί που υπάρχουν στη διαδρομή είναι οι εξής: Ο πλανόδιος πωλητής πρέπει να επισκεφθεί κάθε πόλη μόνον μία φορά και στο τέλος πρέπει να επιστρέψει στην αρχική πόλη. Ζητείται να βρούμε τη διαδρομή εκείνη η οποία είναι η μικρότερη.

Ο Hopfield πρότεινε μία λύση χρησιμοποιώντας ένα δίκτυο του τύπου που περιγράφεται παραπάνω, και ακολουθεί την παρακάτω διαδικασία: Η λύση περιλαμβάνει την επίσκεψη σε μία ομάδα από n πόλεις. Θέλουμε να αναπαραστήσουμε την ομάδα αυτή σε ένα νευρωνικό δίκτυο. Κάθε πόλη είναι ένας νευρώνας σε μία σειρά n νευρώνων. Μόνο ένας νευρώνας σε κάθε σειρά μπορεί να είναι 1, ενώ όλοι οι άλλοι πρέπει να είναι 0. Ο νευρώνας που είναι ίσος με 1 δείχνει την σειρά με την οποία θα επισκεφθεί την συγκεκριμένη πόλη ο πλανόδιος πωλητής. Ο πίνακας 5.1 δείχνει μια τέτοια παράσταση για το πρόβλημα με 10 πόλεις. Οι πόλεις είναι A, B, C, D, …, J. Οι στήλες του πίνακα δείχνουν πότε (δηλ. με ποια σειρά) γίνεται η επίσκεψη στην αντίστοιχη συγκεκριμένη πόλη. Έτσι η διαδρομή αρχίζει από την πόλη G, ακολούθως, B, J, A, D, H, C, F, I, E.

Πίνακας 5.1

Πόλη	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
B	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
I	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
J	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

Το σύστημα αυτό απαιτεί n^2 νευρώνες, και βλέπουμε ότι ο αριθμός αυτός αυξάνεται πολύ γρήγορα με το n. Καθ' ότι ο πλανόδιος πωλητής επισκέπτεται κάθε πόλη μία μόνο φορά, και μπορεί να επισκεφθεί μία μόνο πόλη την φορά (δεν μπορεί να βρίσκεται ταυτόχρονα σε δύο πόλεις) υπάρχει μόνον ένα 1 σε κάθε σειρά και σε κάθε στήλη του Πίνακα 5.1. Το πρόβλημα με n πόλεις έχει $n!/(2n)$ διαφορετικές διαδρομές, επομένως έχει αυτό τον αριθμό των λύσεων. Αν $n = 10$, τότε υπάρχουν 181440 διαφορετικές διαδρομές, ενώ αν $n = 60$, τότε υπάρχουν $6{,}9 \times 10^{79}$ διαφορετικές διαδρομές. Βλέπουμε λοιπόν ότι το μέγεθος του προβλήματος είναι εξαιρετικά μεγάλο, λόγω του παραγοντικού που έχει ο αριθμός των διαδρομών.

Στην λύση που προτείνεται κάθε νευρώνας έχει δύο δείκτες. Ο πρώτος δείκτης δείχνει την πόλη και ο δεύτερος δείκτης δείχνει την σειρά με την οποία ο πλανόδιος πωλητής θα την επισκεφθεί. Ετσι το στοιχείο V_{xi} λέγει ότι η πόλη x είναι η $i^{\text{στη}}$ πόλη στην σειρά επίσκεψης. Η συνάρτηση της παραμέτρου E ορίζεται μόνον για τις λύσεις αυτές που δίνουν μόνο ένα 1 σε κάθε στήλη και κάθε σειρά. Επίσης πρέπει να προτιμώνται οι λύσεις που έχουν την μικρότερη διαδρομή. Έτσι η παράμετρος E θα δίνεται από:

$$
\begin{aligned}
E = (A/2)\sum_x \sum_i \sum_j V_{xi} V_{xj} \qquad & j \neq i \qquad \text{1ος όρος} \\
+(B/2)\sum_i \sum_x \sum_y V_{xi} V_{yi} \qquad & y \neq x \qquad \text{2ος όρος} \\
+(C/2)\sum_x \sum_i \left(V_{xi} - n^2\right) \qquad & \qquad \text{3ος όρος} \\
+(D/2)\sum_x \sum_y \sum_i d_{xy} s_{xi} (V_{y,i+1} + V_{y,i-1}) \qquad & \qquad \text{4ος όρος}
\end{aligned}
\tag{5.16}
$$

όπου A, B, C και D είναι παράμετροι (σταθερές), $V_{x,i}$ είναι ένα στοιχείο του Πίνακα, στην σειρά x, και στην στήλη i.

Παρατηρούμε ότι η εξίσωση 5.16 έχει συνολικά 4 όρους. Κάθε όρος στην εξίσωση αυτή εισάγει κάποιους περιορισμούς τους οποίους έχει εξ ορισμού το πρόβλημα TSP. Κάθε περιορισμός επιβάλλεται με την ελαχιστοποίηση του αντίστοιχου όρου. Ο πρώτος όρος επιτρέπει μία μόνο επίσκεψη σε κάθε πόλη. Ο όρος αυτός έχει μικρή τιμή (είναι 0) μόνον όταν κάθε σειρά έχει μόνο ένα 1. Ο δεύτερος όρος δεν επιτρέπει στον πλανόδιο πωλητή να βρίσκεται σε δύο διαφορετικές πόλεις την ίδια στιγμή. Ο όρος αυτός είναι μικρός (είναι 0) μόνον όταν κάθε στήλη έχει μόνο ένα 1. Ο τρίτος όρος επιτρέπει μόνον n πόλεις να υπάρχουν στην διαδρομή. Ο όρος αυτός είναι μικρός (είναι 0) όταν υπάρχουν ακριβώς n αριθμοί από 1 στον Πίνακα. Ο τέταρτος όρος παριστάνει το συνολικό μήκος της διαδρομής που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί.

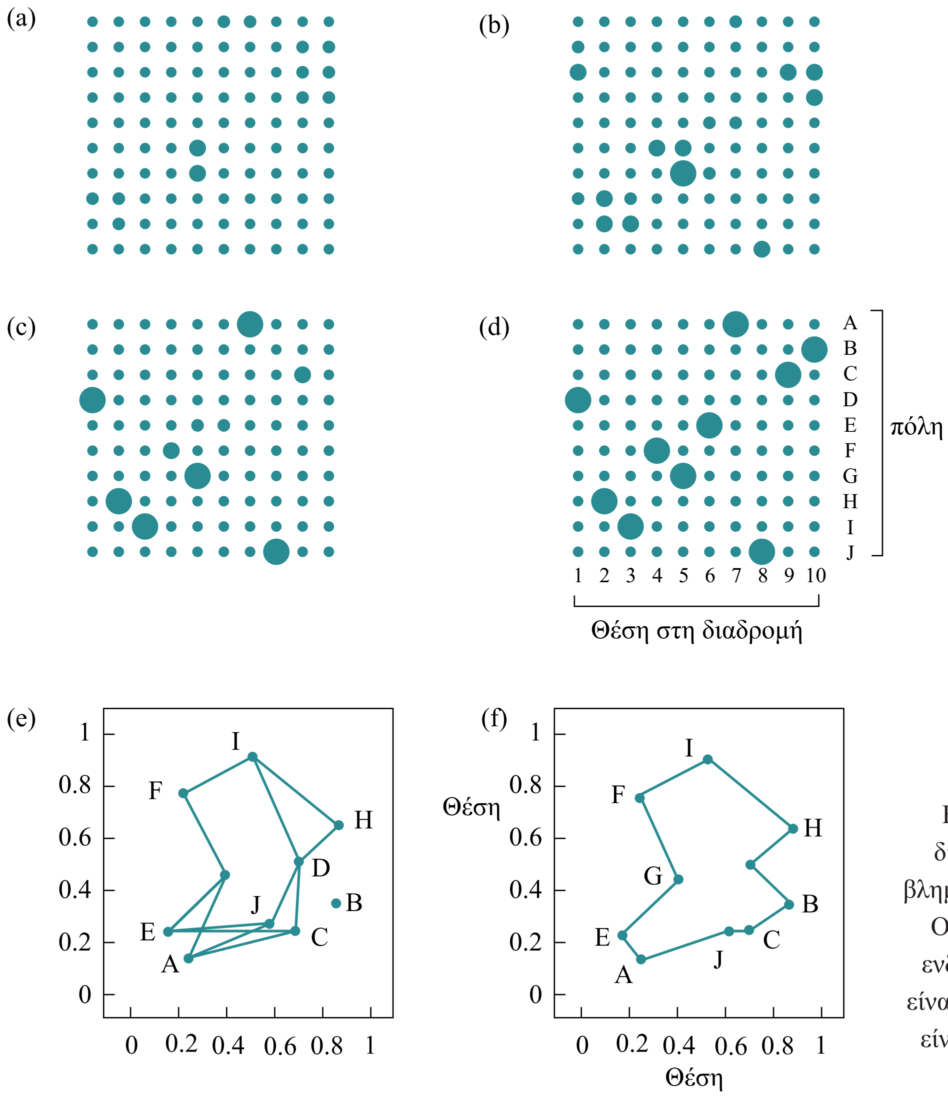
Οι τιμές των σταθερών A, B και C πρέπει να είναι μεγάλες, έτσι ώστε οι καταστάσεις που έχουν χαμηλή ενέγεια να παριστάνουν «καλές» διαδρομές. Η μεγάλη τιμή στο D εξασφαλίζει ότι θα βρεθεί μία σύντομη διαδρομή. Το επόμενο βήμα είναι να βρεθούν τα βάρη w. Έτσι έχουμε:

$$
\begin{aligned}
w_{xi,yi} = \; & -A\delta_{xy}(1 - \delta_{ij}) \\
& -B\delta_{y}(1 - \delta_{xy}) \\
& -C \\
& -Dd_{xy}(\delta_{j,i+1} + \delta_{j,i-1})
\end{aligned}
\tag{5.17}
$$

όπου δ_{ij} είναι το Kronecker, $\delta_{ij} = 1$ εάν $i = j$, και $\delta_{ij} = 0$ εάν $i \neq j$. Ο όρος Α δεν επιτρέπει πλέον του ενός 1 σε μία σειρά, ο όρος Β δεν επιτρέπει πλέον του ενός 1 σε μία στήλη, ο όρος C δίνει έναν συνολικό περιορισμό, ενώ τέλος ο όρος D είναι όρος απόστασης. Επιπλέον, κάθε νευρώνας έχει μία εξωτερική ορμή (bias):

$$I_{xj} = Cn \tag{5.18}$$

όπου C είναι η παραπάνω σταθερά και n είναι ο αριθμός των πόλεων. Η αρχική κατάσταση του νευρωνικού δικτύου είναι τυχαία και το δίκτυο υφίσταται συνεχείς αναπροσαρμογές μέχρις ότου συγκλίνει σε μία σταθερή κατάσταση. Όταν επιτευχθεί η σύγκλιση τότε η διαδρομή του πλανόδιου πωλητή δίδεται από την τελική κατάσταση του δικτύου.



Σχήμα 5.6

Εξέλιξη ενός νευρωνικού δικτύου που λύνει το πρόβλημα TSP με n = 10 πόλεις. Οι καταστάσεις a,b,c είναι ενδιάμεσες, η κατάσταση d είναι η τελική. Η διαδρομή e είναι ενδιάμεση, ενώ η διαδρομή f είναι η τελική.

Στο Σχήμα 5.6 βλέπουμε την εξέλιξη του δικτύου ενώ αναπροσαρμόζει τις τιμές των μονάδων του. Κάθε πίνακας έχει διάσταση 10×10 για το πρόβλημα $n = 10$. Η τιμή του στοιχείου του πίνακα είναι ανάλογη με την διάμετρο της μαύρης τελείας που υπάρχει στα Σχήματα (a)–(d). Στα (a), (b), και (c) έχουμε φωτογραφίες από ενδιάμεσες καταστάσεις, ενώ στο (d) έχουμε την τελική λύση, αφού έχουν τελειώσει όλες οι αναπροσαρμογές. Στο (e) έχουμε την διαδρομή του πωλητή για μία ενδιάμεση τέτοια κατάσταση, που δείχνει ότι μία ενδιάμεση κατάσταση μπορεί να έχει διαδρομή με δύο πόλεις την ίδια χρονική στιγμή (δύο στοιχεία στην ίδια στήλη) ή να μην επισκέπτεται καθόλου κάποιες πόλεις (κανένα στοιχείο σε μία σειρά). Στο (f) έχουμε την τελική διαδρομή, η οποία και υπακούει όλους τους κανόνες του προβλήματος. Επιπλέον η συνολική απόσταση είναι η μικρότερη από άλλες πιθανές διαδρομές.

Το δίκτυο Hopfield λύνει το πρόβλημα TSP ικανοποιητικά για τιμές έως $n = 30$, αλλά έχει προβλήματα για μεγαλύτερες τιμές. Μας δίνει όμως ένα πολύ καλό παράδειγμα προβλημάτων που λύνουν τα νευρωνικά δίκτυα. Οι Hopfield–Tank έλυσαν το 1985 το πρόβλημα TSP για $n = 10$, χρησιμοποιώντας την εξής σιγμοειδή συνάρτηση:

$$s = \frac{1}{2}\left[1 + \tanh\left(\frac{S}{u_0}\right)\right] \tag{5.19}$$

όπου s είναι η έξοδος του δικτύου, S είναι η γνωστή μας ποσότητα το άθροισμα των γινομένων (εξίσωση 3.1), και u_o είναι μία σταθερά. Το αποτέλεσμα ήταν ότι 16 από τις 20 πραγματοποιήσεις συνέκλιναν σε σωστές διαδρομές, ενώ το 50% των λύσεων ήταν «καλές», δηλ. οι προτεινόμενες διαδρομές ήταν από τις πλέον σύντομες. Από τον τρόπο λειτουργίας του δικτύου στο πρόβλημα TSP, το δίκτυο Hopfield έχει χαρακτηριστικά παράλληλης αρχιτεκτονικής, πράγμα που θα μπορούσε να είναι χρήσιμο σε αντίστοιχες πειραματικές διατάξεις. Ο ασύγχρονος τρόπος αναπροσαρμογής των στοιχείων του δικτύου είναι μία ιδιότητα που μόνο στα δίκτυα αυτά εμφανίζεται και μπορεί να είναι ιδιαίτερα χρήσιμο στοιχείο όταν αναζητούμε γρηγορότερες ταχύτητες λειτουργίας των επεξεργαστών.

Αργότερα ο Hopfield χρησιμοποίησε παρόμοιες δομές και για μια άλλη εφαρμογή: κατασκεύασε ένα δίκτυο που επιτελεί μία αναλογική–σε–ψηφιακή μετατροπή τεσσάρων δυαδικών ψηφίων (4 bits). Οι αντιστάσεις είναι τα βάρη w. Οι νευρώνες είναι ενισχυτές και δίνουν και κανονική και ανεστραμένη (inverted) έξοδο, ώστε τα w να μπορεί να είναι και αρνητικά. Το δίκτυο αυτό χρησιμοποιεί 4 νευρώνες και εργάζεται με επιτυχία.

Δραστηριότητα 5.2

Προσομοίωση του προβλήματος TSP. Η δραστηριότητα αυτή είναι από τα πιο αντιπροσωπευτικά προβλήματα στην περιοχή της βελτιστοποίησης και η επίλυσή της απαιτεί την κατανόηση της μεθόδου των δικτύων Hopfield με συνεχείς τιμές. Το πρόβλημα έχει περιγραφεί λεπτομερώς στην ενότητα 5.6 και είναι το εξής: για ένα τυχαίο σύνολο πόλεων σε ένα χάρτη βρείτε τη βέλτιστη (συντομότερη) διαδρομή που πρέπει να ακολουθήσει ένας πλανόδιος πωλητής, ώστε να επισκεφτεί όλες τις πόλεις μία μόνο φορά την καθεμιά και να επιστρέψει στην πόλη όπου ξεκίνησε. Συνίσταται να δώσετε προσοχή στα επόμενα βήματα και υποδείξεις.

1) Ξεκινήστε παίρνοντας 10 πόλεις στο χάρτη με τις παρακάτω συντεταγμένες και θεωρήστε σύνολο $10 \times 10 = 100$ νευρώνων U_{xi}, όπου οι γραμμές (x) παριστάνουν πόλεις και οι στήλες (i) θέσεις στη διαδρομή. Αν υποθέσουμε ότι η πόλη που θα επισκεφτεί ο πωλητής παριστάνεται με έναν νευρώνα με κατάσταση ενεργοποίησης (ON), τότε, αφού θέλουμε να επισκεφτούμε μία μόνο πόλη κάθε φορά, όλοι οι νευρώνες που παριστάνουν τις άλλες πόλεις πρέπει να βρίσκονται σε κατάσταση απενεργοποίησης (OFF). Μια έγκυρη διαδρομή αντιπροσωπεύει ακριβώς έναν νευρώνα σε κατάσταση ON σε κάθε σειρά και σε κάθε στήλη.

Πόλη	***X***	***Y***
A	0,21	0,17
B	0,87	0,36
C	0,58	0,27
D	0,73	0,48
E	0,17	0,22
F	0,26	0,78
G	0,39	0,41
H	0,92	0,59
I	0,52	0,91
J	0,61	0,26

2) Για την επίλυση του προβλήματος προτείνεται η χρήση των συνεχών δικτύων Hopfield (Continuous Hopfield Net). Για ένα τέτοιο δίκτυο, θεωρήστε ως u_{xi} την εσωτερική δραστηριότητα κάθε νευρώνα και για το σήμα εξόδου του εφαρμόστε αντί της σιγμοειδούς συνάρτησης, τη συνάρτηση: $v_{xi} = 0{,}5\ (1 + \tanh(\mathrm{a}\ u_{xi}))$. (tanh: συνάρτηση υπερβολικής εφαπτομένης)

3) Σε κάθε κύκλο της εκπαίδευσης του δικτύου, μεταβάλετε τις δραστηριότητες του κάθε νευρώνα, κάνοντας χρήση του τύπου

$$u_{x,i}(new) = u_{x,i} + \Delta t[-u_{x,i} - A\sum_{j\neq i} v_{x,j} - B\sum_{y\neq x} v_{y,i} + C\{N - \sum_{x}\sum_{j} v_{x,j}\} -$$
$$-D\sum_{y\neq x} d_{x,y}(v_{y,i+1} + v_{y,i-1})]$$

που ουσιαστικά αντιστοιχεί στην επίλυση μιας διαφορικής εξίσωσης για τη δραστηριότητα κάθε νευρώνα.

4) Ως κριτήριο σύγκλισης θέστε τον κανόνα norm = $N[u(\text{new}) - u] / N[u]$, όπου $N[u(\text{new}) - u]$ ορίζεται η ως μέγιστη απόλυτη τιμή της διαφοράς μεταξύ των νέων και των παλιών δραστηριοτήτων των νευρώνων, ενώ $N[u]$ είναι η μέγιστη απόλυτη τιμή των δραστηριοτήτων των νευρώνων. Όταν αυτή η νόρμα γίνει μικρότερη ή ίση με μια σταθερά ανοχής, που προτείνεται να έχει τιμή tol = 0,001, θεωρήστε ότι το δίκτυο έχει συγκλίνει. Ουσιαστικά, η νόρμα είναι ένα μέτρο που δείχνει πόσο έχουν αλλάξει οι λύσεις μεταξύ τους.

5) Για την αρχικοποίηση των δραστηριοτήτων των 100 νευρώνων προτείνεται ο μετασχηματισμός των Wilson & Pawley

$u_{xi} = \cos[a\tan((y_i - 0{,}5)/(x_i - 0{,}5)) + 2\pi(j-1)/n] * \text{sqr}t\{ (x_i - 0{,}5)^2 + (y_i - 0{,}5)^2\}$,

όπου y_i και x_i είναι συντεταγμένες της x πόλης.

6) Χρησιμοποιήστε ως σταθερές του προβλήματος τις τιμές: A = B = 500, C = 200, D = 300, N = 12, a = 50, Δt = 0,02

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 5.4

Σωστό ή Λάθος. Το δίκτυο Hopfield έχει το πλεονέκτημα ότι πάντα μπορεί να ξεφεύγει απο τοπικά ελάχιστα

Σύνοψη

Συνοψίζοντας, τα δίκτυα Hopfield παρουσιάζουν τα εξής χαρακτηριστικά:

- *είναι δίκτυα ενός μόνον επιπέδου*
- *κάθε νευρώνας είναι συνδεδεμένος με όλους τους άλλους νευρώνες, όχι όμως με τον εαυτό του*
- *μόνον ένας νευρώνας αναπροσαρμόζεται σε μία δεδομένη στιγμή, κατ' αντίθεση με την μέθοδο της οπισθοδιάδοσης όπου όλοι οι νευρώνες σε ένα επίπεδο αναπροσαρμόζονται ταυτόχρονα*
- *οι νευρώνες αναπροσαρμόζονται με τυχαία σειρά, αλλά κάθε νευρώνας πρέπει να αναπροσαρμόζεται με τον ίδιο μέσο ρυθμό, λ.χ. για ένα δίκτυο με 10 νευρώνες μετά από 100 αναπροσαρμογές κάθε νευρώνας πρέπει να έχει αναπροσαρμοσθεί περίπου 10 φορές*
- *η έξοδος ενός νευρώνα είναι 0 ή 1*

Το δίκτυο Hopfield είναι τύπος δικτύου που λειτουργεί με μηχανισμό ανάδρασης. Η δομή του είναι σχετικά απλή, καθώς επίσης και η εκπαίδευση του. Χρησιμοποιείται σε προβλήματα που καλύπτουν κυρίως δύο εφαρμοφές: την συνειρμική μνήμη και προβλήματα βελτιστοποίησης. Όπως και οι άλλες κατηγορίες δικτύων που έχουμε εξετάσει, έτσι και τα δίκτυα Hopfield παρουσιάζουν διάφορα μειονεκτήματα και δυσκολίες στην λύση των προβλημάτων που εξετάζουν, τα οποία μερικές φορές τα καθιστούν ανεπαρκή ή πολύ χρονοβόρα. Εντούτοις η μελέτη τους βοηθά στην καλύτερη κατανόηση των προβλημάτων και δίνει καλύτερη φυσική σημασία στα διάφορα στάδια της λύσης τους.

Βιβλιογραφικές παραπομπές

[1] Y. S. Abu–Mostafa and J. M. St. Jacques, Information capacity of the Hopfield model, IEEE Transactions on Information Theory, vol. **IT–31**, 461(1985).

[2] S. Haykin, Neural Networks: A Comprehensive Foundation, Second Edition, Prentice Hall, Upper Saddle Point (1999).

[3] J. J. Hopfield, Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities, Proc. Natl. Acad. Sci, **79**,2554(1982).

[4] J. J. Hopfield, Neurons with graded response have collective computational properties like those of two–state neurons, Proc. Natl. Acad. Sci, **81**,3088(1984).

[5] J. J. Hopfield and D. W. Tank, Neural computations of decisions in optimization problems, Biol. Cybern, **52**,141(1985).

[6] J. J. Hopfield and D. W. Tank, Computing with neural circuits: A model, Science, **233**,625(1986).

[7] S. Kirkpatrik, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi, Optimization by Simulated Aneealing, Science, **220**,671(1983)

[8] G. V. Wilson and G. S. Pawley, On the ability of the traveling salesman problem algorithm of Hopfield and Tank, Biol. Cybern., **58**,63(1988).

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο 6

Δίκτυα Kohonen

Σκοπός

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται ένας νέος τύπος δικτύου το οποίο εκπαιδεύεται χωρίς επίβλεψη, το δίκτυο Kohonen. Δίδεται λεπτομερώς η δομή του δικτύου, καθώς και τα διάφορα βήματα εκπαίδευσής του.

Προσδοκώμενα Αποτελέσματα

Όταν ολοκληρώσετε τη μελέτη του κεφαλαίου αυτού, θα είστε σε θέση να:

- *κατασκευάσετε ένα δίκτυο τύπου Kohonen.*
- *ακολουθήσετε ένα–προς–ένα όλα τα βήματα εκπαίδευσης,*
- *μεταβάλετε τον ρυθμό εκπαίδευσης και το μέγεθος γειτονίας των νευρώνων*
- *εξηγήσετε την έννοια «αυτο–οργανούμενη απεικόνιση χαρακτηριστικών»*

Έννοιες κλειδιά

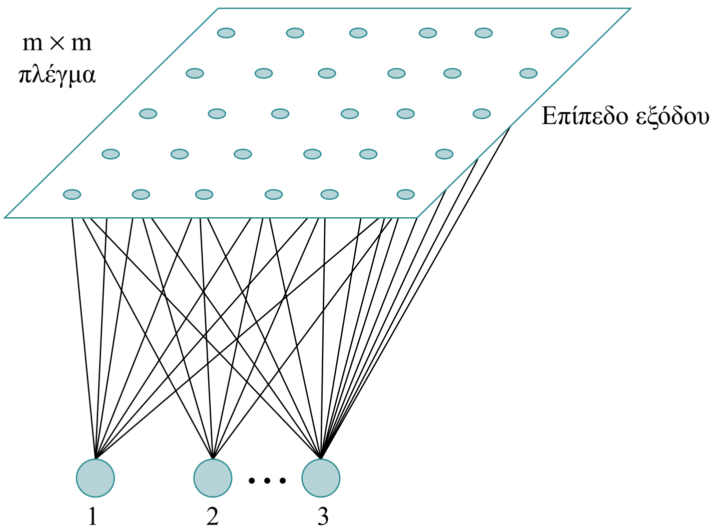
- *Δίκτυο τύπου Kohonen*
- *αυτο–οργάνωση*
- *εκπαίδευση χωρίς επιτήρηση*
- *γειτονία νευρώνα.*

Εισαγωγικές Παρατηρήσεις

Αυτό το μοντέλο νευρωνικών δικτύων προτάθηκε [5] το 1984 από τον Kohonen και παρουσιάζει την διαδικασία εκπαίδευσης ενός νευρωνικού δικτύου χωρίς επίβλεψη, δηλαδή δεν δίδεται καμία εξωτερική επέμβαση σχετικά με τους στόχους που πρέπει να εκπαιδευθεί να αναγνωρίζει ένα δίκτυο. Λέμε ότι το δίκτυο αυτό παρουσιάζει χαρακτηριστικά αυτο–οργάνωσης. Η αυτο–οργάνωση απλώς ως ιδέα είχε προταθεί από πολύ καιρό πριν [6,7] από τον von der Malsburg το 1973, αλλά ο Kohonen ήταν αυτός που προχώρησε την εξέλιξη της και θεωρείται ο πατέρας των δικτύων αυτών. Τα χαρακτηριστικά του δικτύου Kohonen είναι ότι μπορεί να ταξινομεί διανύσματα με την βοήθεια ενός αλγόριθμου αυτόνομης (χωρίς επίβλεψη) μάθησης. Το δίκτυο *οργανώνει τα βάρη του w με τέτοιο τρόπο ώστε να αναγνωρίζει όποια κανονικότητα μπορεί να υπάρχει στα διανύσματα εισόδου. Κάνει λοιπόν μία αντιστοίχηση των εισόδων στην έξοδο και για τον λόγο αυτό λέμε ότι επιτελεί μία αυτο–οργανούμενη απεικόνηση χαρακτηριστικών (self–organizing feature map). Μία σημαντική αρχή της οργάνωσης των αισθητηρίων οργάνων στον εγκέφαλο είναι ότι η κατανομή των νευρώνων παρουσιάζει μια κανονικότητα που αντικατοπτρίζει κάποια ειδικά χαρακτηριστικά των εξωτερικών ερεθισμάτων που διαδίδονται σε αυτά. Έτσι τα δίκτυα Kohonen ακολουθούν κάποια χαρακτηριστικά των βιολογικών δικτύων [2,3].*

6.1 Η δομή των δικτύων Kohonen

Το δίκτυο Kohonen αποτελείται από δύο επίπεδα. Το πρώτο επίπεδο, όπως συνήθως, είναι το επίπεδο εισόδου. Το δεύτερο επίπεδο έχει το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό ότι είναι οργανωμένο σε μορφή πλέγματος, που μπορεί να έχει οποιαδήποτε διάσταση, π.χ μπορεί να έχουμε ένα δισδιάστατο πλέγμα, δηλ. μία επιφάνεια που έχει επάνω της $m \times m$ μονάδες (λ.χ. μικρές τελίτσες) που αντιστοιχούν στους νευρώνες. Τα δύο αυτά επίπεδα έχουν πλήρη συνδεσμολογία, δηλαδή κάθε μονάδα εισόδου συνδέεται με όλες τις μονάδες του επιπέδου. Το Σχήμα 6.1 δείχνει την δομή ενός τέτοιου δικτύου. Το σήμα εισόδου είναι ένα διάνυσμα με n στοιχεία. Έτσι τελικά έχουμε ένα πλήθος από $n \times m \times m$ συνδέσεις.



Σχήμα 6.1
Δομή δικτύου Kohonen

6.2 Η εκπαίδευση του δικτύου Kohonen

Όταν παρουσιάζεται ένα πρότυπο στο επίπεδο εισόδου, κάθε νευρώνας παίρνει την αντίστοιχη τιμή του εισερχόμενου σήματος. Οι νευρώνες στο δεύτερο επίπεδο αθροίζουν τις τιμές των εισόδων και από όλους τους νευρώνες στο επίπεδο εξόδου επιλέγεται ένας μόνον με έξοδο 1, ενώ όλοι οι άλλοι έχουν έξοδο 0. Ακολούθως, πραγματοποιούνται οι αλλαγές στα βάρη w μέχρις ότου το δίκτυο εκπαιδευτεί στα εισερχόμενα πρότυπα. Η προσαρμογή των βαρών γίνεται με τέτοιο τρόπο, ώστε μετά την εκπαίδευση το δίκτυο να είναι σε θέση να διεγείρει τον ίδιο πάντα νευρώνα εξόδου για διανύσματα εισόδου που ανήκουν στην ίδια τάξη. Επειδή η εκπαίδευση γίνεται αυτόνομα (χωρίς στόχους), δεν μπορούμε να γνωρίζουμε εκ των προτέρων σε ποια από τις τάξεις θα αντιστοιχεί ο καθένας από τους νευρώνες εξόδου, με αποτέλεσμα η αντιστοίχηση να γίνεται μόνο μετά την εκπαίδευσή τους. Όπως και σε άλλα δίκτυα, αρχικά οι τιμές των w είναι τυχαίες. Επιλέγονται, λ.χ. από μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών η οποία παράγει αριθμούς στο διάστημα από 0,0 ως 1,0 με ομαλή κατανομή. Ένα πρότυπο λοιπόν που παρουσιάζεται στο επίπεδο εισόδου έχει την μορφή:

$$S = (s_1, s_2, s_3, \ldots, s_n) \tag{6.1}$$

Τα βάρη w που συνδέουν το επίπεδο εισόδου με την μονάδα i στο επίπεδο εξόδου δίδονται από:

$$w_i = (w_1, w_2, w_3, \ldots, w_{in}) \tag{6.2}$$

Πρώτα υπολογίζουμε μία αντίστοιχη τιμή για κάθε νευρώνα στο επίπεδο εξόδου, η οποία δείχνει κατά πόσο τα βάρη αντιστοιχούν στις τιμές εισόδου. Η αντίστοιχη τιμή για τον νευρώνα i είναι:

$$\| S - W_i \| \tag{6.3}$$

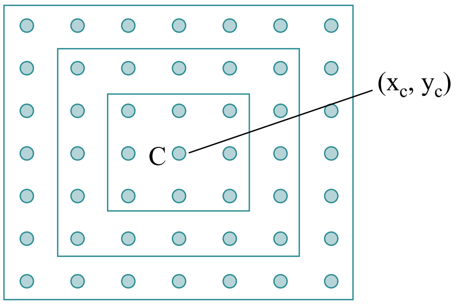
το οποίο είναι η Ευκλείδεια απόσταση ή Ευκλείδεια νόρμα μεταξύ των διανυσμάτων S και W_i και υπολογίζεται από την σχέση:

$$d_j = \sqrt{\sum_j (s_j - w_{ij})^2} \tag{6.4}$$

Η μονάδα αυτή που έχει την μικρότερη αντίστοιχη τιμή είναι η πλέον κατάλληλη ανάμεσα σε όλες τις άλλες μονάδες και έτσι επιλέγουμε τη μονάδα αυτή, την οποία ονομάζουμε c, και λέμε ότι:

$$\| S - W_c \| = \min\left\{ \left\| S - W_i \right\| \right\} \tag{6.5}$$

όπου το min θεωρείται ότι λαμβάνεται σε όλες τις μονάδες i του επιπέδου εξόδου. Αν συμβεί δύο μονάδες να έχουν ακριβώς την ίδια τιμή, τότε παίρνουμε αυτή που έχει την μικρότερη τιμή του δείκτη i. Οι διπλές κάθετες γραμμές στις εξισώσεις υποδηλώνουν ότι έχουμε πράξεις μεταξύ διανυσμάτων, που πρέπει να γίνουν κανονικά, στοιχείο προς στοιχείο. Οι νόρμες στο δεξί μέρος της εξίσωσης (6.5) υπολογίζονται πάλι από την εξίσωση (6.4).



Σχήμα 6.2
Διαδοχικά τετράγωνα με κέντρο τον νευρώνα c, που αναπαριστούν διάφορα μεγέθη γειτονίας γύρω από τον κεντρικό νευρώνα

Αφού επιλέξουμε τον νευρώνα που υπερτερεί, ακολούθως ορίζουμε την γειτονία γύρω από τον νευρώνα αυτό. Ως γειτονία θεωρούμε όλες τις μονάδες που είναι κοντά στην πλέον κατάλληλη μονάδα. Το μέγεθος της γειτονίας διαφέρει από περίπτωση σε περίπτωση. Όπως βλέπουμε στο Σχήμα 6.2, σχηματίζουμε ένα τετράγωνο με κέντρο την μονάδα c, και το οποίο περιέχει N_c μονάδες, ανάλογα βέβαια με το μήκος της πλευράς του τετραγώνου. Στην αρχή της διαδικασίας εκπαίδευσης το N_c είναι μεγάλο και η γειτονία περιλαμβάνει ένα μεγάλο τετράγωνο. Κατά την διάρκεια όμως της διαδικασίας τα βάρη αλλάζουν τιμή και έτσι συνεχώς η περιοχή της γειτονίας μικραίνει, ώσπου στο τέλος περιλαμβάνει μόνον τη μονάδα c. Η διόρθωση των βαρών w γίνεται με την εξίσωση:

$$\Delta w_{ij} = \begin{cases} a\left(s_j - w_{ij}\right) & \text{εάν η μονάδα } i \text{ ανήκει στην γειτονία } N_c \\ 0 & \text{εάν η μονάδα } i \text{ δεν ανήκει στην γειτονία } N_c \end{cases} \tag{6.6}$$

Αφού βρούμε το Δw_{ij}, εύκολα αναπροσαρμόζουμε τα w_{ij}. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η μονάδα c και οι μονάδες που ανήκουν στην γειτονία της να αλλάζουν και να μοιάζουν περισσότερο με τα πρότυπα εισόδου. Για να προχωρήσουμε στην λύση του προβλήματος πρέπει να ορισθούν η σταθερά α και το μέγεθος του N_c. Η σταθερά α είναι ο ρυθμός εκπαίδευσης. Αρχικά έχει μία μεγάλη τιμή, αλλά κατά την διαδικασία εκπαίδευσης ελαττώνεται. Η εξίσωση της ελάττωσης αυτής δίδεται από

$$\alpha_t = \alpha_o\left(1 - \frac{t}{T}\right) \tag{6.7}$$

όπου α_0 είναι η αρχική τιμή του α. T είναι ο συνολικός αριθμός των κύκλων εκπαίδευσης που υφίσταται το δίκτυο, t είναι ο τρέχων κύκλος. Συνήθεις τιμές του α_0 είναι $0{,}2 < \alpha_0 < 0{,}5$, ενώ κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης το α ελαττώνεται και τελικά γίνεται 0. Η ελάττωση αυτή είναι γραμμική με τον αριθμό των κύκλων (δηλαδή με τον χρόνο).

Ως προς το μέγεθος της γειτονίας, θεωρούμε την αρχική μονάδα με συντεταγμένες (x_c,y_c). Εάν d είναι η απόσταση από το c ως το τέλος της γειτονίας, τότε η γειτονία περιλαμβάνει όλα τα (x,y) για τα οποία:

$$\begin{aligned} c-d &< x < c+d \\ c-d &< y < c+d \end{aligned} \tag{6.8}$$

Αρχικά το d έχει μία τιμή d_0. Το d_0 τίθεται αυθαίρετα, και πρέπει να είναι περί το 1/2 του μεγέθους ολοκλήρου του επιπέδου. Η ελάττωση του d καθώς προχωράει η εκπαίδευση γίνεται με την εξίσωση:

$$d = d_o\left(1 - \frac{t}{T}\right) \tag{6.9}$$

όπου όπως βλέπουμε έχουμε μία εξίσωση ανάλογη με την εξίσωση του α. Και εδώ η ελάττωση είναι γραμμική ως προς το χρόνο. Η εκπαίδευση σταματάει όταν το d γίνει $d = 1$, καθόσον έχουμε ένα πλέγμα όπου η μικρότερη δυνατή απόσταση είναι 1. Το πόσο γρήγορα θα γίνει $d = 1$ εξαρτάται απο τα d_o, t, T, όπως δίνεται από την εξίσωση (6.9). Συνοπτικά η διαδικασία εκπαίδευσης του δικτύου Kohonen είναι:

- Διαλέγουμε πρώτα τον νευρώνα στο επίπεδο εξόδου του οποίου τα βάρη ταιριάζουν καλύτερα με το πρότυπο εισόδου.
- Μεταβάλλουμε τα βάρη w_{ij} έτσι ώστε η αντιστοιχία αυτή να αυξάνεται.
- Σταδιακά ελαττώνουμε το μέγεθος της γειτονίας, καθώς επίσης και το μέγεθος της αλλαγής στα w, καθόσον το δίκτυο εκπαιδεύεται [1,4].

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 6.1

Ένα δίκτυο με συνολικό αριθμό κύκλων εκπαίδευσης ίσο με 1000 έχει αρχικό ρυθμό εκπαίδευσης $\alpha_0 = 0{,}15$ και ζητείται να βρούμε πόσους κύκλους θα χρειασθεί για να πέσει ο ρυθμός αυτός στο 0,003.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 6.2

Σε ένα δίκτυο με 3 μονάδες στην είσοδο παρουσιάζουμε 4 πρότυπα, τα εξής: (0,8 0,7 0,4), (0,6 0,9 0,9), (0,3 0,4 0,1) και (0,1 0,1 0,3), ακριβώς με αυτή την σειρά. Τα πρότυπα αυτά αντιστοιχούνται στην έξοδο με δύο μονάδες με τα εξής βάρη: (0,5 0,6 0,8) και (0,4 0,2 0,5). Ο ρυθμός εκπαίδευσης $\alpha = 0{,}5$. Υπολογίστε τις αλλαγές στα βάρη κατά τον πρώτο κύκλο.

Δραστηριότητα 6.1

Εκπαίδευση δικτύου όπως στην Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 6.2, αλλά σε πλήρη έκταση (ενώ στην παραπάνω Άσκηση έγινε ένας μόνον κύκλος): Σε ένα δίκτυο με 4 μονάδες στην είσοδο παρουσιάζονται 4 πρότυπα, τα εξής (1,1,0,0), (0,0,0,1), (1,0,0,0) και (0,0,1,1). Τα πρότυπα αυτά αντιστοιχούνται στην έξοδο με δύο νευρώνες με τα εξής βάρη: (0,2 , 0,6 , 0,5 , 0,9) και (0,8 , 0,4 , 0,7 , 0,3). Αρχικά $\alpha(0) = 0{,}6$, και ισχύει η εξίσωση: $\alpha(t+1) = 0{,}5\alpha(t)$. Προχωρήστε στην πλήρη εκπαίδευση του δικτύου αυτού και βρείτε τα τελικά βάρη w.

Υπόδειξη: Ξεκινάμε όπως και στην Άσκηση 6.2. Εφαρμόζουμε και τα 4 πρότυπα με τον ίδιο τρόπο και μετά τον πρώτο κύκλο έχουμε: w = (0,032 , 0,096 , 0,680 , 0,984) και (0,968 , 0,304 , 0,112 , 0,048). Τώρα έχουμε ότι α = 0,5(0,6) = 0,3

w_{ij}(νέο) = w_{ij}(παλαιό) + 0,3[x_i–w_{ij}(παλαιό)] = 0,7w_{ij}(παλαιό) + 0,3x_i

Μετά τον δεύτερο κύκλο τα βάρη έχουν τώρα τις τιμές: (0,016 , 0,047 , 0,630 , 0,999) και (0,980 , 0,360 , 0,055 , 0,024). Μεταβάλλουμε τώρα τον ρυθμό εκπαίδευσης ώστε να πέσει από 0,6 σε 0,01 μετά από 100 κύκλους και παίρνουμε τα εξής αποτελέσματα:

Κύκλος 0: (0,2 , 0,6 , 0,5 , 0,9) και (0,8 , 0,4 ,0,7 , 0,3)

Κύκλος 1: (0,032 , 0,096 , 0,680 , 0,980) και (0,970 , 0,300 , 0,110 , 0,048)

Κύκλος 2: (0,0053 , –0,1700 , 0,7000 , 1,000) και (0,9900 , 0,3000 , 0,0200 , 0,0086)

Κύκλος 10: (1,5e–7 , 4,6*e*–7 , 0,6300 , 1,0000) και (1,0000 , 0,3700 , 5,4*e*–7 , 2,3*e*–7)

Κύκλος 50: (1,9*e*–19 , 5,7*e*–15 , 0,5300 , 1,0000) και (1,0000 , 0,4700 , 6,6*e*–15 , 2,8*e*–15)

Κύκλος 100: (6,7*e*–17 , 2,0*e*–16 , 0,5100 , 1,0000) και (1,0000 , 0,4900 , 2,3*e*–16 , 1,0*e*–16)

Τελικά, παρατηρούμε ότι οι τιμές των βαρών συγκλίνουν στις εξής τιμές: (0,0 , 0,0 , 0,5 , 1,0) και (1,0 , 0,5 , 0,0 , 0,0). Αυτές είναι οι τελικές τιμές μετά την εκπαίδευση του δικτύου.

Δραστηριότητα 6.2

Σε ένα δίκτυο Kohonen έχουμε 2 μονάδες εισόδου και 5 εξόδου. Τα βάρη σύνδεσης των νευρώνων έχουν ως εξής: (0,3 , 0,6 , 0,1 , 0,4 , 0,8) και (0,7 , 0,9 , 0,5 , 0,3 , 0,2). Βρείτε ποιά μονάδα στο επίπεδο εξόδου υπερισχύει χρησιμοποιώντας ως κριτήριο το τετράγωνο της Ευκλείδιας απόστασης για το εξής πρότυπο που παρουσιάζεται στην είσοδο του δικτύου: x = (0,5 , 0,2). Χρησιμοποιήστε την τιμή 0,2 για τον ρυθμό εκπαίδευσης και βρείτε τα νέα βάρη για τη μονάδα αυτή. Εαν και οι άλλες 4 μονάδες στο επίπεδο εξόδου εκπαιδευθούν στο πρότυπο, βρείτε τα νέα βάρη και για τις μονάδες αυτές. Η Δραστηριότητα αυτή είναι της ίδιας μορφής όπως και οι Ασκήσεις 6.2 και 6.3 και δεν πρέπει να σας δυσκολεύσει. Ακολουθήστε προσεκτικά τις ίδιες εξισώσεις όπως και προηγουμένως.

Δραστηριότητα 6.3

Σε ένα δίκτυο Kohonen έχουμε 5 μονάδες εισόδου και δύο εξόδου. Τα βάρη σύνδεσης των νευρώνων έχουν ως εξής: (1,0 , 0,8 , 0,6 , 0,4 , 0,2) και (0,2 , 0,4 , 0,6 , 0,8 , 1,0). Βρείτε ποιά μονάδα υπερισχύει χρησιμοποιώντας ως κριτήριο το τετράγωνο της Ευκλείδιας απόστασης για το εξής πρότυπο που παρουσιάζεται στην είσοδο του δικτύου: x = (0,5 , 1,0 , 0,5 , 0,0 , 0,0). Χρησιμοποιήστε την τιμή 0,2 για τον ρυθμό εκπαίδευσης και βρείτε τα νέα βάρη για την μονάδα αυτή. Παρόμοια με την προηγούμενη Δραστηριότητα, ακολουθήστε την διαδικασία της ενότητας 6.2.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 6.3

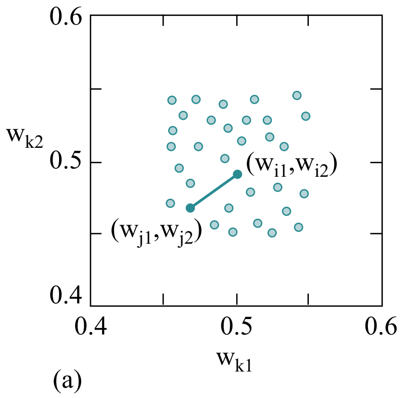
Έστω ότι η αναπροσαρμογή στα βάρη σε ένα δίκτυο Kohonen γίνεται με την παρακάτω εξίσωση: $w_{ij}(n+1) = w_{ij}(n) + \alpha(n)[x_i - w_{ij}(n)]$. Αρχικά έχουμε ότι α(0) = 0,9, και έστω ότι το α αλλάζει με τον εξής νόμο: $\alpha(n+1) = \alpha(n) - 0{,}001$. Βρείτε πόσους κύκλους θα χρειασθεί ούτως ώστε το α να πέσει στην τιμή 0,1.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 6.4

Ένα δίκτυο Kohonen έχει στην έξοδο του ένα πλέγμα με διαστάσεις 10×10, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.2, και αρχικά η ακτίνα είναι 6. Εστω ότι η μονάδα που υπερισχύει ότι βρίσκεται στην άκρη κάτω δεξιά στο πλέγμα και ότι η ακτίνα αναπροσαρμόζεται σύμφωνα με τον κανόνα: $R = R-1$ εάν τρέχων κύκλος mod200 = 0, δηλ. αναπροσαρμόζεται κάθε 200 κύκλους. Πόσες μονάδες θα έχουν αναπροσαρμοσθεί μετά από 1000 κύκλους;

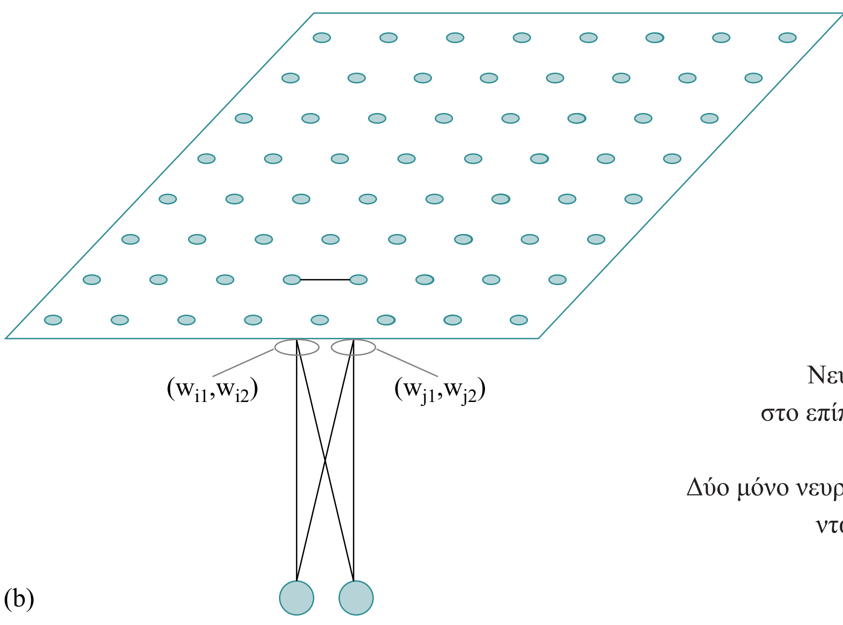
6.3: Παράδειγμα αυτο–οργάνωσης

Έστω ότι έχουμε ένα δίκτυο Kohonen με 2 νευρώνες στο επίπεδο εισόδου και 8×8 νευρώνες στο επίπεδο εξόδου. Καθόσον υπάρχουν δύο νευρώνες στην είσοδο τα πρότυπα που δίνονται προς εκπαίδευση θα είναι διανύσματα με δύο μόνο στοιχεία. Κάθε στοιχείο s έχει τιμή στο διάστημα $0 < s < 1$ και επιλέγεται τυχαία, από μία κατανομή τυχαίων αριθμών. Οι αρχικές τιμές για τα βάρη w επιλέγονται επίσης τυχαία ως εξής: Ξεκινάμε από μία τιμή $w_{ij} = 0{,}5$, και προσθέτουμε έναν μικρό τυχαίο αριθμό στο διάστημα $-0{,}05 < \Delta w < 0{,}05$. Έτσι οι αρχικές τιμές των βαρών θα είναι στο διάστημα $0{,}45 < w_{ij} < 0{,}55$. Τα αρχικά βάρη φαίνονται στο Σχήμα 6.3.

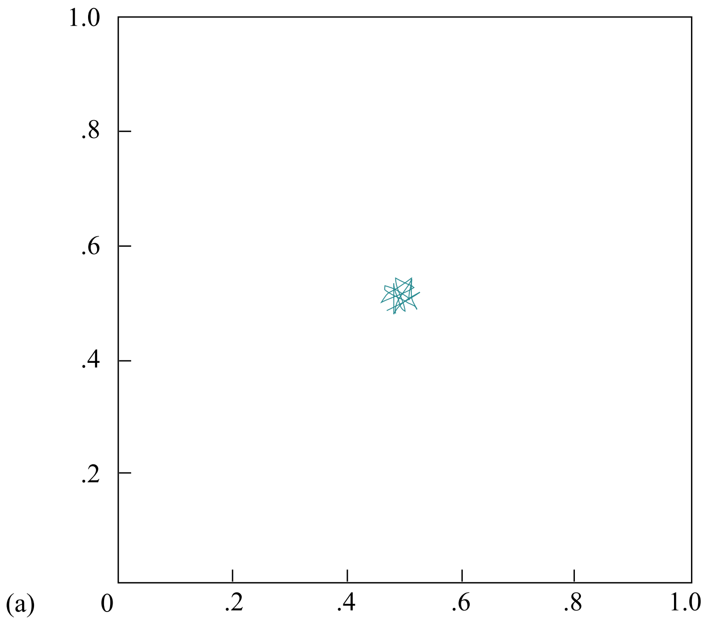


Σχήμα 6.3
Οι τιμές των αρχικών βαρών w που επιλέγονται στο διάστημα $0{,}45 < w < 0{,}55$ για ένα δίκτυο με δύο νευρώνες στο επίπεδο εισόδου και 8 × 8 νευρώνες στο επίπεδο εξόδου (όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.4). Δύο διπλανοί νευρώνες στο επίπεδο εξόδου συνδέονται με μία μικρή συνεχή γραμμή.

Κάθε νευρώνας στο επίπεδο εξόδου αντιστοιχεί με ένα σημείο στην γραφική παράσταση, στην οποία οι συντεταγμένες των σημείων είναι οι τιμές των αρχικών βαρών. Βλέπουμε επίσης ότι δύο από τα σημεία είναι ενωμένα με μία μικρή γραμμή. Τα δύο αυτά σημεία αντιστοιχούν σε δύο διπλανούς νευρώνες στο επίπεδο εξόδου και φαίνονται στο Σχήμα 6.4.



Σχήμα 6.4
Νευρωνικό δίκτυο με δύο νευρώνες στο επίπεδο εισόδου και 8 × 8 νευρώνες στο επίπεδο εξόδου. Δύο μόνο νευρώνες στο επίπεδο εξόδου φαίνονται συνδεδεμένοι με ένα βάρος w. Όλα τα υπόλοιπα w υπάρχουν αλλά δεν φαίνονται στο Σχήμα.

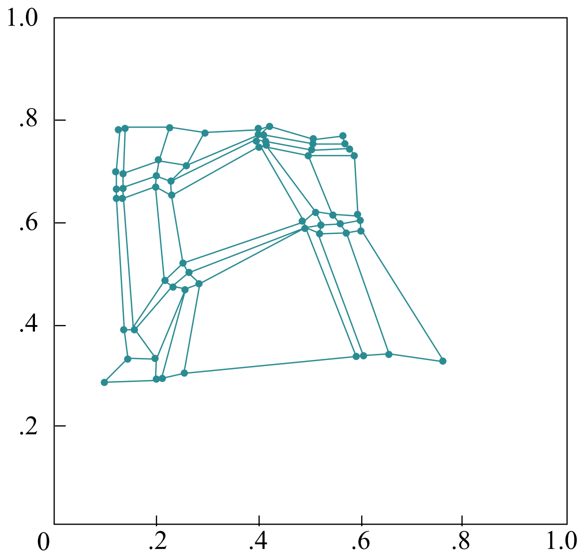


Σχήμα 6.5

Το ίδιο Σχήμα όπως στο 6.3 για το νευρωνικό δίκτυο του Σχήματος 6.4 αλλά τώρα οι άξονες έχουν τιμές $0 < x < 1$ και $0 < y < 1$, αντί του περιορισμένου διαστήματος του Σχήματος 6.3. Η εκπαίδευση του δικτύου δεν έχει αρχίσει ακόμα, άρα $t = 0$.

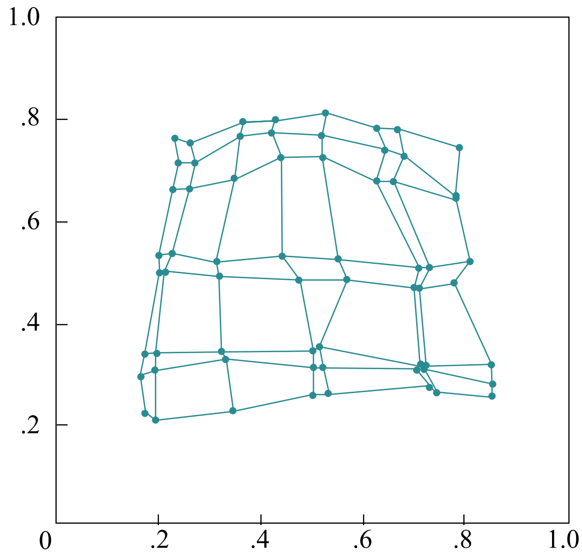
Στα επόμενα Σχήματα του παραδείγματος αυτού θα ενώσουμε όλους τους διπλανούς νευρώνες με γραμμές, καθότι αυτό θα μας επιτρέπει να βλέπουμε πως αλλάζει η δομή των βαρών w με την εκπαίδευση του δικτύου. Στο Σχήμα 6.5 έχουμε την γραφική παράσταση των αρχικών βαρών, όμοια με το Σχήμα 6.3, αλλά εδώ οι άξονες έχουν τιμή από 0 εώς 1 και έτσι τα συσσωρευμένα σημεία στη μέση του τετραγώνου είναι μία σμίκρυνση του Σχήματος 6.3.

Το δίκτυο Kohonen σταδιακά οργανώνεται ξεκινώντας σε χρόνο $t = 0$ με την δομή του Σχήματος 6.5. Καθόσον το δίκτυο εκπαιδεύεται, μετά από 1000 κύκλους, η δομή του δικτύου φαίνεται στο Σχήμα 6.6, όπου βλέπουμε ότι αρχίζει σιγά–σιγά να φαίνεται η φυσική τοποθέτηση των νευρώνων. Οι συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων είναι παραποιημένες και διαστρεβλωμένες. Εντούτοις αρχίζει ήδη να διαφαίνεται ότι οι νευρώνες διασυνδέονται μεταξύ τους σε μία δομή πλέγματος. Μετά από $t = 6000$ κύκλους έχουμε το Σχήμα 6.7. Καθόσον η εκπαίδευση προχωράει τα βάρη των μονάδων έχουν απλωθεί περισσότερο και περισσότερο, διατηρώντας την δομή που είδαμε στο προηγούμενο Σχήμα. Μετά από $t = 20000$ κύκλους έχουμε το Σχήμα 6.8, όπου εδώ οι μονάδες έχουν πάρει πλέον την φυσική τους θέση και καλύπτουν το τετράγωνο ομοιόμορφα. Οι άξονες x και y έχουν τιμές από 0 ως 1, καθότι αυτές ήταν οι τιμές εισόδου στα πρότυπα που χρησιμοποιήσαμε. Παρατηρούμε ότι όσο περνάει ο χρόνος, τόσο το Σχήμα γίνεται πιο κανονικό.



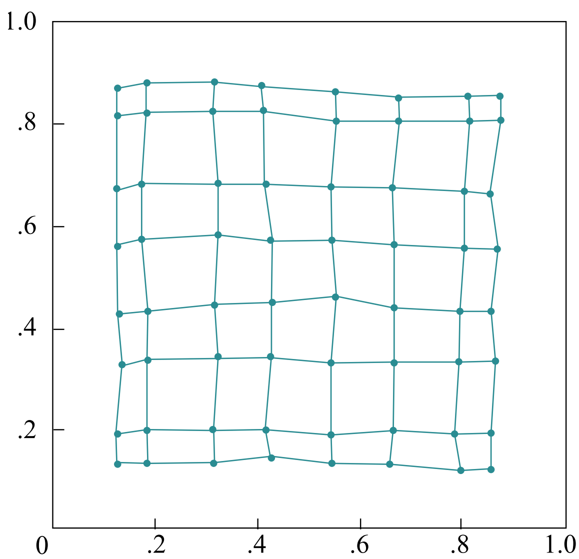
Σχήμα 6.6

Το δίκτυο του Σχήματος 6.4 μετά από εκπαίδευση με 1000 ανακυκλώσεις, δηλαδή $t = 1000$.



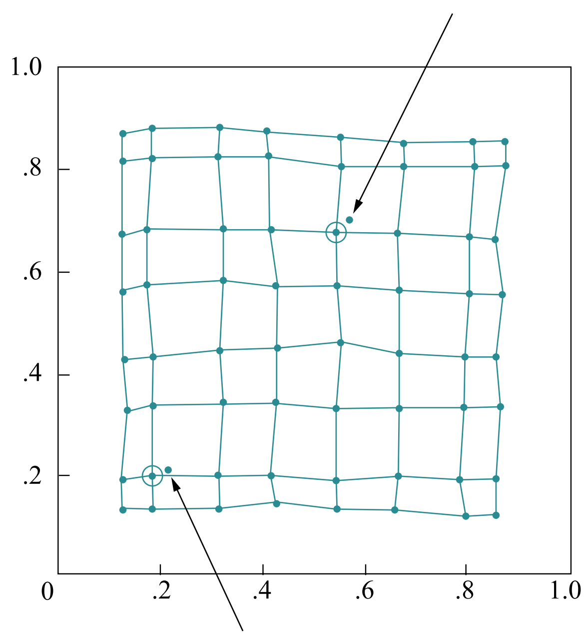
Σχήμα 6.7

Το δίκτυο του Σχήματος 6.4 μετά από εκπαίδευση με 6000 ανακυκλώσεις, δηλαδή $t = 6000$.



Σχήμα 6.8

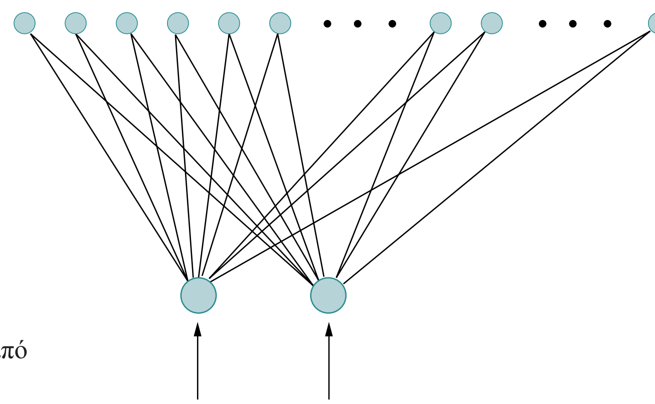
Το δίκτυο του Σχήματος 6.4 μετά από εκπαίδευση με 20000 ανακυκλώσεις, δηλαδή $t = 20000$. Στο σημείο αυτό θεωρούμε ότι η εκπαίδευση του δικτύου έχει τελειώσει.



Σχήμα 6.9

Παρουσιάζονται δύο άγνωστα σημεία στο δίκτυο του Σχήματος 6.4, το οποίο έχει εκπαιδευτεί (όπως φαίνεται διαδοχικά στα Σχήματα 6.6–6.8), και τα οποία σημεία πρέπει να μπορεί να αναγνωρίσει το δίκτυο.

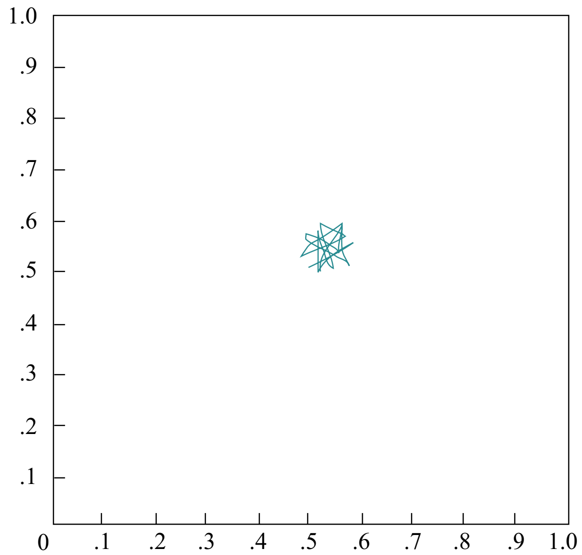
Ο χρόνος $t = 20000$ είναι ο τελικός χρόνος, κατά τον οποίο θεωρείται ότι το δίκτυο έχει εκπαιδευθεί. Θα κρατήσουμε τις τελικές τιμές των παραμέτρων από το Σχήμα 6.8 και θα δούμε τώρα τι έχουμε πετύχει να κάνουμε με την εκπαίδευση αυτή. Έστω ότι θέτουμε δύο νέα σημεία με συντεταγμένες (0,58 , 0,69) και (0,23 , 0,19), όπως στο Σχήμα 6.9, και θέλουμε να δούμε ποια θα είναι η απόκριση του δικτύου στις εισόδους αυτές. Θα επιλεχθεί τώρα ο νευρώνας που είναι πιο κοντά σε καθένα από τα σημεία. Έτσι, κάθε σημείο αναπαριστάται από μία μονάδα του επιπέδου εξόδου που προτιμάται έναντι όλων των άλλων μονάδων. Για το πρώτο σημείο είναι λοιπόν η μονάδα (3,5) και για το δεύτερο σημείο είναι η μονάδα (7,2) του πλέγματος. Βλέπουμε ότι το δίκτυο κατορθώνει να συνδέει ένα άγνωστο πρότυπο που δίδεται στην είσοδο με τον πιο κατάλληλο νευρώνα στο επίπεδο εξόδου. Στους υπολογισμούς αυτούς χρησιμοποιήθηκε $\alpha_0 = 0{,}2$ και $d_o = 4$.



Σχήμα 6.10
Παράδειγμα νευρωνικού δικτύου με δύο νευρώνες στην είσοδο και 40 νευρώνες στην έξοδο οι οποίοι είναι σε ευθεία γραμμή (δηλ. μπορούν να παρασταθούν από ένα μονοδιάστατο πίνακα).

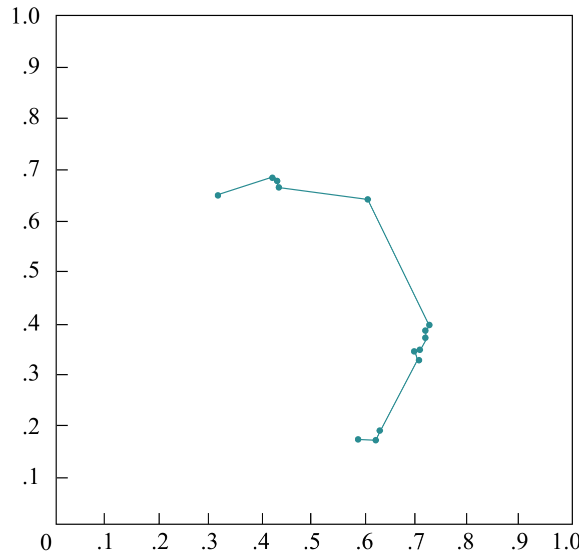
Θεωρούμε ότι το δίκτυο αυτό είναι ένα παράδειγμα αυτο–οργάνωσης, καθότι το δίκτυο Kohonen μπορεί από μόνο του να εκπαιδευθεί και αρχίζοντας από τυχαίες τιμές των βαρών w να καταλήξει σε μία οργανωμένη δομή, όπως είδαμε στα προηγούμενα Σχήματα. Η όλη διαδικασία γίνεται με το να απλωθούν οι νευρώνες του επιπέδου, έτσι ώστε κάθε νευρώνας να αποκρίνεται σε ίδιο αριθμό προτύπων που δίδονται στην είσοδο.

Τα δίκτυα αυτά παρατηρούμε ότι έχουν την ικανότητα να ελαττώνουν τον αριθμό των διαστάσεων που απαιτούνται για την εισαγωγή των προτύπων εισόδου. Στο Σχήμα 6.10 βλέπουμε ένα δίκτυο με δύο εισόδους και επίπεδο εξόδου με 40 μονάδες που είναι όλες σε μία ευθεία γραμμή. Οι δύο νευρώνες στην είσοδο επιτρέπουν να δώσουμε δισδιάστατα πρότυπα προς εκπαίδευση και το δίκτυο θα πρέπει να τα αντιστοιχίσει με την μονοδιάστατη αλυσίδα στην έξοδο. Δίδουμε 60000 διαφορετικά πρότυπα για την εκπαίδευση του δικτύου τα οποία είναι τυχαίοι αριθμοί στο διά-



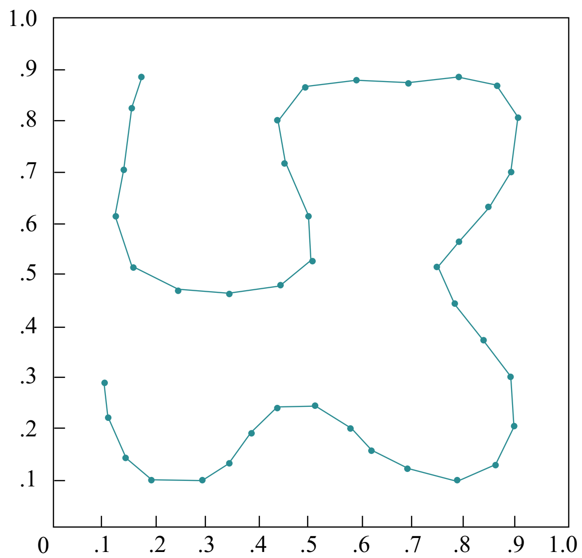
Σχήμα 6.11

Αναπαράσταση του δικτύου του Σχήματος 6.10 στο αρχικό στάδιο της εκπαίδευσής του.



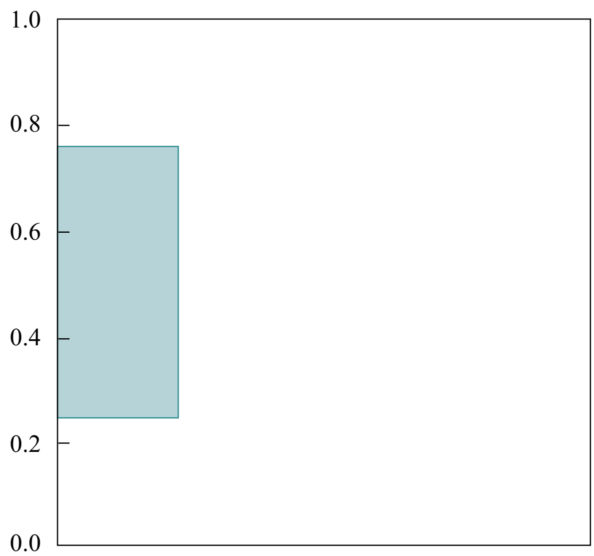
Σχήμα 6.12

Αναπαράσταση του δικτύου του Σχήματος 6.10 σε μεσαίο στάδιο της εκπαίδευσής του.



Σχήμα 6.13

Αναπαράσταση του δικτύου του Σχήματος 6.10 μετά το τέλος της εκπαίδευσής του.

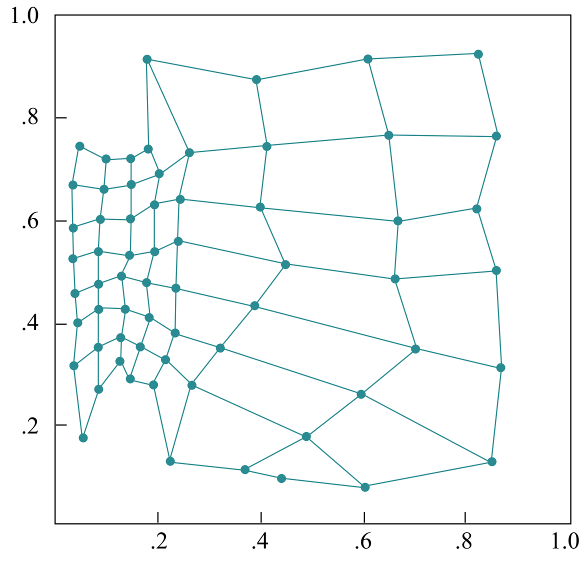


Σχήμα 6.14

Δίκτυο στο οποίο τα πρότυπα που παρουσιάζονται για την εκπαίδευσή του είναι συγκεντρωμένα σε μία περιοχή των τιμών (και όχι ομαλά κατανεμημένα σε όλο το χώρο), στην περιοχή $0 < x < 0{,}3$ και $0{,}27 < y < 0{,}74$.

στημα 0 ως 1. Στα Σχήματα 6.11–6.13 βλέπουμε την χρονική εξέλιξη του συστήματος, καθώς το δίκτυο οργανώνεται. Στο 6.11 το δίκτυο είναι στην αρχή, στο 6.12 είναι σε μεσαίο χρόνο και στο 6.13 στο τέλος μετά την εκπαίδευση. Παρατηρούμε ότι αρχικά η αλυσίδα είναι μαζεμένη και περιπλεγμένη με πολλές επικαλύψεις. Ακολούθως όμως αρχίζει να απλώνεται και να ξετυλίγεται, και έχει λιγότερες επικαλύψεις (Σχ. 6.12). Στο τέλος έχει απλωθεί και καλύπτει όλη την επιφάνεια του συστήματος (Σχ.6.13).

Ένα άλλο χαρακτηριστικό είναι ότι το δίκτυο Kohonen έχει καλύτερη ικανότητα να διακρίνει μεταξύ παρομοίων προτύπων όταν τα πρότυπα αυτά εμφανίζονται πιο συχνά. Το χαρακτηριστικό αυτό είναι ανάλογο με τον κανόνα του Hebb που είδαμε στο κεφάλαιο 2. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το δίκτυο αυτό να μπορεί να διακρίνει ακόμα και πολύ μικρές διαφορές ανάμεσα σε πρότυπα που παρουσιάζονται συχνά. Στο Σχήμα 6.14 χρησιμοποιούμε μία δομή εξόδου 8×8 και θεωρούμε μία γκρίζα περιοχή στην οποία δίνουμε πιο πολλά πρότυπα από τα αναλογούντα. Εδώ δίνουμε 42% των εισόδων στην περιοχή αυτή, ενώ το εμβαδόν που καλύπτει η περιοχή είναι περίπου το 14% του συνολικού. Τα υπόλοιπα 58% είναι από την λευκή περιοχή. Μετά από 20000 κύκλους στο Σχήμα 6.15 παρατηρούμε ότι το δίκτυο έχει παραμορφώσει το πλέγμα που είχαμε προηγουμένως με κανονικές συνθήκες. Δίνει πιο πολλές εξόδους στην γκρίζα περιοχή, σε ίδια αναλογία όπως ήταν αρχικά οι είσοδοι. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το δίκτυο να διακρίνει πιο μικρές διαφορές στο πρότυπο στην γκρίζα περιοχή από ότι στη λευκή περιοχή. Αυτό συμβαίνει διότι όταν ένα νέο σήμα πέσει στη γκρίζα περιοχή, εκεί υπάρχουν πιο πολλές μονάδες εξόδου, που είναι σε μικρότερη απόσταση μεταξύ τους και έτσι διακρίνουν καλύτερα τις μικρές διαφορές.



Σχήμα 6.15

Το δίκτυο του Σχήματος 6.14 μετά την εκπαίδευσή του σε χρόνο $t = 20000$.

Παρατηρήσαμε ήδη ότι τα δίκτυα Kohonen έχουν την ικανότητα να αλλάζουν την διάσταση του συστήματος που εξετάζεται. Το χαρακτηριστικό αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ελαττώσουμε την διάσταση των δεδομένων, καθότι πάντοτε είναι ευκολότερα τα προβλήματα μικρής διάστασης. Ως διάσταση στο πρότυπο εισόδου εννοούμε τον αριθμό των στοιχείων στο διάνυσμα εισόδου. Παρόμοια, στην έξοδο εννοούμε τον αριθμό των διαστάσεων του πλέγματος, δηλαδή ευθεία γραμμή, ένα επίπεδο κτλ. Από τα παραδείγματα που είδαμε προηγουμένως το Σχήμα 6.9 δείχνει ένα δίκτυο με ίδια διάσταση στην είσοδο και έξοδο. Στο Σχήμα όμως 6.10 έχουμε διαφορετική διάσταση, επειδή τα πρότυπα στην είσοδο είναι δύο διαστάσεων, ενώ στην έξοδο έχουν μία διάσταση.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 6.5

Έστω ότι έχουμε τα διανύσματα α = [1 4], p_1 = [2 1], και p_2 = [6 6]. Δείξτε ότι το διάνυσμα α είναι πλησιέστερο στο p_2 παρά στο p_1. *Υπόδειξη:* Θα πρέπει να σχηματίσετε πρώτα τις ποσότητες α $p^{\mathrm{T}}{}_1$ και $\alpha\ p^{T}{}_2$.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 6.6

Εαν στην προηγούμενη άσκηση το διάνυσμα p_2 είναι αυτό που υπερισχύει, δείξτε πως μεταβάλλεται το p_2 υποθέτοντας ότι το ίδιο διάνυσμα α παρουσιάζεται διαδοχικά δύο φορές. Χρησιμοποιήστε μονάδα για τις σταθερές. *Υπόδειξη:* εδώ θα πρέπει πρώτα να κανονικοποιήσετε τα δύο διανύσματα και μετά να κάνετε την παρουσίαση χωριστά για καθεμία από τις δύο φορές που παρουσιάζεται το διάνυσμα.

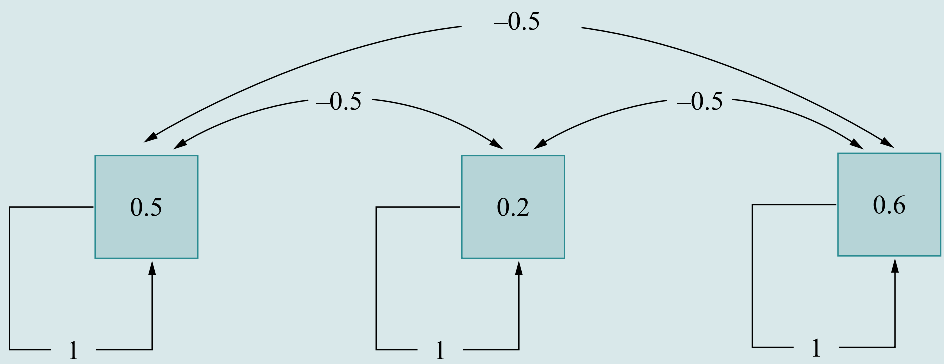
Δραστηριότητα 6.4

Χρησιμοποιήστε μέθοδο προσομοίωσης για να ερευνήσετε ένα δίκτυο Kohonen που αποτελείται από ένα μονοδιάστατο πλέγμα με μία δισδιάστατη είσοδο. Το μονοδιάστατο πλέγμα αποτελείται από 65 νευρώνες. Οι είσοδοι αποτελούνται από τυχαία σημεία τα οποία είναι ομαλώς κατανεμημένα μέσα στην επιφάνεια ενός ισοσκελούς τριγώνου του οποίου οι 3 κορυφές είναι στα σημεία $(-x_1, +x_1, +y_1)$. Υπολογίστε την αντιστοίχηση η οποία παράγεται από τον αλγόριθμο σας μετά από 20, 100, 1000, 10000 και 25000 ανακυκλώσεις.

Δραστηριότητα 6.5

Το δίκτυο Maxnet είναι ένα νευρωνικό δίκτυο το οποίο μπορεί να βρίσκει ποια μονάδα του δικτύου είναι η μεγαλύτερη. Κάθε νευρώνας συνδέεται με κάθε άλλο νευρώνα με βάρη τα οποία έχουν κατευθυντικότητα, και επίσης συνδέεται με τον εαυτό του. Τα βάρη τα οποία υποδεικνύουν ότι οι νευρώνες συνδέονται με τον εαυτό τους έχουν τιμή 1, ενώ τα άλλα βάρη είναι ίσα μεταξύ τους. Ετσι οι τιμές των βαρών υπακούουν την εξίσωση:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{εάν } i = j \\ -\omega & \text{εάν } i \neq j \end{cases}$$



Σχήμα 6.16
Νευρωνικό δίκτυο Maxnet

Όπου 0 < ω < 1/N, και N είναι ο συνολικός αριθμός των νευρώνων. Η ενεργοποίηση ενός νευρώνος τίθεται ίση με την τιμή της εισόδου, εφόσον αυτή είναι μεγαλύτερη του 1. Διαφορετικά τίθεται ίση με 0. Κάθε νευρώνας δέχεται σήμα από όλες τις άλλες μονάδες και από τον εαυτό του. Σε ένα νευρώνα δεν μεταβάλλεται η ενεργοποίηση του παρά μόνο στο τέλος του κύκλου. Κάθε μονάδα αναπροσαρμόζεται συνεχώς μέχρις ότου μόνο μία μονάδα (και όχι περισσότερες) έχει μη–μηδενική ενεργοποίηση. Το Σχήμα 6.16 δείχνει την ενεργοποίηση σε 3 μονάδες, και τα βάρη έχουν τεθεί σύμφωνα με τον παραπάνω κανόνα. Ακολουθήστε την παρακάτω υπόδειξη για την λύση. Κατά τον πρώτο κύκλο η είσοδος στην πρώτη μονάδα είναι: 0,5 + 0,2(–0,5) + 0,6(–0,5) = 0,1. Αφού το αποτέλεσμα είναι μεγαλύτερο του μηδενός, άρα η νέα τιμή της ενεργοποίησης θα είναι 0,1. Η μονάδα όμως διατηρεί την τιμή 0,5 μέχρι το τέλος του πρώτου κύκλου. Η είσοδος στην δεύτερη μονάδα είναι 0,2 + 0,5(–0,5) + 0,6(–0,5) = –0,35. Αφού το αποτέλεσμα είναι μικρότερο του μηδενός, άρα η νέα τιμή της ενεργοποίησης θα είναι 0. Η είσοδος στην τρίτη μονάδα είναι: 0,6 + 0,5(–0,5) + 0,2(–0,5) = 0,25. Αφού το αποτέλεσμα είναι μεγαλύτερο του μηδενός, άρα η νέα τιμή της ενεργοποίησης θα είναι 0,25. Τώρα όλες οι μονάδες μπορούν να αλλάξουν την τιμή ενεργοποίησης.

Κατά τον δεύτερο κύκλο η είσοδος στην πρώτη μονάδα θα είναι 0,1 + 0 + 0,25(–0,5) = –0,025, άρα η νέα τιμή θα είναι 0. Η είσοδος στην δεύτερη μονάδα θα είναι μικρότερη του 0 και η είσοδος στην τρίτη μονάδα θα είναι 0,25 + 0,1(–0,5) + 0 = 0,2. Ετσι βλέπουμε ότι η μόνη μονάδα με μη–μηδενική τιμή είναι η Τρίτη μονάδα, άρα σταματάμε εδώ, και η $3^{η}$ μονάδα είναι αυτή που επικρατεί. Κάνετε πάλι όλη την διεργασία που περιγράφηκε παραπάνω, χρησιμοποιώντας τώρα τιμές ενεργοποίησης 0,7 , 0,6 , 0,3 αντίστοιχα.

Σύνοψη

Τα δίκτυα Kohonen έχουν απλή δομή που αποτελείται από δύο επίπεδα, αυτό της εισόδου και αυτό της εξόδου (μερικές φορές αναφέρεται ότι έχουν ένα μόνο επίπεδο, αλλά φυσικά τότε δεν υπολογίζουμε ως επίπεδο τις εισόδους). Εκπαιδεύονται ώστε να μπορούν να αντιστοιχούν ένα σήμα που παρουσιάζεται στην είσοδο τους με ένα συγκεκριμένο νευρώνα στο επίπεδο εξόδου. Είναι δίκτυα στα οποία η εκπαίδευση γίνεται χωρίς επίβλεψη, δηλ. δεν υπάρχουν εξαρχής δεδομένοι στόχοι που να δίνονται μαζί με τα πρότυπα στην είσοδο. Με την εκπαίδευση, ένα δίκτυο Kohonen μαθαίνει να ξεχωρίζει πρότυπα τα οποία διαφέρουν μεταξύ τους. Σε ταχύτητα, είναι από τα πιο γρήγορα δίκυα που υπάρχουν σε πραγματικό υπολογιστικό χρόνο. Σε εφαρμογές που χρησιμοποιούνται τα δίκτυα Kohonen σε προβλήματα στατιστικής ή τοπολογικής φύσης, οι είσοδοι τους μπορεί να είναι συχνότητες, ή συντεταγμένες, κτλ. Η εκπαίδευση του δικτύου μπορεί να γίνεται συνεχώς ώστε το δίκτυο να έχει την δυνατότητα να προσαρμόζεται και σε νέες αλλαγές που τυχόν παρουσιάζονται σε συνεχή χρόνο.

Ανάλογες με τις αντιστοιχήσεις που κάνουν τα δίκτυα Kohonen γίνονται και στα βιολογικά δίκτυα, στα οποία επίσης παρατηρούνται, όπως και στα δίκτυα Kohonen, χαρακτηριστικά του κανόνα Hebb, δηλ. ότι πρότυπα τα οποία εμφανίζονται πολύ συχνά οδηγούν σε w τα οποία έχουν μεγαλύτερη βαρύτητα.

Βιβλιογραφικές παραπομπές

[1] S. Amari and M. A. Arbib, Competition and cooperation in neural nets, Lecture Notes in Biomath., **45**(1982).

[2] S. Grossberg, The adaptive Brain, North–Holland, New York, 1987.

[3] S. Grossberg, Neural networks and Natural Inteligence, Cambridge (Mass), MIT Press, 1988.

[4] R. Hecht–Nielsen, Neurocomputing, Addison–Wesley, (1990).

[5] T. Kohonen, Self–organization and Associative Memory (3rd Edition), New York, Springer Verlag, 1989.

[6] C. von der Malsburg, Self–organization of orientation sensitive cells in the striate cortex, Kybernetik, **14**,85(1973).

[7] D. J. Willshaw and C. von der Malsburg, Proc. Roy. Soc. London, B **194**,431(1976).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

Στατιστικές μέθοδοι εκπαίδευσης

Σκοπός

Στο κεφάλαιο αυτό εισάγεται μιά νέα κατηγορία νευρωνικών δικτύων τα οποία βασίζονται στην Στατιστική Φυσική. Ο στόχος είναι να περιγραφούν οι βασικές ιδέες οι προερχόμενες από την Φυσική και να δούμε πως χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση δικτύων με στατιστικό τρόπο. Εισάγεται απαραίτητα η έννοια της προσομοίωσης με την τεχνική Monte Carlo που είναι η βάση της τεχνικής αυτής. Αποδεικνύεται επίσης πως τα δίκτυα αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για προβλήματα βελτιστοποίησης. Απώτερος σκοπός μας πάντα είναι να βρούμε έναν ακόμα τρόπο εκπαίδευσης, που πιθανόν για συγκεκριμένα προβλήματα να είναι ο πλέον κατάλληλος.

Προσδοκώμενα Αποτελέσματα

Όταν ολοκληρώσετε την μελέτη του κεφαλαίου αυτού, θα είστε σε θέση να:

- *περιγράψετε την εκπαίδευση ενός νευρωνικού δικτύου με στατιστικό τρόπο*
- *περιγράψετε το φαινόμενο της προσομοιωμένης ανόπτησης*
- *εξηγήσετε την τεχνική προσομοίωσης Monte Carlo και πως χρησιμοποιείται αυτή για την εκπαίδευση με στατιστικό τρόπο*
- *συγκρίνετε την εκπαίδευση Boltzmann με την εκπαίδευση Cauchy*
- *εξηγήσετε γιατί η νέα αυτή τεχνική μπορεί να αποφεύγει τα τοπικά ελάχιστα*
- *περιγράψετε πως χρησιμοποιείται η μέθοδος αυτή για προβλήματα βελτιστοποίησης*

Έννοιες κλειδιά

- *Στατιστική μέθοδος εκπαίδευσης*
- *μέθοδος προσομοίωσης*
- *μέθοδος Monte Carlo*
- *προσομοιωμένη ανόπτηση*
- *τοπικό ελάχιστο*
- *ολικό (γενικό, παγκόσμιο) ελάχιστο*
- *μέθοδος Boltzmann*

- *μέθοδος Cauchy*
- *μέθοδος ειδικής θερμότητας*
- *βελτιστοποίηση.*

Εισαγωγικές Παρατηρήσεις

Τα στατιστικά δίκτυα είναι ένα καλό παράδειγμα που δείχνει πως οι γνώσεις από μία άλλη επιστήμη μπορούν να χρησιμοποιηθούν άμεσα στα νευρωνικά δίκτυα και να προτείνουν έτσι ένα νέο τρόπο εκπαίδευσης. Θα παρουσιάσουμε τις βασικές ιδέες της τεχνικής της προσομοίωσης, όπως αναπτύχθηκαν πριν πενήντα χρόνια και που σήμερα χρησιμοποιούνται σε μεγάλο βαθμό σχεδόν σε όλες τις επιστήμες. Εισάγεται η πιθανότητα Boltzmann και διάφορες φυσικές ιδιότητες, όπως η θερμοκρασία, η ενέργεια κτλ. για τις οποίες δημιουργούμε «νευρωνικά ανάλογα» και τα χρησιμοποιούμε με παράλληλο τρόπο, όπως και στην Φυσική. Το νέο χαρακτηριστικό που συναντάται για πρώτη φορά από όλες τις κατηγορίες δικτύων που είδαμε είναι η σημασία του στατιστικού αποτελέσματος και η έννοια ότι με την διαδικασία αυτή είναι πιθανόν μερικές φορές κατά την εκπαίδευση το σφάλμα να μεγαλώνει αντί να ελαττώνεται, πράγμα που είναι όμως απαραίτητο χαρακτηριστικό της μεθόδου αυτής. Αυτό μας οδηγεί στο μεγάλο πλεονέκτημα ότι τα στατιστικά δίκτυα αποφεύγουν ένα από τα πιο συχνά συναντώμενα προβλήματα, αυτό των τοπικών ελαχίστων. Αυτό δεν σημαίνει όμως ότι είναι η τέλεια μεθόδος χωρίς προβλήματα. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται παρουσιάζεται σε διάγραμμα ροής και περιγράφει μία μορφή προσομοίωσης που είναι κλασικό παράδειγμα της τεχνικής Monte Carlo.

7.1 Οι ιδέες της Στατιστικής Φυσικής στα νευρωνικά δίκτυα

Μία διαφορετική θεώρηση εκπαίδευσης των νευρωνικών δικτύων χρησιμοποιεί ιδέες από την Στατιστική Φυσική για να φέρει τελικά το ίδιο αποτέλεσμα όπως οι άλλες μέθοδοι, δηλ. να εκπαιδεύσει ένα νευρωνικό δίκτυο στα πρότυπα που του παρουσιάζονται. Η ίδια γενική διαδικασία που είδαμε ήδη πολλές φορές ακολουθείται και εδώ, δηλ. κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης πρέπει να αλλάζουν οι τιμές των βαρών w έτσι ώστε στο τέλος το δίκτυο να δίδει το σωστό αποτέλεσμα κάθε φορά που παρουσιάζεται ένα πρότυπο. Τα δίκτυα του κεφαλαίου αυτού είναι παρόμοια με αυτά των προηγουμένων κεφαλαίων και κυρίως με αυτά του μοντέλου Hopfield. Για αυτό και απευθύνονται σε παρόμοια προβλήματα. Οι βασικές ιδέες όμως είναι διαφορετικές και προέρχονται από την Στατιστική Φυσική. Ας δούμε όμως πως γίνεται αυτό. Η Στατιστική Φυσική είναι η κατεξοχήν περιοχή της Φυσικής που χρησιμοποιεί την τυχαιότητα στα φαινόμενα που εξετάζει. Υπεισέρχεται στον μικρόκοσμο και στις ατομικές κινήσεις των μονάδων της ύλης (άτομα, μόρια). Θεωρεί ένα πολύ μεγάλο αριθμό δειγμάτων για τα οποία επιχειρεί πάρα πολλές πραγματοποιήσεις ή μετρήσεις του φαινομένου που μελετάται. Από τις μετρήσεις αυτές υπολογίζει τις κατανομές και τις μέσες τιμές των ιδιοτήτων (δηλ. τον μέσο όρο) που μελετά. Μπορεί να αποδειχθεί όμως ότι ο τρόπος αυτός στο τέλος έχει ως αποτέλεσμα η ιδιότητα που υπολογίζεται να είναι πολύ κοντά στην πραγματικότητα, δηλ σε αυτήν που αναμένεται και θεωρητικά και σε αυτήν που μετράται πειραματικά με άλλους μη στατιστικούς τρόπους. Επειδή ο αριθμός των υπολογισμών που χρησιμοποιούνται είναι πολύ μεγάλος, είναι απαραίτητη η χρήση των υπολογιστών.

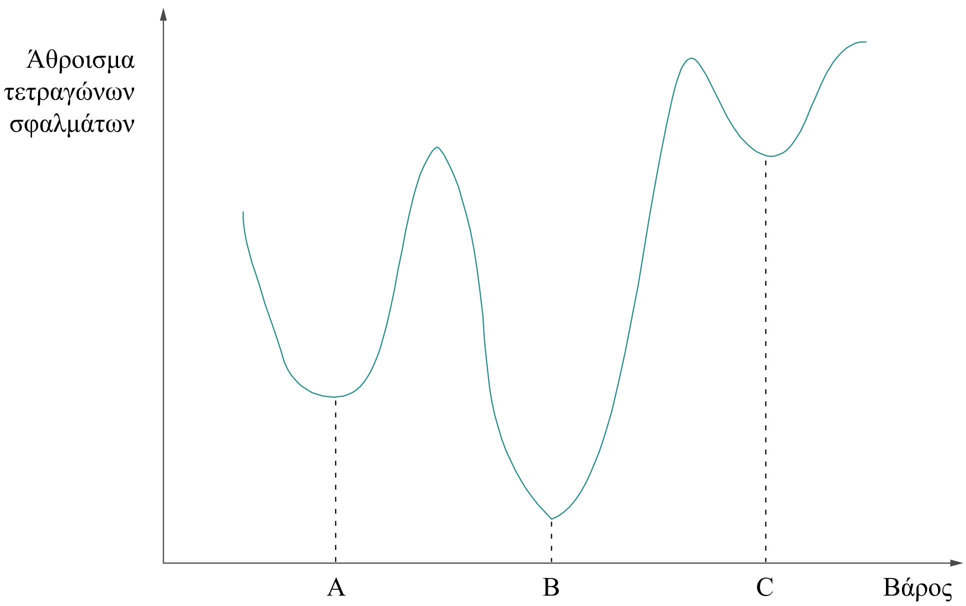
Η διαφορά των στατιστικών μεθόδων από τις άλλες μεθόδους, όπως λ.χ. την μέθοδο της οπισθοδιάδοσης, έγκειται στο ότι στις άλλες μεθόδους ακολουθούμε μία αυστηρή διαδικασία, χρησιμοποιώντας μαθηματικές εξισώσεις όπου αλλάζουμε τα βάρη w ανάλογα με τα σφάλματα που παίρνουμε στην έξοδο. Η καινοτομία στις στατιστικές μεθόδους είναι ότι αλλάζουμε τα βάρη w με τυχαίο τρόπο και παίρνουμε τις αποφάσεις με βάση κάποια κριτήρια, ακολουθώντας όμως κάποιο συγκεκριμένο αλγόριθμο. Οταν λέμε τυχαίο τρόπο, εννοούμε αυτό που είδαμε και σε άλλα σημεία σε προηγούμενα κεφάλαια, δηλ. επιλέγουμε τυχαίους αριθμούς από μία ομοιόμορφη κατανομή τυχαίων αριθμών και τους χρησιμοποιούμε κατευθείαν στον αλγόριθμο για να πάρουμε σημαντικές αποφάσεις που επηρρεάζουν την εκπαίδευση του δικτύου. Η στατιστική αυτή διαδικασία λέμε ότι αποτελεί μία μέθοδο προσομοίωσης (simulation) του προβλήματος. Οι μέθοδοι προσομοίωσης χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο σε προβλήματα των φυσικών επιστημών τα τελευταία χρόνια. Μπορούμε λοιπόν με σιγουριά να πούμε ότι αν το πρόβλημά μας χρησιμοποιεί τυχαίους αριθμούς, τότε έχουμε μέθοδο προσομοίωσης.

Υπάρχουν απλοί αλλά και πιο περίπλοκοι αλγόριθμοι εκπαίδευσης και ανάλογα με την περιπλοκότητα τους έχουν και την σχετική επιτυχία, αλλά και προβλήματα ή δυσκολίες στην εκπαίδευση. Στην πιο απλή μορφή, πρώτα αλλάζουμε τα βάρη με τυχαίο τρόπο και κατόπιν υπολογίζουμε το σφάλμα. Αν η τυχαία αλλαγή κάνει το σφάλμα μικρότερο, τότε αυτό φέρνει το δίκτυο πιο κοντά στην εκπαίδευση του, και επομένως κρατάμε την αλλαγή αυτή. Αν όμως μεγαλώνει το σφάλμα, τότε την απορρίπτουμε και προχωράμε σε μία άλλη τυχαία αλλαγή. Ένας τέτοιος αλγόριθμος περιλαμβάνει τα εξής στάδια:

- Θεωρούμε μία ομάδα προτύπων, τα οποία εισέρχονται στο επίπεδο εισόδου. Τα πρότυπα παρουσιάζονται ένα–ένα, ως συνήθως. Με μία μη–γραμμική συνάρτηση βρίσκουμε την έξοδο.
- Συγκρίνουμε την έξοδο με τον στόχο, για κάθε πρότυπο. Βρίσκουμε το άθροισμα των τετραγώνων της διαφοράς και πρέπει το άθροισμα αυτό να ελαχιστοποιηθεί.
- Διαλέγουμε ένα w τυχαία και το αλλάζουμε επίσης τυχαία, κατά ένα μικρό όμως ποσοστό. Αν η αλλαγή αυτή ελαττώνει το άθροισμα των τετραγώνων, τότε την κρατάμε, εάν όχι τότε το w αυτό δεν αλλάζει καθόλου, αλλά συνεχίζει να έχει την προηγούμενη τιμή του.
- Διαλέγουμε τυχαία ένα άλλο w και επαναλαμβάνουμε την συνολική διαδικασία των παραπάνω τριών βημάτων τόσες φορές όσες χρειάζεται το δίκτυο για να εκπαιδευθεί.

Η διαδικασία αυτή εκ πρώτης όψεως φαίνεται σωστή και ότι εξασφαλίζει την λύση που εκπαιδεύει το δίκτυο. Υπάρχει όμως πάντα το πρόβλημα των τοπικών ελαχίστων, που είδαμε στα προηγούμενα κεφάλαια. Συγκεκριμένα, έστω ότι μειώνοντας το σφάλμα το σύστημα βρίσκεται στο σημείο Α (Σχήμα 7.1). Εάν οι τυχαίες αλλαγές στο w είναι μικρές, τότε κάθε αλλαγή θα απορρίπτεται διότι με μικρές αλλαγές δεν μπορεί να απεγκλωβισθεί (να ξεπεράσει το ύψος του εμποδίου) και το σφάλμα έτσι δεν μπορεί να ελαττωθεί. Το σύστημα θα συνεχίσει να έχει τα w με τα οποία θα παραμένει για πάντα στο Α και δεν θα βρει το Β, που είναι το πραγματικό σημείο που θέλουμε το δίκτυο να φθάσει. Λέμε ότι το σύστημα παγιδεύεται σε ένα τοπικό ελάχιστο. Εάν, για να αποφύγουμε την δυσκολία αυτή, κάνουμε τις μεταβολές στα w να είναι μεγάλες, τότε το σύστημα θα επισκέπτεται συχνά και το Α και το Β, αλλά επειδή οι αλλαγές είναι μεγάλες, τα μεγάλα βήματα θα το καθιστούν σχετικά εύκολο για το σύστημα να ξεφεύγει συχνά και από το Α και από το Β και έτσι δεν θα κατασταλάξει στο ελάχιστο, αλλά θα επισκέπτεται όλα τα σημεία στην καμπύλη του σφάλματος. Ποτέ όμως δεν θα μπορεί να παγιδευθεί σε ένα ελάχιστο, με αποτέλεσμα το δίκτυο να μην μπορεί να εκπαιδευθεί. Έτσι, παρόλο που η γενική διαδικασία φαίνεται εκ πρώτης όψεως σωστή, για τους λόγους αυτούς δεν είναι ικανοποιητική και χρειάζεται απαραίτητα κάποια τροποποίηση.

Μία καλύτερη τακτική είναι να μην κρατήσουμε το μέγεθος των βημάτων σταθερό, αλλά να αρχίσουμε με μεγάλα βήματα, τα οποία όμως σιγά–σιγά να μικραίνουν, και έτσι το σύστημα στην αρχή μεν να μπορεί να απο–παγιδεύεται από τα τοπικά ελάχιστα, αλλά τελικά, μετά από μεγάλο χρόνο εκπαίδευσης, να παραμένει στο ολικό ελάχιστο.



Σχήμα 7.1
Τοπικά και ολικό ελάχιστο

Στην αρχή έχουμε μεγάλες μεταβολές, από τις οποίες κρατάμε μόνο αυτές που ελαττώνουν το σφάλμα. Ακολούθως το μέγεθος του βήματος μικραίνει και τελικά φθάνουμε στο ολικό ελάχιστο. Η διαδικασία αυτή είναι ανάλογη μιας γνωστής διεργασίας στην Φυσική η οποία περιγράφει το πως (δηλ. με ποιο ρυθμό) ψύχεται ένα μέταλλο ή ένας κρύσταλλος, αλλά και σε πολλές άλλες διαφορετικές περιπτώσεις. Η διαδικασία αυτή λέγεται ανόπτηση (annealing). Σε ένα σύστημα όπως το νευρωνικό δίκτυο ελαττώνεται η παράμετρος T, που είναι μία αφηρημένη παράμετρος που αντιστοιχεί στην θερμοκρασία σε ένα πρόβλημα Φυσικής. Η αντίστοιχη διαδικασία λέγεται προσομοιωμένη ανόπτηση (simulated annealing) [5,6] και το μοντέλο που την περιγράφει είναι και αυτό ένα μοντέλο προσομοίωσης. Ας δούμε λοιπόν τι γίνεται σε ένα από τα συνήθη αυτά φαινόμενα, στην κρυστάλλωση, δηλ. το φαινόμενο που περιγράφει την δημιουργία του στερεού κρυστάλλου από τον υγρό κρύσταλλο με την πτώση της θερμοκρασίας από μια υψηλή σε μια χαμηλή τιμή. Όταν ένα υλικό είναι στην υγρή κατάσταση, τα μόριά του έχουν υψηλή σχετικά ενέργεια και κάνουν πολλές βίαιες κινήσεις. Καθόσον σιγά–σιγά πέφτει η θερμοκρασία του συστήματος, πέφτει και η ενέργεια των μορίων, των οποίων οι κινήσεις τώρα είναι πιο μικρές, και με κάποιο ρυθμό το υγρό σύστημα μετατρέπεται σε στερεό, στην κατάσταση κατά την οποία οι κινήσεις των μορίων είναι μικρές και περιορίζονται από το πλέγμα στο οποίο τώρα βρίσκονται. Όταν το σύστημα είναι κοντά στην θερμοκρασία μεταβολής της φάσης, τότε και οι πιο μικρές αλλαγές είναι πολύ κρίσιμες. Από την εμπειρία ξέρουμε ότι τα αποτελέσματα θα είναι πολύ διαφορετικά αν ο ρυθμός της μεταβολής είναι γρήγορος ή αργός. Όταν ο ρυθμός είναι αργός τότε δημιουργείται ένα απόλυτα κρυσταλλικό υλικό, καθαρό, διαφανές, με μεγάλο βαθμό συμμετρίας. Όταν ο ρυθμός είναι γρήγορος, τότε δημιουργείται ένας πρόχειρος κρύσταλλος, με μεγάλες ατέλειες, αδιαφανής, χωρίς συμμετρία. Το ίδιο συμβαίνει και στο νευρωνικό δίκτυο. Όταν το δίκτυο είναι στην αρχή της εκπαίδευσης, τότε τα βήματα μπορεί να είναι μεγάλα, όταν όμως είναι κοντά στο τελικό σημείο εκπαίδευσης, τότε πρέπει τα βήματα να είναι μικρά, ώστε να μην υπάρχει ο φόβος να ξεφύγει το σύστημα από την κατάσταση στην οποία έχει ήδη φτάσει. Το σημαντικότερο πρόβλημα λοιπόν είναι να βρούμε τον σωστό ρυθμό εκπαίδευσης, ο οποίος δεν πρέπει να είναι ούτε πολύ γρήγορος ούτε πολύ αργός. Αυτό βέβαια δεν είναι καθόλου εύκολο γιατί δεν υπάρχουν κανόνες για το πως πρέπει να γίνει και παρόλο που η ιδέα αυτή φαίνεται καλύτερη από την προηγούμενη, στην πράξη δεν εγγυάται ότι το δίκτυο θα εκπαιδευθεί κατάλληλα.

7.2 Εκπαίδευση Boltzmann

Μιά πιο εξελιγμένη ιδέα της Στατιστικής Φυσικής μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκπαίδευση ενός νευρωνικού δικτύου που έχει γίνει γνωστή τα τελευταία χρόνια κυρίως από την διάδοση της προσομοίωσης στα φυσικά προβλήματα και την τεχνική Monte–Carlo [4]. Ξεκινάμε από τον γνωστό νόμο του Boltzmann. Όπως ξέρουμε, σε οποιαδήποτε κατάσταση και αν βρίσκεται ένα υλικό, όλα τα μόρια του δεν έχουν ακριβώς την ίδια ενέργεια, αλλά άλλα έχουν μεγαλύτερη και άλλα μικρότερη ενέργεια. Η κατανομή των ενεργειών των μορίων υπακούει τον νόμο του Boltzmann:

$$P(E) = e^{-E/kT} \tag{7.1}$$

όπου E είναι η ενέργεια, $P(E)$ η πιθανότητα το σύστημα να βρίσκεται σε κατάσταση με ενέργεια E, k η σταθερά Boltzmann, και T η θερμοκρασία. Σε υψηλές θερμοκρασίες, κάθε μόριο λέμε ότι έχει μεγάλη θερμική ενέργεια, λόγω του ότι το T είναι στον παρανομαστή του κλάσματος, και έτσι $P(E) = 1$, δηλ. κάθε ενεργειακή κατάσταση είναι πιθανή. Καθόσον η θερμοκρασία ελαττώνεται, η πιθανότητα να έχουμε μεγάλη E μειώνεται και το σύστημα πέφτει σε μικρές ενεργειακές καταστάσεις. Η εκπαίδευση λοιπόν με την στατιστική μέθοδο Boltzmann ακολουθεί την παρακάτω διαδικασία:

- Δίνουμε μία τιμή στην παράμετρο T του συστήματος. Στην αρχή έχουμε μεγάλες τιμές του T.
- Βάζουμε στο επίπεδο εισόδου τα πρότυπα και υπολογίζουμε την έξοδο και το σφάλμα.
- Κάνουμε μία τυχαία αλλαγή στα βάρη w και υπολογίζουμε πάλι την έξοδο.
- Εάν το σφάλμα μικραίνει κρατάμε την αλλαγή.
- Εάν το σφάλμα μεγαλώνει τότε υπολογίζουμε την πιθανότητα $P(c)$ να δεχθούμε την αλλαγή αυτή,

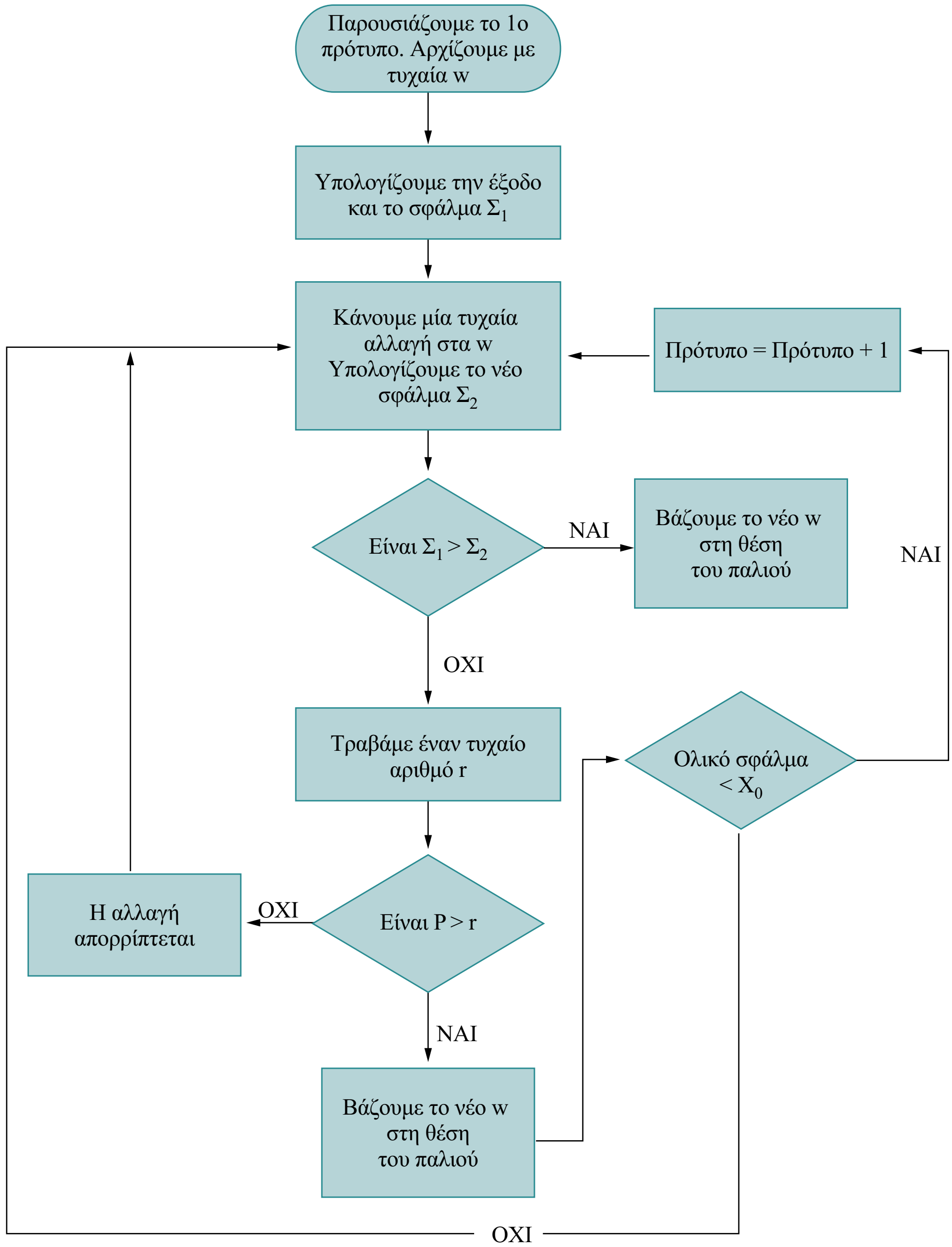
$$P(c) = e^{-c/kT} \tag{7.2}$$

όπου εδώ k είναι σταθερά, αντίστοιχη προς την σταθερά Boltzmann, και εξαρτάται από το συγκεκριμένο πρόβλημα, T είναι η τεχνητή θερμοκρασία και $P(c)$ είναι η πιθανότητα για μία αλλαγή c στη συνάρτηση σφάλματος. Στην πράξη το k απορροφάται από το T, ή απλά θεωρείται ότι $k = 1$.

- Διαλέγουμε έναν τυχαίο αριθμό r, από μία ομοιόμορφη κατανομή όπου $0 < r < 1$. Εάν $P(c) > r$, τότε κρατάμε την αλλαγή. Εάν $P(c) < r$, τότε η αλλαγή απορρίπτεται και πάμε στο επόμενο βήμα, που είναι μία νέα αλλαγή στα βάρη w. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται.

Το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου αυτού δίνεται στο Σχήμα 7.2. Η καινοτομία εδώ είναι τα δύο τελευταία βήματα από τα συνολικά έξη, δηλ. η σύγκριση του P με το r. Με την διαδικασία αυτή σε μερικές περιπτώσεις το σύστημα πηγαίνει σε κατάσταση υψηλότερης ενέργειας. Το δίκτυο απομακρύνεται περισσότερο από το σημείο εκπαίδευσης και θα πάρει μεγαλύτερο χρόνο για να βρούμε τελικά τα σωστά w. Αλλά το πλεονέκτημα που έχουμε είναι ότι το δίκτυο μπορεί να ξεφύγει από ένα τοπικό ελάχιστο.

Η διαδικασία αυτή γίνεται για όλα τα βάρη w, ένα προς ένα, μέχρις ότου το δίκτυο εκπαιδευθεί στο συγκεκριμένο πρότυπο. Κατά την διάρκεια της διαδικασίας ελαττώνουμε σιγά–σιγά την θερμοκρασία T, μέχρις ότου το σφάλμα ελαχιστοποιηθεί. Ακολούθως παρουσιάζουμε τα επόμενα πρότυπα, και ακολουθούμε τα ίδια βήματα. Η διαδικασία που ακολουθείται στο διάγραμμα ροής 7.2 είναι μία διαδικασία προ-



Σχήμα 7.2

Διάγραμμα ροής για την εκπαίδευση ενός νευρωνικού δικτύου με στατιστική μέθοδο.

σομοίωσης και αρχικά ήταν αυτή που είχε ονομασθεί διαδικασία προσομοίωσης Monte Carlo. Αργότερα όμως ο όρος Monte Carlo γενικεύθηκε και ουσιαστικά όλες οι μέθοδοι που χρησιμοποιούν τυχαίους αριθμούς για να πάρουν σημαντικές αποφάσεις, όπως είναι η σύγκριση των παραμέτρων P και r, ονομάζονται μέθοδοι προσομοίωσης Monte Carlo.

Το μέγεθος την αλλαγής στο w μπορεί να υπολογισθεί με διάφορους τρόπους, όπως λ.χ. από μία κατανομή Gauss:

$$P(w) = e^{-w^2/T^2} \tag{7.3}$$

όπου $P(w)$ είναι η πιθανότητα η αλλαγή να έχει μέγεθος w. Βρίσκουμε την συνάρτηση πιθανότητας που αντιστοιχεί στο $P(w)$. Αυτό δίνεται από το ολοκλήρωμα:

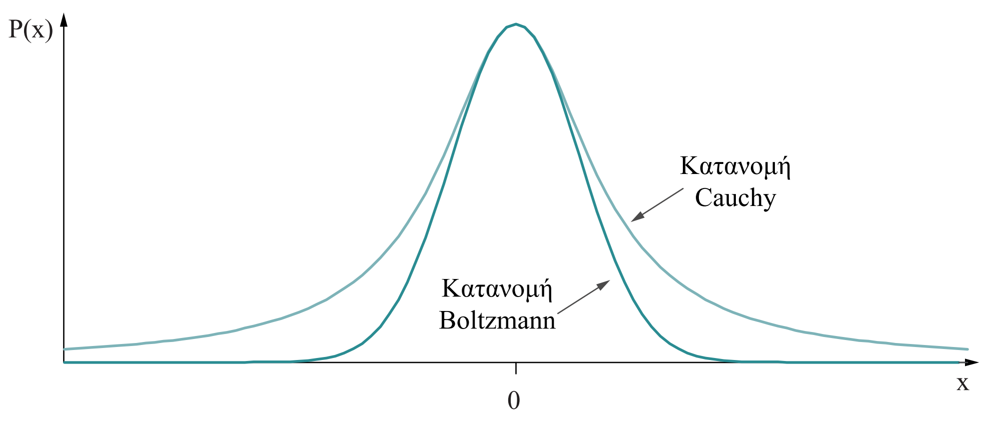
$$\int_0^w P(w)dw \tag{7.4}$$

Το ολοκλήρωμα αυτό υπολογίζεται αριθμητικά,.και μας δίνει το Δw. Μετά παίρνουμε έναν τυχαίο αριθμό r, από μία ομοιόμορφη κατανομή τυχαίων αριθμών με όρια το διάστημα αυτό. Αυτή είναι η τιμή του $P(w)$, δηλ. $P(w) = r$, και ακολούθως βρίσκουμε σε ποια τιμή του Δw αντιστοιχεί η τιμή αυτή.

Αυτή η μέθοδος εκπαίδευσης λέγεται μέθοδος Boltzmann, και το δίκτυο λέγεται και μηχανή Boltzamann. Έχουν γίνει πολλές εργασίες πάνω στο μοντέλο αυτό. Έχει αποδειχθεί ότι ο ρυθμός με τον οποίο πρέπει να ελαττώνεται η θερμοκρασία είναι ανάλογος με το αντίστροφο του λογαρίθμου του χρόνου:

$$T(t) = \frac{T_0}{\log(1+t)} \tag{7.5}$$

όπου $T(t)$ είναι η θερμοκρασία ως συνάρτηση του χρόνου t, T_0 είναι η αρχική θερμοκρασία. Το αποτέλεσμα βέβαια αυτό σημαίνει ότι το δίκτυο χρειάζεται μεγάλους χρόνους εκπαίδευσης, πράγμα που το καθιστά μερικές φορές όχι πολύ χρήσιμο [1,3]. Πάντως από τις τρεις μεθόδους που περιγράφηκαν στις ενότητες 7.1 και 7.2 η μέθοδος αυτή είναι η πιο εξελιγμένη και χρησιμοποιείται περισσότερο.



Σχήμα 7.3
Οι κατανομές Boltzmann και Cauchy

7.3 Εκπαίδευση Cauchy

Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί την κατανομή Cauchy αντί της κατανομής Boltzmann που είδαμε προηγουμένως. Η κατανομή Cauchy έχει τον τύπο:

$$P(x) = \frac{T(t)}{T^2(t) + x^2} \tag{7.6}$$

όπου $P(x)$ είναι η πιθανότητα για ένα βήμα μεγέθους x. Η εξίσωση (7.6) είναι η αντίστοιχη της εξίσωσης (7.3). Η κατανομή Cauchy έχει την ίδια μορφή με αυτή του Boltzmann, αλλά πέφτει πιο αργά από του Boltzmann. Έχει πιο μακριές ουρές και αυτό έχει ως αποτέλεσμα να έχουμε μεγαλύτερη πιθανότητα για μεγαλύτερα βήματα. Στην περίπτωση Cauchy έχουμε ότι:

$$T(t) = \frac{T_0}{1+t} \tag{7.7}$$

αντί του λογαρίθμου που είχαμε στον παρανομαστή στην περίπτωση Boltzmann. Αυτό μικραίνει το χρόνο εκπαίδευσης. Ολοκληρώνουμε το $P(x)$, και λύνοντας ως προς x έχουμε:

$$x_c = \rho\{T(t)\tan[P(x)]\} \tag{7.8}$$

όπου ρ είναι η σταθερά του ρυθμού εκπαίδευσης, και x_c είναι η αλλαγή βάρους. Για να βρούμε το x, ουσιαστικά εφαρμόζουμε και εδώ την ίδια μέθοδο Monte Carlo του διαγράμματος 7.2, που είδαμε για την κατανομή Boltzmann, αλλά τώρα, φυσικά, χρησιμοποιούμε την κατανομή Cauchy. Διαλέγουμε έναν τυχαίο αριθμό r από μία ομαλή κατανομή στο διάστημα $-\pi/2 < r < \pi/2$, διότι αυτό είναι το διάστημα ορισμού της εφαπτομένης. Αντικαθιστούμε με την τιμή του $P(x)$ και υπολογίζουμε έτσι το μέγεθος του βήματος x.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 7.1

Στην μέθοδο εκπαίδευσης Boltzmann του νευρωνικού δικτύου η θερμοκρασία T:

(α) παραμένει πάντα σταθερή

(β) ελαττώνεται με τον χρόνο εκπαίδευσης

(γ) αυξάνεται με τον χρόνο εκπαίδευσης

(δ) είναι ίδια με την θερμοκρασία της μεθόδου Cauchy

(ε) είναι απαραίτητη για να μην κρυώνει το δίκτυο

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 7.2

Εστω ότι ένα δίκτυο ξεκινάει την εκπαίδευση του με $T_0 = 0{,}50$. Βρείτε μετά από 100 βήματα (μονάδες χρόνου) πόσο γρηγορότερα θα πέσει η θερμοκρασία του αν η εκπαίδευση του γίνει με την μέθοδο Cauchy ως προς την μέθοδο Boltzmann.

7.4 Μέθοδος ειδικής θερμότητας

Η ειδική θερμότητα (specific heat), C, στην θερμοδυναμική ορίζεται ως η παράγωγος της ενέργειας ως προς την θερμοκρασία:

$$C = \frac{dE}{dT} \tag{7.9}$$

Δηλαδή, το C δηλώνει κατά πόσο αλλάζει η ενέργεια του συστήματος με οποιαδήποτε αλλαγή της θερμοκρασίας. Το C αλλάζει απότομα όταν το σύστημα αλλάζει φάση (λ.χ. από υγρό σε στερεό). Η αλλαγή φάσης γίνεται σε μία θερμοκρασία που λέγεται κρίσιμη θερμοκρασία, T_c. Στα νευρωνικά δίκτυα η απότομη αλλαγή στο C υποδηλώνει ότι το σύστημα βρέθηκε ξαφνικά σε ένα τοπικό ελάχιστο. Εδώ το ανάλογο του C είναι η μέση αλλαγή της θερμοκρασίας ως προς την αλλαγή του σφάλματος. Όταν η θερμοκρασία είναι πολύ χαμηλή, η ειδική θερμότητα είναι σχεδόν σταθερή και έτσι η θερμοκρασία μπορεί να αλλάζει με μεγάλο ρυθμό χωρίς πρόβλημα. Στην κρίσιμη θερμοκρασία, T_c, μία μικρή μεταβολή θερμοκρασίας προκαλεί μεγάλη μεταβολή στην μέση τιμή του σφάλματος. Στο σημείο αυτό χρειάζεται προσοχή. Το σημείο αυτό είναι κρίσιμο, γιατί το δίκτυο μπορεί να πάει από το σημείο Α στο σημείο Β (Σχήμα 7.1), αλλά δεν μπορεί να πάει από το Β στο Α, δηλ. ακριβώς αυτό που θέλουμε. Το σύστημα μπορεί να ξεφύγει από το τοπικό ελάχιστο, αλλά εάν βρεθεί στο ολικό ελάχιστο, τότε δεν μπορεί να ξεφύγει. Στο σημείο αυτό πρέπει να αλλάζουμε την θερμοκρασία με πολύ αργό ρυθμό. Σημασία έχει να αναγνωρίζουμε πότε είμαστε κοντά στο ολικό ελάχιστο και αυτό το κάνουμε με το να παρατηρούμε πότε έχουμε απότομη ελάττωση στο C, δηλ. πότε έχουμε απότομη αλλαγή στο ρυθμό αλλαγής θερμοκρασίας ως προς το σφάλμα. Μόλις όμως φθάσουμε κοντά στο σημείο αυτό της κρίσιμης θερμοκρασίας, από εδώ και πέρα θα αλλάζουμε την θερμοκρασία σιγά–σιγά, ώστε να βρούμε το ολικό ελάχιστο. Σε θερμοκρασίες μακριά από την T_c, μπορούμε να χρησιμοποιούμε μεγαλύτερους ρυθμούς ελάττωσης του T, πράγμα που επιταχύνει τη διαδικασία εκπαίδευσης του δικτύου, αλλά όταν φθάνουμε κοντά στην τελική λύση τότε η μέθοδος αυτή της ειδικής θερμότητας μας βοηθάει να καταλήξουμε σωστά στο τελικό σημείο της εκπαίδευσης. Η απότομη αλλαγή λοιπόν στο C μας ειδοποιεί ότι από εδώ και πέρα πρέπει να αλλάζουμε το T πολύ αργά. Η περίπτωση αυτή είναι απολύτως ανάλογη με το παράδειγμα της κρυστάλλωσης (προσομοιωμένη ανόπτηση) που αναφέραμε παραπάνω.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 7.3

Στα στατιστικά δίκτυα μερικές φορές είναι αδύνατο να βρούμε τις τιμές του σήματος σε κάθε νευρώνα, ενώ εξελίσσεται η δυναμική του συστήματος. Έτσι αναγκαζόμαστε να πάρουμε μία μέση τιμή, κάτι που είναι αντίστοιχο στη Φυσική με τη Θεωρία του Μέσου Πεδίου. Έτσι έχουμε:

$$< S_i >= \sum_{j}^{n} < s_j > w_{ij}$$

όπου τα σύμβολα είναι ακριβώς τα ίδια όπως πριν, αλλά χρησιμοποιούμε τις αγκύλες για να υποδείξουμε ότι πρόκειται για μέσες τιμές. Δείξτε ότι η μέση τιμή του σήματος, $< s_i >$, είναι: $< s_i > = \tanh(< S_i > /T)$

Υπόδειξη: Θεωρήστε για ευκολία ότι οι τιμές του σήματος μπορεί να είναι –1 και + 1 μόνον.

Δραστηριότητα 7.1

Τοπικά και ολικά ελάχιστα. Έχουμε παρατηρήσει ότι, σχεδόν σε όλες τις μεθόδους νευρωνικών δικτύων που αναφέραμε στα διάφορα κεφάλαια, η διαφορά των δύο αυτών περιπτώσεων αναφέρεται συνεχώς και εμφανίζεται σε όλα τα δίκτυα. Η επιτυχία κάθε μεθόδου πολλές φορές κρίνεται από το πώς συμπεριφέρεται ένα δίκτυο όταν κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης πέσει σε ένα ελάχιστο. Ο τρόπος αντιμετώπισής τους δεν είναι ο ίδιος κάθε φορά. Συγκρίνετε όλες τις μεθόδους δικτύων που έχουμε καλύψει μέχρι τώρα αναφορικά με το θέμα αυτό. Δώστε τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα κάθε μεθόδου. Χρησιμοποιήστε σχήματα όπου είναι απαραίτητο για την καλύτερη κατανόηση των περιπτώσεων.

7.5 Μη–γραμμικά προβλήματα βελτιστοποίησης

Η βελτιστοποίηση (optimization) είναι μία τεχνική η οποία λύνει διάφορα προβλήματα, στα οποία το ερώτημα που τίθεται έχει την μορφή: Ποιος είναι ο καλύτερος τρόπος για να γίνει μια διεργασία, η οποία υπόκειται σε κάποιους συγκεκριμένους περιορισμούς; Ενα κλασικό παράδειγμα βελτιστοποίησης είναι το πρόβλημα TSP, το οποίο είδαμε στο κεφάλαιο 5, με την τεχνική των δικτύων Hopfield. Προφανώς, σε τέτοια προβλήματα υπάρχουν πολλές λύσεις, αλλά μία μόνο λύση είναι η βέλτιστη και ικανοποιεί πλήρως τους όρους που τίθενται στο πρόβλημα που εξετάζουμε.

Μερικές άλλες λύσεις μπορεί να είναι επίσης πολύ καλές, χωρίς να είναι ίσες με την βέλτιστη, είναι όμως πολύ κοντά σε αυτήν. Ένα τέτοιο μαθηματικό πρόβλημα συνάρτησης $y = f(x)$, χρησιμεύει για να βρούμε για ποια τιμή του x έχουμε το μέγιστο (ή το ελάχιστο) στην συνάρτηση y. Η βελτιστοποίηση θα γίνει στην συνάρτηση y και η λύση είναι να βρούμε την κατάλληλη τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής x.

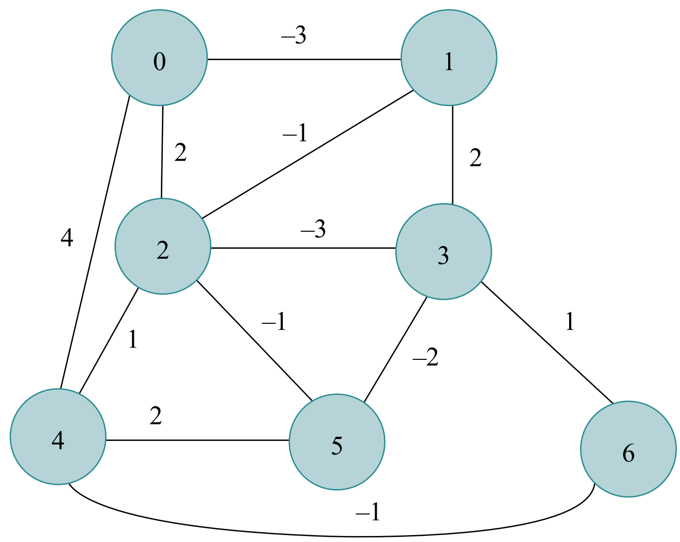
Υπάρχουν γνωστές μέθοδοι στον διαφορικό λογισμό που λύνουν το πρόβλημα αυτό και αποτελούν «κλασικές» λύσεις, που είναι γνωστές στα μαθηματικά από παλαιότερα. Το μέγιστο ή ελάχιστο μιας συνάρτησης λύνεται, λ.χ. με διαφορικό λογισμό σχετικά εύκολα. Πάντοτε όμως υπάρχουν προβλήματα που αναζητούμε μια νέα τεχνική για ειδικές περιπτώσεις. Εάν ο αριθμός των μεταβλητών είναι πολύ μεγάλος, τότε και η «κλασική» λύση δεν είναι εύκολη. Άλλες φορές δεν έχουμε την μορφή της συνάρτησης με ακριβή τρόπο, αλλά μόνον ποιοτικά. Σε τέτοιες περιπτώσεις τα νευρωνικά δίκτυα μπορεί να δώσουν πιο ικανοποιητικές λύσεις, με την στατιστική μέθοδο της κατανομής Cauchy. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι ανάλογη της γνωστής μας εκπαίδευσης ενός νευρωνικού δικτύου και είναι η εξής:

- Βρίσκουμε ορισμένα πρότυπα, τα οποία αποτελούνται από ζεύγη εισόδου–εξόδου.
- Το νευρωνικό δίκτυο εκπαιδεύεται στα ζεύγη αυτά με την γνωστή διαδικασία της αλλαγής των βαρών w. Ουσιαστικά το νευρωνικό δίκτυο δημιουργεί μία εσωτερική δομή ενός αγνώστου συστήματος. Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των προτύπων που παρουσιάζουμε τόσο καλύτερη και σωστότερη θα είναι η δομή που θα βρεί το νευρωνικό δίκτυο. Τώρα, εάν παρουσιάσουμε ένα άγνωστο πρότυπο στο επίπεδο εισόδου, το νευρωνικό δίκτυο θα πρέπει να δώσει την ίδια απάντηση όπως θα έδινε το σύστημα, του οποίου βρήκαμε την δομή.
- Τέλος, προσπαθούμε να βρούμε μία συνάρτηση που αναπαριστά πόσο επιτυχής είναι η δομή που βρήκαμε και ακολούθως η συνάρτηση αυτή μεγιστοποιείται. Οι τιμές των εισόδων τώρα μεταβάλλονται, όπως προηγουμένως μεταβάλλονταν τα βάρη, με τον ίδιο ακριβώς αλγόριθμο. Η εκπαίδευση λοιπόν συνίσταται, αντί να βρούμε τα βάρη που ελαχιστοποιούν το σφάλμα, στο να βρούμε τις εισόδους που μεγιστοποιούν την συνάρτηση δομής.

Παράδειγμα προσομοίωσης 7.1

Έστω ότι έχουμε το δίκτυο του Σχήματος 7.4. Παρατηρούμε ότι έχουμε 7 νευρώνες που είναι συνδεδεμένοι με κάποιο αυθαίρετο τρόπο. Οι συνδέσεις σε όλες τις περιπτώσεις είναι και προς τις δύο κατευθύνσεις, έτσι ώστε, λ.χ. $w_{01} = w_{10} = -3$. Θεωρούμε ότι για κάθε νευρώνα αν $S > 0$, τότε ο νευρώνας θα έχει έξοδο 1, ενώ διαφορετικά η έξοδος θα είναι 0. Αρχικά το σύστημα είναι σε θερμοκρασία $T = 0$, και αυτό σημαίνει ότι κάθε νευρώνας θα είναι ενεργός όταν $S > 0$. Η τιμή του S σε κάθε νευρώνα υπολογίζεται χρησιμοποιώντας όλες τις συνδέσεις στο νευρώνα αυτό. Αρχικά οι νευρώνες είναι σε μία τυχαία κατάσταση. Ακολούθως, υπολογίζουμε το S για κάθε νευρώνα, και αλλάζουμε την κατάστασή του σύμφωνα με τον παραπάνω κανόνα. Η ενέργεια του δικτύου λοιπόν υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$E = -\sum_{i=0}^{n} y_i \sum_{j=0}^{n} w_{ij} x_j = -\sum_{i=0}^{n} y_i S_i \tag{7.10}$$



Σχήμα 7.4

Νευρωνικό δίκτυο με 7 νευρώνες με τις συνδέσεις (όπως φαίνονται στο Σχήμα) παρμένες με αυθαίρετο τρόπο.

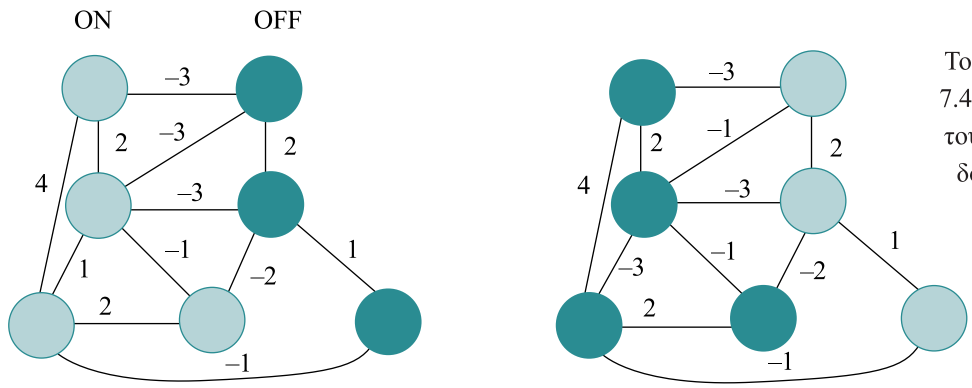
Στις περισσότερες περιπτώσεις το δίκτυο καταλήγει σε μία κατάσταση που φαίνεται στο Σχήμα 7.5 (αριστερό Σχήμα), όπου η ενέργεια του είναι $E = –8$. Στο σχήμα αυτό οι ανοικτοί κύκλοι δίνουν κατάσταση νευρώνα που είναι ενεργός, ενώ οι μαύροι κύκλοι μη–ενεργό κατάσταση. Η ενέργεια $E = –8$ αντιστοιχεί στο ολικό ελάχιστο. Μία άλλη κατάσταση είναι αυτή στο δεξί τμήμα του Σχήματος όπου $E = –3$, και η οποία αντιστοιχεί σε μερικό (τοπικό) ελάχιστο. Το επόμενο βήμα είναι να αυξήσουμε το T. Τώρα υπολογίζουμε την έξοδο κάθε νευρώνα από την αρχή και βρίσκουμε το P χρησιμοποιώντας την σχέση Boltzmann, με τις τιμές των S και T. Έχουμε ότι:

$$P(T) = \frac{1}{1 + e^{-S/T}} \tag{7.11}$$

Για να δούμε αν ένας νευρώνας είναι ενεργός ή όχι, υπολογίζουμε κάθε φορά το P, τραβάμε ένα τυχαίο αριθμό r και αν $P > r$ τότε ο νευρώνας θα είναι ενεργός, αν όμως

$P < r$, τότε ο νευρώνας δεν θα είναι ενεργός. Μετά από χρόνο 1000 βημάτων οι πιθανότητα ενεργοποίησης κάθε νευρώνα είναι περίπου η ίδια και δίνεται ως εξής :

Νευρώνας	0	1	2	3	4	5	6
Πιθανότητα	0,978	0,055	0,845	0,087	0,987	0,699	0,292



Σχήμα 7.5
Το δίκτυο του Σχήματος 7.4 μετά την εκπαίδευσή του με στατιστική μέθοδο, όπου έχει βρεθεί το ολικό ελάχιστο (αριστερό Σχήμα) και ένα μερικό ελάχιστο (δεξιό Σχήμα).

Όταν χαμηλώσει η θερμοκρασία και πλησιάζει το 0, τότε οι τελικές πιθανότητες είναι:

Νευρώνας	0	1	2	3	4	5	6
Πιθανότητα	1	0	1	0	1	1	0

Με την μέθοδο του κεφαλαίου αυτού, ξεκινώντας από μία υψηλή T και σιγά–σιγά ελαττώνοντάς την, το δίκτυο θα φθάνει πάντοτε στο ολικό ελάχιστο. Και αν ακόμα ξεκινήσουμε από ένα μερικό ελάχιστο, όπως αυτό που είδαμε προηγουμένως, με χαμηλή T, ας πούμε $T = 0{,}04$, που μας δίνει την κατάσταση:

Νευρώνας	0	1	2	3	4	5	6
Πιθανότητα	0	1	0	1	0	0	1

τότε μετά από 20 κύκλους παρατηρούμε ότι το δίκτυο παραμένει σταθερό, αλλά στον 21ο κύκλο ο νευρώνας $n = 5$ έδωσε έξοδο 1 αντί 0, και μετά από μερικούς κύκλους ακόμα το δίκτυο έφθασε στο ολικό ελάχιστο. Το συμπέρασμα είναι λοιπόν ότι με το δίκτυο Boltzmann μπορούμε και αποφεύγουμε τα τοπικά ελάχιστα, θέτοντας το δίκτυο προσωρινά σε ψηλότερη ενέργεια, αλλά ελαττώνοντας σταδιακά την θερμοκρασία αυτό συμβαίνει όλο και σπανιότερα, και τελικά βρίσκουμε το ολικό ελάχιστο. Η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε εδώ είναι ένα καλό παράδειγμα προσομοιωμένης ανόπτησης.

Δραστηριότητα 7.2

Το πρόβλημα TSP με δίκτυο Boltzmann: Το γνωστό αυτό πρόβλημα που είδαμε λεπτομερώς με την τεχνική του δικτύου Hopfield, μπορεί να λυθεί με δίκτυο Boltzmann. Η συνάρτηση ενέργειας E που είδαμε προηγουμένως έχει το αντίστοιχο της με την τεχνική αυτή, αλλά τώρα ελαχιστοποιείται με την στατιστική μέθοδο Monte–Carlo που περιγράφεται στο κεφάλαιο αυτό. Βρείτε από την βιβλιογραφία τις αντίστοιχες εξισώσεις και δοκιμάστε να εφαρμόσετε το πρόβλημα για την περίπτωση των τεσσάρων (4) πόλεων. Μία καλή περιγραφή δίνεται στο βιβλίο του Fausett, στο κεφάλαιο 7 [2].

Δραστηριότητα 7.3

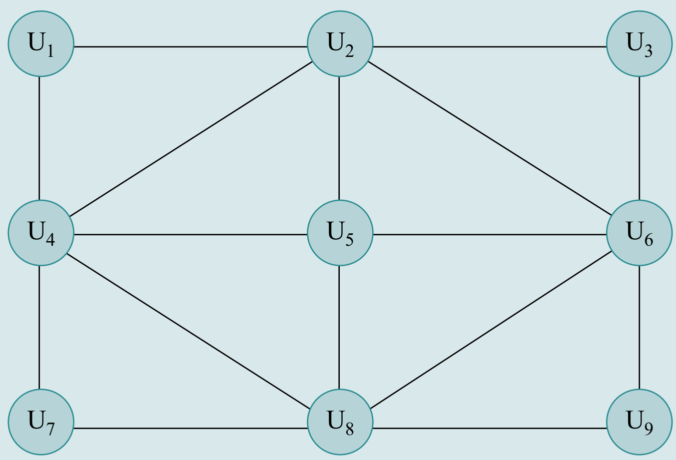
Στο δίκτυο Boltzmann που φαίνεται στο Σχήμα 7.6 θεωρούμε ότι οι τιμές των βαρών είναι όλες $w = –2$. Υπάρχει επίσης εσωτερικό βάρος σε κάθε μονάδα, που είναι $w = 1$. Σε μία στιγμή η μονάδα U_2 ενεργοποιείται και όλες οι άλλες μονάδες παραμένουν αδρανείς. Περιγράψτε τι συμβαίνει στις εξής περιπτώσεις:

(α) $T = 10$, η μονάδα U_9 προσπαθεί να ενεργοποιηθεί

(β) $T = 1$, η μονάδα U_9 προσπαθεί να ενεργοποιηθεί

(γ) $T = 10$, η μονάδα U_6 προσπαθεί να ενεργοποιηθεί

(δ) $T = 1$, η μονάδα U_6 προσπαθεί να ενεργοποιηθεί



Σχήμα 7.6

Δίκτυο Boltzmann της Δραστηριότητας 7.2

Σύνοψη

Είδαμε μία τεχνική, η οποία κύριο σκοπό έχει να ξεπερνάει το πρόβλημα των τοπικών ελαχίστων που υπάρχει σε όλες τις μεθόδους εκπαίδευσης δικτύων. Για να το πετύχει αυτό χρησιμοποιεί ιδέες από την Στατιστική Φυσική και συγκεκριμένα ένα διαφορετικό τρόπο αντιμετώπισης προβλημάτων που είναι η προσομοίωση. Ένας ειδικός τύπος προσομοίωσης, ο τύπος Monte Carlo, είναι ιδιαίτερα χρήσιμος εδώ. Βασίζεται στην χρήση τυχαίων αριθμών και πετυχαίνει να φέρει το σύστημα σε κατάσταση μικρότερης ενέργειας και να το εκπαιδεύσει έτσι κατάλληλα. Μπορεί όμως αυτό να μας οδηγήσει σε πολύ μεγάλους χρόνους εκπαίδευσης, πράγμα μη επιθυμητό. Με την μέθοδο της τεχνητής ειδικής θερμότητας μπορούμε και ελαττώνουμε τον χρόνο αυτό, αλλά και πάλι η διαδικασία αυτή μπορεί να είναι αργή. Με την μέθοδο Cauchy οι μεταπτώσεις σε κατάσταση με ψηλότερη ενέργεια συμβαίνουν συχνότερα, και έτσι η ανόπτηση επιταχύνεται.

Βιβλιογραφικές παραπομπές

[1] D. H. Ackley, G. E. Hinton, and T. J. Seinowski, A learning algorithm for Boltzmann machines, Cognitive Sciences, **9**,147(1985).

[2] L. Fausett, Fundamentals of Neural Networks, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ (1994).

[3] S. Geman and D. Geman, Stochastic relaxation, Gibbs distributions and Baysian restoration of images, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, **6**,721(1984).

[4] N. Metropolis, A.W.Rosenbluth, M.N.Rosenbluth, A.H.Teller, and E.Teller, Equation of state calculations by fast computing machines, Jouranl of Chemical Physics, **21**,1087(1953).

[5] H. Szu and R. Hartley, Fast simulated annealing, Physics Letters, **157**,1222(1987).

[6] H. Szu, Fast simulated annealing. In J. S. Denker (Ed.), Neural Networks for Computing. New York: American Institute of Physics (1986).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

Σύνοψη

Σκοπός

Το τελευταίο αυτό κεφάλαιο έχει σκοπό να δώσει μία γενική πλέον εικόνα των νευρωνικών δικτύων, μετά την λεπτομερή εξέταση μεγάλου αριθμού ειδικών διατάξεων και περιπτώσεων στα προηγούμενα οκτώ κεφάλαια. Επιπλέον να παρουσιάσει τα χαρακτηριστικά των δικτύων από γενική σκοπιά, καθόσον στα εξειδικευμένα κεφάλαια η συζήτηση ήταν περιορισμένη σε κάθε περίπτωση χωριστά. Δεν παρουσιάζονται νέοι τύποι δικτύων εδώ, αλλά η προσπάθεια είναι να ενοποιηθούν όλα όσα είχαμε δει μέχρι τώρα.

Προσδοκώμενα Αποτελέσματα

Όταν ολοκληρώσετε τη μελέτη του κεφαλαίου αυτού, θα είστε σε θέση να:

- *γενικεύσετε τις συγκεκριμένες και επί μέρους γνώσεις σε ειδικούς τύπους δικτύων που είδαμε στα διάφορα προηγούμενα κεφάλαια*
- *βγάλετε κάποια γενικά συμπεράσματα για όλα τα νευρωνικά δίκτυα, τη χρησιμότητά τους, τα πλεονεκτήματά τους κτλ., συγκρίνοντας τις λύσεις που παρέχουν σε προβλήματα με άλλες κλασικές μεθόδους αντιμετώπισης παρομοίων προβλημάτων.*

8.1 Κοινά χαρακτηριστικά των νευρωνικών δικτύων

Το βιβλίο αυτό ξεκίνησε με σκοπό να απαντήσει τι είναι ένα νευρωνικό δίκτυο, από τι αποτελείται, τι χρησιμεύει, τι μπορεί να κάνει κανείς με τα νευρωνικά δίκτυα, τι προβλήματα να λύσει και τέλος να δείξει τι σχέση έχουν τα νευρωνικά δίκτυα με τον εγκέφαλο. Στα προηγούμενα κεφάλαια εξετάσαμε πολλά είδη νευρωνικών δικτύων, τα οποία αναπτύχθηκαν τα τελευταία σαράντα χρόνια από διάφορους ερευνητές και για διαφορετικούς σκοπούς. Όλα τα δίκτυα έχουν το κοινό χαρακτηριστικό ότι δημιουργούνται και αποτελούνται από απλές μονάδες λειτουργίας, τον γνωστό μας πλέον νευρώνα. Οι νευρώνες έχουν μία συγκεκριμένη διάταξη που οδηγεί σε μία δομή, η οποία ποικίλει στους διάφορους τύπους δικτύων. Όμως, όλοι οι τύποι έχουν το κοινό χαρακτηριστικό ότι δέχονται σήματα στην είσοδο τους, τα οποία τα πολλαπλασιάζουν επί το αντίστοιχο βάρος, βρίσκουν το άθροισμα όλων των γινομένων και ακολούθως μεταβιβάζουν το άθροισμα αυτό σε μία ειδική συνάρτηση η οποία παράγει την έξοδο από τον κάθε νευρώνα. Η τιμή αυτή της εξόδου ακολούθως προωθείται στους υπόλοιπους νευρώνες.

Οι νευρώνες έχουν μία συγκεκριμένη διάταξη, που συνήθως είναι κατανεμημένη σε επίπεδα. Μερικά πρότυπα έχουν ένα μόνο επίπεδο, ενώ άλλα αποτελούνται από πολλά επίπεδα. Οι συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων επίσης ποικίλουν, από το ένα άκρο όπου μπορεί να υπάρχει πλήρης συνδεσμολογία, όπου κάθε μονάδα είναι συνεδεδεμένη με κάθε άλλη μονάδα, στο άλλο άκρο που κάθε νευρώνας έχει μόνο μία σύνδεση με τον γειτονικό του νευρώνα, ή ακόμα και ενδιάμεσες περιπτώσεις όπου έχουμε τυχαίες συνδέσεις μεταξύ μερικών μόνο νευρώνων. Οι συνδέσεις μπορεί να έχουν κανόνες ότι πρέπει να μεταδίδουν το σήμα μόνο κατά την μπροστινή φορά ή μπορεί να έχουν μηχανισμό ανάδρασης, οπότε η έξοδος ενός νευρώνα μπορεί να γίνεται είσοδος σε άλλους νευρώνες, να μεταδίδουν το σήμα μόνο σε διπλανούς νευρώνες ή ακόμα να παίρνουν και τυχαίο σήμα.

Οι συναρτήσεις που υπολογίζουν την έξοδο σε κάθε νευρώνα επίσης ποικίλουν, αν και όπως είδαμε δεν υπάρχουν πολλοί τύποι που να έχουν όλες τις επιθυμητές ιδιότητες, παρά μόνο 3–4 κατηγορίες. Οι κανόνες εκπαίδευσης επίσης είναι διαφορετικοί, από πολύ απλοί (όπως, λ.χ. στον στοιχειώδη αισθητήρα) ως αρκετά περίπλοκοι (όπως, λ.χ. στην μέθοδο οπισθοδιάδοσης του λάθους, που είναι απαραίτητο να εφαρμόσουμε την τεχνική της πλέον απότομης καθόδου). Ο χρόνος εκπαίδευσης είναι άλλη μία παράμετρος με τα ίδια χαρακτηριστικά, καθώς επίσης και το επίπεδο εμπιστοσύνης που αναμένουμε να έχει η λύση του προβλήματος.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 8.1

Η εκπαίδευση ενός νευρωνικού δικτύου επιτυγχάνεται μόνον όταν:

(α) τα πρότυπα παρουσιάζονται με μία δεδομένη σειρά

(β) τα πρότυπα παρουσιάζονται τυχαία

(γ) τα σφάλματα διορθώνονται με μία δεδομένη σειρά

(δ) τα σφάλματα διορθώνονται τυχαία

(ε) κανένα από τα παραπάνω

Τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα του κάθε δικτύου επίσης είναι γνωστά. Δεν υπάρχει το τέλειο δίκτυο, που να μπορεί να κάνει όλες τις δουλειές και να λύνει όλα τα προβλήματα. Όλα εξαρτώνται λοιπόν από τι χρήση και τι εφαρμογή έχουμε για το κάθε δίκτυο που αναπτύσσουμε.

Από όλα τα δίκτυα και όλες τις μεθόδους εκπαίδευσης είδαμε ότι η μέθοδος της οπισθοδιάδοσης υπερτερεί κατά πολύ όλων των άλλων. Για μερικούς μάλιστα νευρωνικά δίκτυα σημαίνει οπισθοδιάδοση. Είναι η τεχνική που δημιουργεί και «προσαρμόζει» ένα σύστημα στο πρόβλημα μας, το οποίο ελαχιστοποιεί το σφάλμα στην έξοδο χρησιμοποιώντας μία μαθηματική τεχνική, αυτή της πλέον απότομης καθόδου. Την «προσαρμογή» αυτή την πετυχαίνει με το να εισάγει εσωτερικά επίπεδα στο δίκτυο, τα οποία δε «βλέπουν» ούτε στην είσοδο ούτε στην έξοδο, κατ– ευθείαν και η δράση τους δεν ελέγχεται έξω από το δίκτυο. Όλοι οι νευρώνες σε τέτοιο δίκτυο χρησιμοποιούν μη–γραμμικές συναρτήσεις μεταφοράς, διότι τότε μόνον οι τιμές των σημάτων παραμένουν πεπερασμένες. Ο συνδυασμός των παραγόντων αυτών επιτρέπουν το δίκτυο να λύσει ικανοποιητικά μεγάλη ποικιλία προβλημάτων σε εφαρμογές από μαθηματικές εξισώσεις μέχρι οικονομικά μεγέθη, τραπεζικά δάνεια κτλ.

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 8.2

Γενικά, θεωρείται ότι τα νευρωνικά δίκτυα μπορούν να «διορθώνουν» ένα σήμα με σφάλμα (θόρυβο) που είναι της τάξης το πολύ μέχρι:

(α) 1%

(β) 5%

(γ) 15%

(δ) 25%

(ε) ποτέ δεν διορθώνουν σήματα με θόρυβο

Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 8.3

Η διαδικασία εκπαίδευσης, όπως είδαμε, άλλοτε είναι εποπτευόμενη και άλλοτε είναι μη εποπτευόμενη. Ποια πρόταση από αυτές που ακολουθούν είναι η σωστή;

(α) στον αισθητήρα είναι μη εποπτευόμενη

(β) στα δίκτυα Kohonen είναι εποπτευόμενη

(γ) στα βιολογικά δίκτυα είναι μη εποπτευόμενη

(δ) στο πρόβλημα X–OR (με μέθοδο οπισθοδιάδοσης) είναι μη εποπτευόμενη

(ε) κανένα από τα παραπάνω

Από την συνολική εικόνα που σχηματίσαμε για τα νευρωνικά δίκτυα μπορούμε να βγάλουμε κάποια γενικά συμπεράσματα, ως προς την θέση που έχουν στον επιστημονικό κόσμο σήμερα, και να απαριθμήσουμε τα ειδικά πλεονεκτήματα που έχουν. Τα νευρωνικά δίκτυα είναι ιδιαίτερα δημοφιλή σε προβλήματα που περιέχουν μη–προβλέψιμες λειτουργίες ή ένα περιβάλλον το οποίο δεν κατανοούμε καλά. Ο ανθρώπινος εγκέφαλος έχει πολλά χαρακτηριστικά τα οποία τον καθιστούν ικανό να λύνει περίπλοκα προβλήματα λογικής. Πολλά αυτά τα χαρακτηριστικά τα βρίσκουμε και στα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, αλλά όχι όμως όλα. Ορισμένες από τις λύσεις προβλημάτων με νευρωνικά δίκτυα έχουν κάποια πλεονεκτήματα έναντι των κλασικών μεθόδων

Έχοντας δει μια μεγάλη ποικιλία τύπων νευρωνικών δικτύων είναι φυσικό να αναρωτηθούμε πώς θα ξέρουμε ποιόν τύπο δικτύου θα επιλέξουμε για κάποιο δεδομένο πρόβλημα ή εφαρμογή. Η απάντηση όμως δεν είναι εύκολη ή μονοσήμαντη. Και αυτό διότι με την σωστή εκπαίδευση μπορεί ένα νευρωνικό δίκτυο να λύσει μία μεγάλη ποικιλία προβλημάτων. Αλλά αυτό βέβαια δεν σημαίνει ότι μπορεί να λύνει όλα τα προβλήματα. Είδαμε ότι το δίκτυο οπισθοδιάδοσης λύνει προβλήματα από το X–OR ως προβλήματα τραπεζικών δανείων. Η απάντηση λοιπόν στο παραπάνω ερώτημα είναι ότι κάθε πρόβλημα είναι ειδική περίπτωση και μόνο με πολλαπλές δοκιμές θα είναι δυνατόν να βρούμε τον καλύτερο τύπο δικτύου, ερευνώντας πάντα την βιβλιογραφία για προσπάθειες που πιθανόν έχουν γίνει στο παρελθόν πάνω στο ίδιο πρόβλημα. Κάθε φορά όμως η εκπαίδευση πρέπει να είναι η κατάλληλη. Το λογισμικό όμως το οποίο υπάρχει σήμερα στην αγορά είναι γενικής χρήσης και έτσι συχνά συμβαίνει να μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατάλληλα για τη μία ή την άλλη εφαρμογή.

Μία μοναδική ικανότητα που έχουν τα νευρωνικά δίκτυα είναι ότι ένα εκπαιδευμένο δίκτυο μπορεί να αναγνωρίσει δεδομένα τα οποία δεν έχει δει ποτέ του. Αυτό όμως συμβαίνει όταν τα δεδομένα είναι στην ίδια τάξη προβλημάτων, όπως αυτά στα οποία έχει εκπαιδευθεί το δίκτυο, και φυσικά όχι σε οποιαδήποτε άλλη κατηγορία. Αυτό συμβαίνει διότι τα κρυμμένα επίπεδα στο δίκτυο οργανώνονται με τέτοιο τρόπο ώστε να αναγνωρίζουν τα σημαντικά χαρακτηριστικά του σήματος της εισόδου, έχουν την ικανότητα να δημιουργούν μία εσωτερική αναπαράσταση των εξωτερικών προτύπων που έρχονται στο δίκτυο και κατόπιν μπορούν να αναγνωρίζουν τα νέα πρότυπα που δεν έχουν δει ποτέ. Η ιδέα αυτή ακούγεται ίσως εξωπραγματική αλλά είναι αληθινή, με τους περιορισμούς όμως που είπαμε παραπάνω. Δεν μπορούμε όμως με την ίδια εκπαίδευση να αναμένουμε ένα δίκτυο να λύνει με επιτυχία τελείως διαφορετικά προβλήματα, λ.χ. να λύνει σειρές Fourier και ταυτόχρονα να αναλύει τα δεδομένα από ένα χρωματογράφο. Δεν έχει σχεδιασθεί, ούτε πιστεύεται ότι θα γίνει στο μέλλον ένα νευρωνικό δίκτυο το οποίο όταν εκπαιδευθεί θα μπορεί να λύνει όλα τα προβλήματα που του παρουσιάζονται, οποιασδήποτε μορφής και αν είναι αυτά με το σημερινό επίπεδο γνώσεων. Οι απαιτήσεις μας λοιπόν πρέπει να περιορίζονται σε προβλήματα της ίδιας μορφής με τα δεδομένα της εκπαίδευσης.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό που είδαμε σε αρκετά κεφάλαια είναι ότι τα νευρωνικά δίκτυα είναι ανεκτικά στα σφάλματα (fault tolerant). Το πρωταρχικό παράδειγμα είναι φυσικά ο εγκέφαλος, που όπως είδαμε, κάθε μέρα χάνει χιλιάδες νευρώνες, χωρίς παρά ταύτα να χάνει τις ιδιότητές του. Όταν από ένα δίκτυο χάνονται νευρώνες, τότε η απόδοση του δικτύου πέφτει σταδιακά και όχι καταστροφικά. Στα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα δεν χάνονται νευρώνες, αλλά το αντίστοιχο εδώ μπορεί να είναι ότι πέφτει η ποιότητα των εισερχομένων σημάτων ή τα εισερχόμενα σήματα έχουν σε ένα βαθμό κάποιο θόρυβο. Αυτό είναι χρήσιμο σε πολλές εφαρμογές, όπως π.χ σε κείμενα όπου λείπουν τμήματα από λέξεις, όπως σε σελίδες φαξ, ή θαμπές φωτογραφίες κτλ.

Ο εγκέφαλος έχει χαρακτηριστικά παράλληλης λειτουργίας και κάτι αντίστοιχο συμβαίνει και στα νευρωνικά δίκτυα. Οι υπολογισμοί που γίνονται σε ένα νευρώνα δεν εξαρτώνται από τι συμβαίνει στους άλλους νευρώνες στο ίδιο επίπεδο. Έτσι οι διορθώσεις στις τιμές των βαρών w σε ένα επίπεδο μπορούν να γίνουν ταυτόχρονα. Αυτό είναι ανάλογο με ένα παράλληλο υπολογιστή στον οποίο κάθε επεξεργαστής αντιστοιχεί σε ένα νευρώνα του δικτύου. Αυτό βέβαια έχει άμεσο αποτέλεσμα ότι αυξάνεται κατά πολύ η ταχύτητα του συστήματος (εκπαίδευση και λειτουργία), όπως ότι ένας παράλληλος υπολογιστής είναι πολύ ταχύτερος του σειριακού.

Στα προηγούμενα κεφάλαια είδαμε λεπτομερώς πάνω από δέκα διαφορετικούς τύπους δικτύων. Παρόλα αυτά υπάρχουν πολλοί τύποι που δεν αναφέραμε, λόγω έλλειψης χώρου. Προσπαθήσαμε να περιλάβουμε αυτούς οι οποίοι είτε είναι περισσότερο διαδεδομένοι είτε κοινής αποδοχής, με μεγάλη ποικιλία εφαρμογών, και όχι πολύ εξειδικευμένοι. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζουμε συνοπτικά τους τύπους αυτούς, καθώς και μερικούς άλλους, αναφέροντας την χρονολογία που εμφανίσθηκαν, τον δημιουργό τους, τις εφαρμογές που καλύπτουν, τους περιορισμούς που έχουν και τέλος ειδικά σχόλια κατά περίπτωση. Ο πίνακας αυτός δεν είναι, βεβαίως, πλήρης, κανείς πίνακας εξάλλου μπορεί να είναι.

Νευρωνικό δίκτυο	**Χρονολογία**	**Δημιουργός**	**Εφαρμογές**	**Περιορισμοί**	**Σχόλια**
Αισθητήρας	1957	Rosenblatt	Αναγνώριση χαρακτήρων	Λύνει μόνο γραμμικώς διαχωρίσιμα προβλήματα	Το παλαιότερο νευρωνικό δίκτυο, δεν χρησιμοποιείται πλέον σήμερα
Πρότυπο Adaline–Madaline	1960	Widrow	Φίλτρα, σε εφαρμογές στις τηλεπικοινωνίες	Θεωρεί γραμμική τη σχέση μεταξύ εισόδων–εξόδων	Έχει χρησιμοποιηθεί σε εμπορικές εφαρμογές πάνω από 30 χρόνια
Πρότυπο χιονοστιβάδας	1967	Grossberg	Αναγνώριση συνεχούς προφορικού λόγου	Δεν αλλάζει εύκολα η ταχύτητα του	Απαιτούνται πολλά δίκτυα για την λύση ενός προβλήματος, δεν αρκεί ένα μόνο
Παρεγκεφαλιδικό πρότυπο	1969–1982	Marr, Albus, Pellionez	Κινητική άκρων ρομποτικών μηχανών	Απαιτεί περίπλοκες εισόδους	Δίνει διαφορετικά βάρη σε διαφορετικές εντολές, ώστε η έξοδος να μην έχει θόρυβο
Πρότυπο προσαρμοζόμενου συντονισμού	1978–1986	Carpeenter–Grossberg	Αναγνώριση προτύπων	Ευαίσθητο σε μετατροπές	Αρκετά προχωρημένο σε πολυπλοκότητα, δεν έχει χρησιμοποιηθεί πολύ
Πρότυπο του εγκεφάλου–σε–κουτί	1977	Anderson [1]	Χρησιμοποιεί βάσεις δεδομένων για την εκπαίδευση του	Δεν κάνει εκπαίδευση σε κύκλους, αλλά σε ένα μόνο βήμα	Βρίσκει το σύνολο μιας δομής από σπασμένα τμήματα
Πρότυπο νευρωγνώστη	1978–1984	Fukushima [2]	Αναγνώριση χειρόγραφου κειμένου	Χρειάζεται πολλούς νευρώνες και μεγάλα δίκτυα	Πολύ περίπλοκη δομή, δεν συντομεύεται ή αλλάζει εύκολα

Νευρωνικό δίκτυο	**Χρονολογία**	**Δημιουργός**	**Εφαρμογές**	**Περιορισμοί**	**Σχόλια**
Πρότυπο Kohonen	1980	Kohonen	Αναπαριστά μία γεωμετρική περιοχή σε μία άλλη	Χρειάζεται μεγάλους χρόνους εκπαίδευσης	Πολύ χρήσιμο σε προβλήματα αεροδυναμικής
Πρότυπο Hopfield	1982	Hopfield	Σύνθεση δεδομένων από σπασμένα τμήματα	Περιορισμένο μέγεθος του δικτύου και των προβλημάτων, είναι αργό	Λύνει προβλήματα βελτιστοποίησης και συνειρμικής μνήμης
Στατιστικά δίκτυα	1985	Hinton	Αναγνώρηση προτύπων, ανάλυση σημάτων από ραντάρ	Χρειάζεται μεγάλους χρόνους εκπαίδευσης, έχει αρκετό θόρυβο	Απλό στην δομή, αποφεύγει τα τοπικά ελάχιστα
Πρότυπο συνειρμικής μνήμης διπλής κατεύθυνσης	1985	Kosko [4]	Συνειρμική μνήμη	Μικρή αποθηκευτική ικανότητα, τα δεδομένα να κωδικοποιούνται	Πολύ εύκολο στην χρήση, μπορεί από σπασμένα τμήματα να βρίσκει το όλο
Οπισθοδιάδοση	1985	Rumelhart	Αναγνώριση γραφής, σύνθεση ομιλίας από κείμενο, τραπεζικά δάνεια	Χρειάζεται πολλά πρότυπα–παραδείγματα	Το πιο δημοφιλές και διαδεδομένο δίκτυο από όλα όσα έχουν παρουσιασθεί στην ιστορία των νευρωνικών δικτύων
Πρότυπο αντίθετης διάδοσης	1986	Hecht–Nielsen [3]	Συμπίεση δεδομένων, στατιστική ανάλυση	Πολύπλοκη δομή, πολλές συνάψεις	Παρόμοιο με την οπισθοδιάδοση, ελέγχει μόνο του την πρόοδο του με πίνακες

Βιβλιογραφικές παραπομπές

[1] J. A. Anderson, J. W. Silverstein, S. A. Ritz, and R. S. Jones, Distinctive Features, Categorical Perception, and Probability Learning: Some Applications of a Neural Model, Psychological Review, **84**,413(1977).

[2] K. Fukishima and S. Miyake, Neocognitron: A new algorithm for pattern recognition tolerant of deformations and shifts in position, Pattern Recognition, **15**(1982).

[3] R. Hecht–Nielsen, Neurocomputing: Picking the Human Brain, IEEE Spectrum, **25**,39(1988).

[4] B. Kosko, Bidirectional associative memories, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, **18**,49(1988).

Απαντήσεις Ασκήσεων Αυτοαξιολόγησης

1.1

Στην Άσκηση αυτή πρέπει να καταλάβουμε το νόημα της εξίσωσης 1.1. Οι πράξεις είναι μάλλον εύκολες. Δοκιμάζουμε τους συνδυασμούς ($N_1 = 1$ και $N_2 = 0$), ($N_1 = 1$ και $N_2 = 1$), ($N_1 = 0$ και $N_2 = 0$), ($N_1 = 0$ και $N_2 = 1$), ως τιμές εισόδου, βρίσκουμε τα γινόμενα (σήμα)(βάρος) χρησιμοποιώντας τα βάρη που είναι γραμμένα πάνω στο Σχήμα. Συγκρίνουμε το αποτέλεσμα κάθε φορά με την τιμή 2 γιατί όλα τα κατώφλια έχουν τιμή $\theta = 2$. Παρατηρούμε ότι μόνο οι δύο πρώτοι συνδυασμοί από τους τέσσερεις δίνουν 1 στην έξοδο, ενώ οι δύο τελευταίοι δίνουν 0 στην έξοδο. Αν βρήκατε αυτές τις τιμές τότε προχωράτε πολύ καλά, έχετε καταλάβει τον σωστό τρόπο διάδοσης του σήματος μέσα σε ένα δίκτυο. Αν όχι, μην ανησυχείτε, πρέπει να προσέξετε να περιλάβετε όλες τις συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων. Πρώτα όμως ελέγξτε τις πράξεις και αν οι πράξεις είναι σωστές, προσέξτε μετά αν έχετε σχηματίσει σωστά τα γινόμενα (σήμα)(βάρος) καθοδηγούμενοι από το σχήμα της Άσκησης. Σε κάθε βελάκι του σχήματος πρέπει να αντιστοιχεί ένα τέτοιο γινόμενο και πρέπει να λάβετε υπόψη όλα τα γινόμενα στο εκάστοτε άθροισμα.

1.2

Θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το Σχήμα 1.3, τμηματικά όμως γιατί η γραμμή του Σχήματος δεν μπορεί να περιγραφεί από μία και μόνο εξίσωση. Παρατηρούμε λοιπόν ότι $f(x) = 0$ στο διάστημα $-\infty < x < -a$. Επίσης η $f(x)$ έχει σταθερή τιμή και ίση με b στο διάστημα $a < x < \infty$. Για το διάστημα από $-a$ ως + a η $f(x)$ είναι ευθεία γραμμή και άρα έχει την γνωστή εξίσωση 1ου βαθμού. Μένει να βρούμε την κλίση και την τέμνουσα. Αυτό είναι αρκετα απλό. Η κλίση είναι $b/2$a και η τέμνουσα είναι $b/2$. Αυτό φαίνεται εύκολα από τα τρίγωνα και τις γωνίες του σχήματος. Έτσι, τελικά η συνάρτηση μεταφοράς για το πρόβλημα αυτό είναι

$$f(x) = 0 \qquad -\infty < x < -a$$

$$f(x) = bx/2a \qquad -a < x < +a$$

$$f(x) = b \qquad a < x < \infty$$

Οταν το $a \to 0$, τότε η ευθεία γραμμή θα γίνει κατακόρυφη και η $f(x)$ γίνεται ίδια με την εξίσωση 1.2. Παρατηρούμε ότι έτσι όπως ορίζεται η $f(x)$ πράγματι έχει ένα γραμμικό τμήμα (το μεσαίο τμήμα), αλλά αυτό φυσικά δεν κάνει ολικά την $f(x)$ γραμμική.

1.3

Η σωστή απάντηση εδώ είναι η (δ), καθ' ότι η θεωρία του Hebb δεν ασχολείται με το μέγεθος ή αριθμό των νευρώνων (όπως είναι η απάντηση (α)) ή των συνάψεων (όπως είναι η απάντηση (β)), ούτε με την σχέση των τεχνητών με τα βιολογικά δίκτυα (όπως είναι η απάντηση (γ)). Όπως είδαμε παραπάνω ασχολείται με την συχνή χρήση συγκεκριμένων νευρώνων και συνάψεων, και για αυτό το σωστό εδώ είναι το (δ). Αν το βρήκατε σωστά τότε έχετε καταλάβει την έννοια της εξίσωσης 1.3 και τη σημασία της ιδέας του Hebb. Αν όχι, τότε διαβάστε πάλι την τελευταία παράγραφο στο τμήμα 1.7.1 όπου περιγράφεται λεπτομερώς το σκεπτικό αυτό.

1.4

Το σωστό εδώ είναι ότι το νέο w δεν θα διαφέρει καθόλου από το παλαιό και το βάρος της σύναψης δεν θα αλλάξει καθόλου. Αυτό συμβαίνει γιατί όπως φαίνεται στην εξίσωση 1.3 εάν ή το x_i ή το x_j είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο τους είναι μηδέν και επομένως τα δύο w είναι ίδια. Η ερώτηση αυτή είναι λίγο παραπλανητική και πρέπει να κατανοήσετε καλά την εξίσωση 1.3 για να απαντήσετε σωστά. Αν δεν το σκεφτήκατε σωστά με την πρώτη φορά, τότε διαβάστε πάλι την ενότητα 1.4 και την συζήτηση γύρω από την εξίσωση 1.3.

2.1

Πρέπει να θυμηθούμε ότι σύναψη είναι η σύνδεση που κάνει ένας νευρώνας με άλλους νευρώνες. Από όσα είδαμε στο κεφάλαιο αυτό ο αριθμός των νευρώνων είναι της τάξης του 10^{10}, ενώ ο αριθμός των συνδέσεων που κάνει κάθε νευρώνας είναι της τάξης του 10^4 και άρα έχουμε ένα σύνολο από $10^{10} \times 10^4 = 10^{14}$ συνάψεις. Η σωστή απάντηση λοιπόν είναι το (δ), ενώ οι απαντήσεις α–γ είναι για ον αριθμό των νευρώνων και των συνάψεων ενός μόνο νευρώνα. Είναι πολύ εύκολο να συγχέουμε τους αριθμούς αυτούς, ένα συχνό σφάλμα είναι να δώσουμε ως απάντηση το 10^{10}, κάτι που σημαίνει ότι συγχέουμε τους νευρώνες με τις συνδέσεις των νευρώνων. Τις δύο αυτές έννοιες και τους αντίστοιχους αριθμούς πρέπει να μπορούμε να τα ξεχωρίσουμε κάθε στιγμή.

2.2

Η πρόταση αυτή είναι λάθος, διότι ενώ είναι σωστό ότι οι νευρώνες είναι βιολογικά κύτταρα και τα κύτταρα στους ζώντες οργανισμούς αναπαράγονται, εν τούτοις, όπως είδαμε παραπάνω, ειδικά για τα κύτταρα του νευρικού συστήματος πιστεύεται ότι η δημιουργία τους και αναπαραγωγή τους γίνεται σχετικά πολύ νωρίς στην ανάπτυξη του οργανισμού, κατά την διάρκεια της κύησης, και δεν συνεχίζεται με την υπόλοιπη ανάπτυξη του σώματος. Αν απαντήσατε σωστά, τότε έχετε καταλάβει όλες τις ιδιαιτερότητες που έχουν οι νευρώνες ως βιολογικά κύτταρα και τα κάνουν να ξεχωρίζουν από τα υπόλοιπα κύτταρα του ανθρώπινου οργανισμού.

2.3

Η πρόταση αυτή είναι σωστή. Παρόλο ότι οι νευρώνες είναι κύτταρα και κάποιος θα περίμενε ότι θα έχουν αναλογικά σήματα με μέγεθος σε όλο το φάσμα των τιμών, όπως συμβαίνει γενικά σε όλα τα μεγέθη σημάτων του ανθρώπινου οργανισμού, εν τούτοις είδαμε ότι ο νευρώνας χαρακτηρίζεται από ένα κατώφλι δυναμικού, κάτω από το οποίο δεν ενεργοποιείται (άρα έχει σήμα 0), ενώ πάνω από αυτό ενεργοποιείται και πυροδοτεί (είναι σε κατάσταση 1). Έτσι λέμε ότι ο νευρώνας είναι δυαδικό στοιχείο. Η ιδιότητα αυτή λοιπόν οφείλεται μόνο στην ύπαρξη του κατωφλίου που δεν υπάρχει στα άλλα κύτταρα. Αν λοιπόν θυμηθήκατε την έννοια του κατωφλίου, τότε το βρήκατε σωστά, διαφορετικά θα πρέπει να επαναλάβετε την ενότητα 2.4 όπου περιγράφονται οι λεπτομέρειες της λειτουργίας του κατωφλίου.

2.4

Την ερώτηση αυτή πρέπει να την προσεγγίσουμε κυριολεκτικά και ίσως μας φανεί λίγο διφορούμενη ως προς το τι εννοεί. Οπωσδήποτε ο ανθρώπινος εγκέφαλος κατευθύνει και εποπτεύει όλες τις λειτουργίες ενός οργανισμού, αλλά, όπως είδαμε παραπάνω, υπάρχουν πολλά νευρωνικά δίκτυα στον οργανισμό τα οποία εξειδικεύονται στις διάφορες λειτουργίες του και τα οποία ανήκουν όλα στο Κεντρικό Νευρικό Σύστημα. Ασφαλώς, λοιπόν, δεν υπάρχει ένα μόνον συγκεκριμένο δίκτυο, όπως υπαινίσσεται η πρόταση αυτή. Επομένως, η πρόταση αυτή είναι λάθος.

3.1

Η σωστή απάντηση είναι η (β), διότι από τις εξισώσεις (3.1 – 3.4) είδαμε ότι οι παράμετροι που υπεισέρχονται στον υπολογισμό της εξόδου του αισθητήρα είναι τα βάρη, η είσοδος και το κατώφλι. Δεν εξαρτάται όμως από το σφάλμα κατά την διαδικασία της εκπαίδευσης. Εάν το βρήκατε αμέσως, έχετε καταλάβει πως γίνεται η μετάδοση του σήματος μέσα σε ένα νευρωνικό δίκτυο και πάτε πολύ καλά και σταθερά. Αν όχι, μην απογοητεύεσθε, αλλά επαναλάβετε την ενότητα 3.1

3.2

(Σωστό ή Λάθος). Το δίκτυο του Σχήματος 3.1 έχει 3 νευρώνες εισόδου και $\theta = 0$.

Το διάνυσμα εισόδου είναι s = (1, 0,7 , 1,6) και τα αντίστοιχα βάρη είναι w = (0,5 , 1,5 , –1,0). Η είσοδος και η έξοδος του δικτύου είναι αντίστοιχα:

	Είσοδος	**Έξοδος**	**Σωστό**	**Λάθος**
α)	1	0		✓
β)	3,3	0		✓
γ)	–0,05	1		✓
δ)	1	1		✓
ε)	–0,05	0	✓	
στ)	0,05	0		✓

Η σωστή απάντηση προκύπτει αν εφαρμόσετε σωστά τις εξισώσεις 3,1 , 3,3 και 3,4. Έτσι, σωστή απάντηση είναι η (ε) διότι η συνολική είσοδος S είναι το άθροισμα (1)(0,5) + (0,7)(1,5) + (1,6)(–1,0) = –0,05 και αντίστοιχα, εφόσον $S < \theta$ σύμφωνα με την εξίσωση 3.4 η έξοδος θα είναι 0. Εδώ παρατηρούμε ότι πρέπει να πάρουμε όλα τα γινόμενα σωστά. Είναι αξιοσημείωτο ότι παρόλο που το σήμα εξόδου είναι –0,05, δηλ. πολύ κοντά στο μηδέν, εντούτοις ο νευρώνας θα μείνει αδρανής, δηλ. θα δώσει έξοδο 0 γιατί το κατώφλι είναι ελάχιστα υψηλότερο.

Οι απαντήσεις (α) και (β) είναι λανθασμένες διότι δεν έχετε εφαρμόσει σωστά την εξίσωση 3.1. Η απάντηση (γ) είναι λανθασμένη διότι, ενώ εφαρμόσατε σωστά την εξίσωση 3.1, εντούτοις για την έξοδο έχετε λάβει υπόψη την εξίσωση 3.3 αντί της 3.4. Η απάντηση (δ) δεν είναι σωστή διότι το αποτέλεσμα δεν προκύπτει από καμία από τις εξισώσεις 3.1 και 3.4. Τέλος, η απάντηση (στ) είναι λανθασμένη διότι δεν έχετε λάβει υπόψη το πρόσημο του βάρους του τρίτου νευρώνα στην εξίσωση 3.1.

Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε κατανοήσει τον τρόπο υπολογισμού της εισόδου και εξόδου ενός δικτύου. Αν δεν απαντήσατε σωστά, μην απογοητεύεσθε, απλά πρέπει να εφαρμόζετε προσεκτικά τις κατάλληλες συναρτήσεις.

3.3

Όπως είδαμε στην εξίσωση 3.7 η ποσότητα Δ δίνεται από την απλή σχέση $\Delta_i = \eta\delta x_i$, όπου x είναι εδώ το σήμα εισόδου, δ είναι η διαφορά (στόχος – έξοδος) και η είναι ο ρυθμός εκπαίδευσης. Άρα η σωστή απάντηση εδώ είναι η (γ). Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε κατανοήσει την σημασία της εισόδου, εξόδου και του στόχου ενός δικτύου. Αν δεν απαντήσατε σωστά, μην απογοητεύεσθε, απλά επαναλάβετε την ενότητα 3.6.

3.4

Η πρόταση αυτή είναι λάθος. Είδαμε λεπτομερώς τις αδυναμίες του αισθητήρα στο να λύνει κοινά προβλήματα, όπως το ότι δεν μπορεί να λύσει γραμμικώς μη διαχωρίσιμα προβλήματα (όπως, λ.χ. το πρόβλημα X–OR). Λόγω των αδυναμιών αυτών το πρότυπο αυτό έχει εγκαταλειφθεί σήμερα, αλλά το αναφέρουμε γιατι είναι χρήσιμο για εκπαιδευτικούς λόγους, καθώς επίσης και διότι ιστορικά ήταν το πρώτο πρότυπο που χρησιμοποιήθηκε εκτενώς. Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε κατανοήσει την σημασία του πρότυπου του αισθητήρα. Αν δεν απαντήσατε σωστά, μην απογοητεύεσθε, πρέπει να επαναλάβετε τις ενότητες 3.2 και 3.3.

4.1

Δεν μπορεί να εφαρμοσθεί ο κανόνας Δέλτα διότι ο κανόνας αυτός, όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, για να υπολογίσει την ποσότητα $\Delta = \eta\delta x_i$ χρειάζεται την ποσότητα δ, η οποία είναι $\delta = t–o$. Εδώ το t είναι ο στόχος και αφού στα ενδιάμεσα επίπεδα δεν υπάρχει στόχος, άρα δεν μπορούν να υπολογισθούν οι ποσότητες δ και Δ. Για τον λόγο αυτό πρέπει να επινοηθεί μία άλλη διαδικασία που να επιφέρει την αλλαγή στα w, υπολογίζοντας βέβαια την ποσότητα δ. Αυτή ακριβώς η διαδικασία περιγράφεται στις εξισώσεις από 4.12 ως 4.25 . Πρέπει όμως να καταλάβουμε τον λόγο που δεν υπάρχουν οι τιμές του στόχου στα κρυμμένα επίπεδα. Αν έχετε καταλάβει τον λόγο αυτό, τότε έχετε κατανοήσει τις ανάγκες των δικτύων αυτών και βρίσκεστε σε καλό δρόμο. Αν όχι, τότε θα πρέπει να επαλάβετε την ενότητα 4.1, εκεί όπου αναπτύσσονται οι ιδέες αυτές.

4.2

Αφού έχουμε πλήρη συνδεσμολογία, αυτό σημαίνει ότι κάθε νευρώνας συνδέεται με κάθε άλλο νευρώνα του δικτύου. Σκεφθείτε την σύνδεση σαν μία απλή γραμμή που συνδέει τους δύο νευρώνες. Ο πρώτος νευρώνας λοιπόν έχει N–1 συνδέσεις (και αυτό διότι έχουμε N νευρώνες και ο νευρώνας δεν συνδέεται με τον εαυτό του). Ο δεύτερος έχει N–2, γιατί συνδέεται με όλους τους άλλους εκτός από τον πρώτο και τον εαυτό του, ο τρίτος έχει N–3 κοκ. και το άθροισμα όλων αυτών είναι (N–1) + (N–2) + (N–3) + …. Αλλά από τα μαθηματικά ξέρουμε ότι το άθροισμα αυτό είναι $N(N–1)/2$. Μπορείτε, φυσικά, εύκολα να το επιβεβαιώσετε αυτό κάνοντας τις πράξεις για μικρές τιμές τιμές του N, λ.χ. για $N = 4$ ή 5 ή 6. Πολύ βοθάει στο σημείο αυτό να κάνουμε ένα σχήμα με κύκλους (ένας κύκλος είναι ένας νευρώνας), να τραβήξουμε γραμμές για τις συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων και να μετρήσουμε τις γραμμές αυτές.

4.3

Στην Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 3.2 βρήκαμε ότι $S = -0{,}05$, ενώ η έξοδος ήτανε 0. Αφού το δίκτυο είναι το ίδιο, χρησιμοποιούμε το ίδιο S, και με κατευθείαν αντικατάσταση στην εξίσωση 4.1 βρίσκουμε ότι η έξοδος τώρα θα είναι 0,487. Αυτό είναι πολύ διαφορετικό από το 0 της προηγούμενης άσκησης. Βλέπουμε λοιπόν πόσο σημαντικό ρόλο παίζει η συνάρτηση που χρησιμοποιούμε για την μετάδοση του σήματος μέσα στο δίκτυο. Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρτήρια, έχετε κατανοήσει πως υπολογίζονται οι τιμές των εξόδων στα απλά νευρωνικά δίκτυα με διαφορετικές συναρτήσεις μεταφοράς. Αν όχι, μην απογοητεύεσθε αλλά επαναλάβετε τις εξισώσεις που αναφέρονται παραπάνω.

4.4

Εδώ η απάντηση είναι πολύ απλή και την βρίσκουμε εύκολα. Ο υπολογισμός δίνεται απευθείας από την συνάρτηση. Ξεκινάμε από τον ορισμό που δίνεται στην εξίσωση 4.1 και παραγωγίζουμε ως προς S. Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε κατανοήσει τις ιδιότητες της σιγμοειδούς συνάρτησης μεταφοράς. Αν όχι, μην απογοητεύεσθε, αλλά επαναλάβετε τις εξισώσεις 4.1 και 4.2. Προσέξτε μόνον γιατί έχουμε κλάσμα και η παράγωγος είναι περίπλοκη. Αν δεν θυμάστε πως παίρνουμε παραγώγους κλάσματος, θα πρέπει να ανατρέξετε στα βιβλία ανάλυσης και σίγουρα θα τα θυμηθείτε μόλις τα δείτε εκεί.

4.5

Η πρόταση αυτή είναι σωστή. Ανάμεσα στις άλλες ιδιότητες που έχει η σιγμοειδής είναι ότι δεν μηδενίζεται για οποιαδήποτε τιμή του x. Αυτό μπορούμε να το δούμε στην εξίσωση 4.1, όπου οι πιο ακραίες τιμές που μπορεί να πάρει το εκθετικό είναι 0 ή 1 και άρα το κλάσμα ποτέ δεν απειρίζεται. Η σιγμοειδής συνάρτηση χρησιμοποιείται πολύ σε διάφορους τύπους νευρωνικών δικτύων. Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρτήρια, έχετε κατανοήσει τις ιδιότητες της σιγμοειδούς συνάρτησης μεταφοράς. Αν όχι, μην απογοητεύεσθε, αλλά επαναλάβετε τις εξισώσεις 4.1 και 4.2, καθώς επίσης προσέξτε την καμπύλη στο Σχήμα 4.2.

4.6

Πρώτα καλό είναι να σχεδιάσουμε πρόχειρα το δίκτυο ώστε να έχουμε οπτική εικόνα της δομής του. Η υπόδειξη αυτή δεν ισχύει μόνο για την άσκηση αυτή αλλά για όλες τις περιπτώσεις με κάποια δεδομένη τοπολογία νευρωνικού δικτύου. Υπολογίζουμε τις εισόδους στο κρυμμένο επίπεδο, ως $(0{,}1)(0{,}3) + (0{,}9)(0{,}3) = 0{,}3$. Στον υπολογισμό αυτό δεν υπάρχουν εσωτερικά βάρη γιατί το επίπεδο εισόδου δεν έχει εσωτερικά βάρη. Αρα ο = 1/(1 + exp(–0,3)) = 0,5744. Σε κάθε νευρώνα στο κρυμμένο επίπεδο φθάνει σήμα 0,5744. Από το κρυμμένο επίπεδο και από κάθε μονάδα προς στην έξοδο θα έχουμε: (0,2)(0,5744) + (0,4)(1) = 0,5149. Για τις 2 μονάδες θα έχουμε το διπλάσιο, δηλ. (2)(0,5149) = 1,0298. Αρα η τελική έξοδος θα είναι ο = 1/(1 + exp(–1,0298–0,4)) = 0,8069, όπου περιλάβαμε το εσωτερικό *w* του νευρώνα εξόδου. Το σφάλμα δ = 0,9–0,8069 = 0,0931. Άρα Δw = (0,25)(0,0931)(0,5149) = 0,012 και επομένως το νέο *w* θα είναι *w* = 0,2–0,012 = 0,188 και για τις 2 μονάδες αφού τα βάρη είναι ίδια. Προσέξτε ότι, αν τα βάρη από την αρχή δεν ήταν ίδια, τότε θα έπρεπε να βάλουμε τις αντίστοιχες τιμές. Η τελευταία διόρθωση από το κρυμμένο επίπεδο στην είσοδο αφήνεται ως άσκηση. Οπως βλέπουμε, πρέπει να είμαστε σε θέση να βρούμε την σωστή αλληλουχία των εξισώσεων για να μπορέσουμε να υπολογίσουμε το σήμα του δικτύου μέχρι την έξοδο. Αν βρήκατε την τελευταία αυτή τιμή σωστά, τότε συγχαρητήρια. Είστε έτοιμοι για τα επόμενα βήματα της οπισθοδιάδοσης. Αν όχι, τότε μην απογοητεύεσθε, διότι η διαδικασία είναι σίγουρα αρκετά περίπλοκη, θέλει πολλή προσοχή και επανάληψη της δομής του δικτύου και των εξισώσεων. Ακολουθήστε την λύση βήμα–προς–βήμα και επαληθεύετε τις τιμές μία προς μία.

4.7

Η ερώτηση αυτή μπορεί να θεωρηθεί λίγο παραπλανητική. Η σωστή απάντηση είναι το (ε), γιατί όλα τα σημεία που αναφέρονται στα (α)–(δ) είναι σωστά. Ας δούμε γιατί συμβαίνει αυτό. Όπως είδαμε στον Πίνακα 4.2, ο αριθμός των κύκλων που είναι απαραίτητος για την εκπαίδευση του δικτύου ποικίλλει από 800–80000, άρα μπορεί πραγματικά να είναι μεγάλος ο χρόνος της εκπαίδευσης. Το δίκτυο μπορεί να πέσει σε τοπικά ελάχιστα, όπως είδαμε στην τελευταία ενότητα και στο Σχήμα 4.7. ΄Εχει μεγάλη σημασία, επομένως, το μέγεθος του βήματος να επιλεγεί προσεκτικά, ώστε να μην πέφτει το δίκτυο συχνά σε τοπικά ελάχιστα. Τέλος, σωστή εκπαίδευση μπορεί να γίνει μόνο με μία, και την ίδια, ομάδα προτύπων, τα οποία πρέπει να παρουσιάζονται εναλλάξ και όχι τα πρότυπα να αλλάζουν συνεχώς. Άρα, το σωστό είναι το (ε). Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρτήρια, έχετε κατανοήσει τις γενικές ιδιότητες της οπισθοδιάδοσης και το πως πρέπει να χρησιμοποιείται η μέθοδος αυτή. Αν όχι, μην απογοητεύεσθε, αλλά θα πρέπει να ξαναδιαβάσετε την ενότητα 4.5.

5.1

Θεωρούμε το x και το x^T, τα οποία πολλαπλασιάζονται και δίνουν:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Βάζοντας 0 στα διαγώνια στοιχεία έχουμε ότι

$$W = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Η πρώτη στήλη δίνει τα βάρη που συνδέουν την πρώτη μονάδα, η δεύτερη στήλη τα βάρη για την δεύτερη μονάδα, κοκ. Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε κατανοήσει τον τρόπο αποθήκευσης ενός διανύσματος στις συνάψεις ενός δικτύου. Αν δεν απαντήσατε σωστά, μην απογοητεύεστε, πρέπει να ξαναδείτε την εξίσωση 5.3

5.2

Θεωρούμε και πάλι τα x και το x^T, αλλά και για τα δύο διανύσματα, τα οποία πολλαπλασιάζονται και δίνουν:

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Βάζοντας 0 στα διαγώνια στοιχεία έχουμε ότι

$$W = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε κατανοήσει τον τρόπο αποθήκευσης πολλών διανυσμάτων στις συνάψεις ενός δικτύου. Αν δεν απαντήσατε σωστά, μην απογοητεύεστε, πρέπει να ξαναδείτε την εξίσωση 5.3. αλλά καλά θα είναι να επαναλάβετε πρώτα την προηγούμενη άσκηση που αναφέρεται σε ένα διάνυσμα.

5.3

Στο δίκτυο αυτό έχουμε 5 εισόδους. Άρα πρέπει να σχηματίσουμε το γνωστό άθροισμα των 5 γινομένων (βάρος × είσοδος), το οποίο εδώ είναι: 0(0,2) + 1(0,3) + 0(–0,4)

+ 1(–0,1) + 0(0,2) = 0,2. Αυτό είναι το S (προσοχή, κεφαλαίο S εδώ), δηλ. $S = 0,2$, και το οποίο τώρα συγκρίνεται με το κατώφλι, το οποίο στα δίκτυα Hopfield είναι 0. Αφού $S > 0$, άρα ο νευρώνας θα είναι ενεργός και θα δώσει έξοδο 1. Επομένως η σωστή απάντηση είναι το (γ). Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρτήρια, έχετε κατανοήσει την συνάρτηση μεταφοράς στα δίκτυα Hopfield. Αν δεν απαντήσατε σωστά και επιλέξατε το (α), θα πρέπει να ξαναδείτε την εξίσωση 5.2 και να ελέγξετε προσεκτικά τις πράξεις και τα πρόσημα. Οι απαντήσεις (δ) και (ε) όμως αναφέρονται σε σιγμοειδή συνάρτηση, που δεν έχουμε στις περιπτώσεις Hopfield.

5.4

Η πρόταση αυτή είναι λάθος. Τα δίκτυα Hopfield έχουν και αυτά το μειονέκτημα ότι μερικές φορές δεν μπορούν να ξεφύγουν από τα τοπικά ελάχιστα, και έτσι προτείνουν μία λύση που δεν είναι πάντα η καλύτερη. Έχουν όμως άλλα πλεονεκτήματα. Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε κατανοήσει τον γενικό τρόπο λειτουργίας των δικτύων αυτών. Αν δεν απαντήσατε σωστά, μην απογοητεύεστε, πρέπει να ξαναδείτε την περιγραφή στην ενότητα 5.2, ειδικά μετά την εξίσωση 5.8. Επίσης συνίσταται να επαναλάβετε την άσκηση αυτή μετά το κεφάλαιο με τα δίκτυα Boltzmann, που είναι η κατηγορία των δικτύων που μπορούν να ξεφεύγουν από τα τοπικά ελάχιστα και τα οποία έχουν εκπαίδευση με στατιστικούς τρόπους.

6.1

Σύμφωνα με την εξίσωση 6.7 έχουμε ότι $\alpha = 0,15(1\text{–}t/1000)$. Αφού ζητάμε ρυθμό 0,003, άρα $0,003 = 0,15(1\text{–}t/1000)$, ή λύνοντας την απλή αυτή εξίσωση έχουμε $t = 800$ κύκλους. Το πρόβλημα αυτό είναι μάλλον απλό, αρκεί να καταλάβουμε την έννοια του ρυθμού εκπαίδευσης, που είναι η παράμετρος α. Παρόμοιες παράμετροι υπάρχουν σχεδόν σε όλους τους τύπους δικτύων, θυμηθείτε λ.χ. την εξίσωση 3.7 στο κεφάλαιο 3 ή την εξίσωση 4.26 στο κεφάλαιο 4 (παράμετρος η).

6.2

Στα δίκτυα του τύπου Kohonen πρέπει να υπολογίζουμε πάντα τις αποστάσεις, όπως είδαμε στην ενότητα 6.2. Έτσι λοιπόν για το πρώτο πρότυπο και για την πρώτη μονάδα εξόδου έχουμε:

$d_1 = (0,5\text{–}0,8)^2 + (0,6\text{–}0,7)^2 + (0,8\text{–}0,4)^2 = 0,26$, ενώ για την δεύτερη μονάδα εξόδου έχουμε $d_2 = (0,4\text{–}0,8)^2 + (0,2\text{–}0,7)^2 + (0,5\text{–}0,4)^2 = 0,42$, από το οποίο συμπεραίνουμε ότι η πρώτη μονάδα έχει μικρότερο d και άρα προτιμάται. Τώρα θα βρούμε τα νέα βάρη w, χρησιμοποιώντας την εξίσωση 6.6. Αρα έχουμε $w_{ij}(n + 1) = w_{ij}(n) +$

$0{,}5[x_i – w_{ij}(n)]$, και τα νέα βάρη τώρα είναι : (0,65 0,65 0,6) και (0,4 0,2 0,5). Τελειώσαμε τώρα με το πρώτο πρότυπο και προχωράμε στο επόμενο πρότυπο. Στο δεύτερο πρότυπο τώρα $d_1 = (0{,}65–0{,}6)^2 + (0{,}65–0{,}9)^2 + (0{,}6–0{,}9)^2 = 0{,}155$, και

$d_2 = (0{,}4–0{,}6)^2 + (0{,}2–0{,}9)^2 + (0{,}5–0{,}9)^2 = 0{,}69$. Και εδώ η πρώτη μονάδα προτιμάται, και τα νέα βάρη είναι: : (0,625 0,775 0,75) και (0,4 0,2 0,5) και προχωράμε στο επόμενο πρότυπο. Στο τρίτο πρότυπο $d_1 = (0{,}625–0{,}3)^2 + (0{,}775–0{,}4)^2 + (0{,}75–0{,}1)^2 = 0{,}67$, ενώ $d_2 = (0{,}4–0{,}3)^2 + (0{,}2–0{,}4)^2 + (0{,}5–0{,}1)^2 = 0{,}21$. Εδώ παρατηρούμε ότι η δεύτερη μονάδα προτιμάται (0,21 < 0,67) και τα νέα βάρη τώρα γίνονται: (0,625 0,775 0,75) και (0,35 0,3 0,3) και προχωράμε στο επόμενο πρότυπο. Στο τέταρτο πρότυπο $d_1 = (0{,}625–0{,}1)^2 + (0{,}775–0{,}1)^2 + (0{,}75–0{,}3)^2 = 0{,}93$, ενώ για την δεύτερη μονάδα $d_2 = (0{,}35–0{,}1)^2 + (0{,}3–0{,}1)^2 + (0{,}3–0{,}3)^2 = 0{,}1$. Εδώ παρατηρούμε ότι η δεύτερη μονάδα προτιμάται (0,1 < 0,93) και τα τελικά βάρη τώρα γίνονται: (0,625 0,775 0,75) και (0,225 0,2 0,3). . Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε κατανοήσει την διαδικασία εκπαίδευσης δικτύων Kohonen. Αν όχι, μην απογοητεύεσθε. Τα δίκτυα αυτά διαφέρουν πολύ από όσα είδαμε μέχρι τώρα. Το γεγονός ότι δεν υπάρχουν στόχοι, καθώς επίσης και το γεγονός ότι συγκρίνουμε άμεσα και αφαιρούμε το βάρος από το σήμα, είναι πράγματα που δεν υπήρχαν σε άλλους τύπους δικτύων που είδαμε προηγουμένως και φαίνονται εκ πρώτης όψεως λίγο περίεργα. Επαναλάβετε πάλι την ενότητα 6.2, δίνοντας προσοχή τις εξισώσεις 6.1–6.6.

6.3

Η σωστή απάντηση εδώ βρίσκεται χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις που δίνονται στην εκφώνηση. Έται έχουμε ότι $0{,}1 = 0{,}9–\alpha 0{,}001$. Λύνοντας βρίσκουμε ότι $\alpha = 800$ κύκλοι. Εδώ πρέπει να προσέξουμε την μορφή της εξίσωσης που δίνεται στην Άσκηση. Δεν είναι η ίδια με την γνωστή μας εξίσωση 6.7, που είδαμε ότι είναι η εξίσωση της ελάττωσης του α. Συγκρίνετε όμως τις δύο αυτές εξισώσεις και παρατηρήστε τις διαφορές τους. Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε κατανοήσει καλά τις ιδιαιτερότητες του ρυθμού εκπαίδευσης και μπορείτε να ξεχωρίσετε τις σχετικές εξισώσεις. Αν όχι, θα πρέπει να επαναλάβετε την ενότητα 6.2 και να προσέξετε την εκφώνηση του προβλήματος.

6.4

Εδώ πρέπει να κατανοήσουμε καλά τι σημαίνουν τα δεδομένα του προβλήματος. Αρχίζουμε την μέτρηση των κύκλων στο 1 και παρατηρούμε ότι επιφέρουμε μία αλλαγή μόνον μετά από 200 κύκλους. Αυτό το συνπεραίνουμε από την εξίσωση που έχει τον όρο mod200. Άρα, και αφού το R ελαττώνεται κάθε 200 κύκλους παρατηρούμε ότι μετά 1000 κύκλους θα έχουμε $R = 1$. Ο αριθμός των μονάδων που θα έχει αναπροσαρμοσθεί θα είναι 4, περιλαμβανομένης της μονάδας που υπερισχύει. Οι πράξεις δεν είναι ούτε δύσκολες ούτε πολλές, εδώ έχει μεγάλη σημασία να κατανοήσουμε τι σημαίνει αναπροσαρμογή, καθώς επίσης και ελάττωση της γειτονίας ενός σημείου. Αν απαντήσατε σωστά, τότε έχετε πιάσει αυτήν την ιδέα. Αν όχι, πρέπει να πούμε ότι η ιδέα αυτή είναι μάλλον αρκετά διαφορετική από τους άλλους τύπους δικτύων που έχουμε δει μέχρι τώρα και έτσι χρειάζεται λίγο παραπάνω προσοχή και επιμονή. Σίγουρα θα κατανοήσετε το πνεύμα αυτό μετά από μερικά διαβασματα.

6.5

Σχηματίζουμε τις ποσότητες α $p^T{}_1$ και α $p^T{}_2$ (εσωτερικά γινόμενα όπου ο εκθέτης Τ υποδηλώνει το ανάστροφο διάνυσμα) οι οποίες έχουν ως εξής:

$$\alpha\, p^T{}_1 = \frac{(1\times 2)+(4\times 1)}{\sqrt{1^2+4^2}\sqrt{2^2+2^2}} = 0{,}651$$

$$\alpha\, p^T{}_2 = \frac{(1\times 6)+(4\times 6)}{\sqrt{1^2+4^2}\sqrt{6^2+6^2}} = 0{,}857$$

΄Αρα, το p_2 είναι πλησιέστερο διάνυσμα. Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε κατανοήσει καλά τον τρόπο που γίνεται η σύγκριση των διανυσμάτων που δίνουν τις αποστάσεις μεταξύ τους, ώστε να βρεθούνε αυτά που ταιριάζουν περισσότερο. Αν όχι, θα πρέπει να επαναλάβετε την ενότητα 6.2 και να προσέξετε την υπόδειξη του προβλήματος.

6.6

Τα δύο κανονικοποιημένα διανύσματα είναι:

$a = [1/\sqrt{17}\ 4/\sqrt{17}]$ και $p_2 = [6/\sqrt{72}\ 6/\sqrt{72}]$

Κατά την πρώτη παρουσίαση έχουμε:

$$p_2(n+1) = \frac{[6/\sqrt{72}+1/\sqrt{17} \qquad 6/\sqrt{72+4/\sqrt{17}}]}{\sqrt{(6/\sqrt{72}+1/\sqrt{17})^2+(6/\sqrt{72}+4/\sqrt{17})^2}} = [0{,}493 \qquad 0{,}870]$$

Για την δεύτερη παρουσίαση έχουμε:

$$p_2(n+2) = \frac{[0.493+1/\sqrt{17} \qquad 0.870+4/\sqrt{17}]}{\sqrt{(0.493+1/\sqrt{17})^2+(0.870+4/\sqrt{17})^2}} = [0{,}371 \qquad 0{,}928]$$

Και εδώ ισχύουν τα ίδια σχόλια όπως στην προηγούμενη άσκηση και είναι σημαντικό να θυμόμαστε πως κανονικοποιούμε διανύσματα. Αν δεν το θυμόμαστε, αυτό θα πρέπει να ανατρέξουμε στα βασικά μαθηματικά.

7.1

Η σωστή Απάντηση εδώ είναι η (β), διότι είδαμε ότι στα δίκτυα Boltzmann το κεντρικό χαρακτηριστικό τους είναι ότι εκπαιδεύονται με ανόπτυση, δηλ. αρχίζουν από μιά ψηλή θερμοκρασία, η οποία σιγά–σιγά ελαττώνεται, μέχρις ότου το δίκτυο έρθει σε ισορροπία και εκπαιδευθεί.

Εξάλλου ο ρυθμός αλλαγής της θερμοκρασίας δίνεται από την εξίσωση (7.5), η οποία έχει τον χρόνο t στον παρονομαστή, πράγμα που σημαίνει ότι όσο αυξάνεται ο χρόνος τόσο ελαττώνεται η θερμοκρασία. Η μέθοδος Cauchy χρησιμοποιεί άλλο ρυθμό, που δίνεται στην εξίσωση (5.7), και που είναι διαφορετική από την εξίσωση (7.5). Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε καταλάβει την ουσία της προσομοιωμένης ανόπτησης. Αν όχι, τότε θα πρέπει να ανατρέξετε στους τρεις τύπους στατιστικών δικτύων που παρουσιάζονται στο κεφάλαιο αυτό, όπου αναφέρονται οι ιδέες αυτές και δίνονται οι εξηγήσεις γιατί είναι απαραίτητο να ελαττώνεται η παράμετρος T όσο προχωράει η εκπαίδευση του δικτύου.

7.2

Με την μέθοδο Boltzmann, χρησιμοποιώντας την εξίσωση (7.5), θα έχουμε $T(t) = 0{,}50/\log(101) = 0{,}24946$. Με την μέθοδο Cauchy και με την εξίσωση (7.7) θα έχουμε τώρα ότι $T(t) = 0{,}50/101 = 0{,}00495$. Παρατηρούμε ότι η θερμοκρασία με την δεύτερη μέθοδο ελαττώνεται γρηγορότερα, όπως και στην εκφώνηση του προβλήματος. Τελικά, λοιπόν, η απάντηση είναι 0,24946/0,00495 = 50,3 φορές γρηγορότερα. Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε κατανοήσει την διαφορά μεταξύ των δύο κατανομών, του Boltzmann και του Cauchy. Αν όχι, τότε θα πρέπει να επαναλάβετε τις ενότητες 7.2 και 7.3. Οι διαφορές αυτές επίσης φαίνονται στο Σχήμα 7.3, όπου βλέπουμε πόσο διαφέρουν οι δύο καμπύλες.

7.3

Έχουμε ήδη δει από την εξίσωση 5.7 ότι όταν έχουμε αλλαγή του σήματος από –1 σε + 1, τότε:

$\Delta \mathrm{E}_j = E_j(\text{νέα}) – E_j(\text{παλαιά}) = –\Delta s_j \Sigma w_{ji} s_i$

(όπου για ευκολία δεν συμπεριλαμβάνουμε τον παράγοντα ½). Άρα τώρα θα έχουμε την πιθανότητα το σήμα να είναι + 1:

$P(s_i = +1) = 1/[1 + \exp(\Delta E_i/T)]$

Αντίστοιχα $P(s_i = -1) = 1-1/[1 + \exp(\Delta E_i/T)]$

Άρα: $< s_i > = P(s_i = +1)P(1) + P(-1)P(-1) =$

$$= \frac{1}{1+\exp[-2 < s_i > /T]} - = \frac{1}{1+\exp[-2 < s_i > /T]} = \tanh(< S_i > /T)$$

Η Άσκηση αυτή δεν είναι εύκολη, Συνεπάγεται ότι έχουμε κατανοήσει την ιδέα της πιθανότητας P, όπως αυτή αρχικά εννοείται από την Φυσική. Πρέπει να προσέξουμε να χρησιμοποιήσουμε τις δύο τιμές του σήματος που δίνει η υπόδειξη και να θυμηθούμε την εξίσωση 5.7 και πώς αυτή αποδεικνύεται. Αν λοιπόν δυσκολευτείτε στην Άσκηση αυτή τότε θα πρέπει να ξεκινήσετε από εκεί. Οι πολλαπλασιασμοί είναι μάλλον εύκολοι και τέλος θα πρέπει να θυμηθείτε τον ορισμό της υπεβολικής εφαπτομένης, για να καταλήξουμε στο τελικό αποτέλεσμα. Πάντως μην απογοητεύεστε αν δυσκολευτήκατε εδώ, το θέμα αυτό είναι αρκετά προχωρημένο, χρειάζεται εμπειρία από την Στατιστική Φυσική για τέτοια προβλήματα. Είναι καλό όμως να το κατανοήσετε.

8.1

Η ερώτηση αυτή ίσως θεωρηθεί παραπλανητική. Πρέπει να δώσουμε προσοχή στις λέξεις: «μόνον όταν». Η σωστή Απάντηση είναι η (ε). Όπως συζητήσαμε πολλές φορές στα διάφορα κεφάλαια, και κυρίως στο κεφάλαιο 4 με την μέθοδο της οπισθοδιάδοσης, δεν υπάρχει ένας χρυσός κανόνας που να τον εφαρμόζουμε με ακρίβεια όταν εκπαιδεύουμε ένα δίκτυο, όσον αφορά τον τρόπο που παρουσιάζουμε τα πρότυπα, την σειρά τους, το πως διορθώνουμε τα σφάλματα κτλ. Το σωστό είναι ότι όλα αυτά τα θέματα τα έχουμε λύσει μάλλον εμπειρικά και άλλες φορές ένα δίκτυο δουλεύει σωστά με μία διαδικασία, ενώ άλλες φορές ένα άλλο δίκτυο με μία διαφορετική διαδικασία. Σε μερικές ειδικές περιπτώσεις έχει αποδειχθεί ότι το (β) είναι σωστό, αλλά αυτό δεν μπορεί να γενικευθεί για όλες τις κατηγορίες νευρωνικών δικτύων. Αν λοιπόν περιορισθούμε με το «μόνον όταν», τότε κανένα από τα (α)–(δ) δεν είναι σωστό. Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε κατανοήσει καλά τις ιδιαιτερότητες της εκπαίδευσης των νευρωνικών δικτύων, και το γεγονός ότι από την φύση τους αναγκαζόμαστε να καταφεύγουμε σε εμπειρικές λύσεις. Αν δεν θυμόσαστε τα χαρακτηριστικά των Απαντήσεων (α)–(δ), τότε θα πρέπει να ανατρέξετε στο κεφάλαιο 4 όπου γίνεται η σχετική συζήτηση για το θέμα αυτό.

8.2

Εδώ η σωστή Απάντηση είναι το (γ). Παρόλο που το θέμα αυτό δεν έχει μία και μοναδική απάντηση για όλες τις περιπτώσεις και ο αριθμός δεν είναι πάντα απόλυτος, εντούτοις το χαρακτηριστικό που μόνον τα νευρωνικά δίκτυα έχουν σε όλες τις ακριβείς επιστήμες (exact sciences), είναι η ανοχή τους στα σφάλματα, η συνειρμική μνήμη την οποία κατέχουν και η διόρθωση που μπορούν να πετυχαίνουν σε θορυβώδη σήματα. Έτσι το (ε) είναι σίγουρα λάθος. Όπως είδαμε σε διάφορα σημεία στα προηγούμενα κεφάλαια, ο αριθμός 25 είναι υπερβολικά μεγάλος, ενώ οι αριθμοί 1 και 5 είναι μάλλον μικροί. Έτσι καταλήγουμε στο (γ) ως την σωστή Απάντηση. Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε πιάσει το νόημα ότι τα νευρωνικά δίκτυα είναι μία από τις λίγες επιστήμες που ενδιαφέρονται να βρίσκουν το σωστό αποτέλεσμα όχι με μεγάλη ακρίβεια, αλλά με μία ικανοποιητική προσέγγιση. Αν δεν θυμηθήκατε την ιδέα αυτή, τότε θα πρέπει να ανατρέξετε σε διάφορα τμήματα των κεφαλαίων 3–7, στα οποία συζητείται η ιδέα αυτή, όπως είναι λ.χ. η ενότητα 5.5.

8.3

Το ερώτημα αυτό είναι σχετικό με τι είδους διαδικασία εκπαιδεύονται τα πρότυπα που εξετάσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια, σχετικά με το αν έχουν στόχο ή όχι στα πρότυπα που παρουσιάζονται στην είσοδο των δικτύων. Η σωστή Απάντηση εδώ είναι μόνο η (γ), καθότι στον ανθρώπινο εγκέφαλο, όταν μαθαίνει να αναγνωρίζει πρότυπα, δεν του δίνονται οι απαντήσεις, αλλά η γνώση προκύπτει εμπειρικά. Αντίθετα, στον αισθητήρα δίνονται οι στόχοι, όπως και στην οπισθοδιάδοση, ενώ στα δίκτυα Kohonen η εκπαίδευση είναι μη–εποπτεύομενη. Αν απαντήσατε σωστά, τότε συγχαρητήρια, έχετε στο μυαλό σας όλες τις εικόνες των πιο σημαντικών δικτύων του βιβλίου αυτού. Δεν είναι και τόσο εύκολο αυτό γιατί πολλά από τα δίκτυα αυτά μοιάζουν μεταξύ τους, ενώ οι διαφορές τους δεν είναι και πολύ μεγάλες, άρα είναι εύκολο να μπερδευτεί κανείς. Το βασικό σημείο είναι να θυμόμαστε αν υπάρχει στόχος στους νευρώνες εξόδου. Αν λοιπόν μπερδευτήκατε θα πρέπει να ανατρέξετε στους συγκεκριμένους τύπους δικτύων και να βρείτε την σχετική συζήτηση στα προηγούμενα κεφάλαια.

Γλωσσάρι

αισθητήρας το πιο απλό νευρωνικό σύστημα, από τα πρώτα που χρησιμοποιήθηκαν ιστορικά για εφαρμογές. Εκπαιδεύεται με κατάλληλη διαδικασία και μπορεί και επιτελεί διάφορες διεργασίες. Σήμερα η χρήση του είναι μάλλον περιορισμένη.

adaline δίκτυο που επινοήθηκε από τον B. Widrow και δίνει έξοδο + 1 όταν ο νευρώνας ενεργοποιείται και –1 όταν είναι αδρανής. Τα βάρη υπολογίζονται με τον κανόνα Δέλτα.

ανάδραση διαδικασία επανατροφοδότησης της εξόδου (όλης ή δείγματος) ενός ή περισσοτέρων νευρώνων, σαν είσοδο σε ένα ή περισσότερους νευρώνες του (των) προηγουμένου (ων) επιπέδου (ων).

ανασταλτική σύνδεση σύνδεση μεταξύ δύο νευρώνων η οποία έχει αρνητικό βάρος και αποτρέπει τον νευρώνα από την ενεργοποίηση.

ανοχή σφάλματος ιδιότητα των νευρωνικών δικτύων χάρη στην οποία μπορούν και λειτουργούν έστω και αν ένα μικρό τμήμα τους καταστραφεί ή είναι λανθασμένο.

άξονας ίνα, μέρος του κυττάρου του νευρώνα, με την οποία γίνεται η μετάδοση του σήματος από την έξοδο ενός νευρώνα στους άλλους νευρώνες.

αρχιτεκτονική δικτύου η δομή των νευρώνων και η συνδεσμολογία τους μέσα σε ένα νευρωνικό δίκτυο.

ασύγχρονος μέθοδος αλλαγών των βαρών ενός δικτύου όταν οι αλλαγές γίνονται μία κάθε φορά κατ’ αντίθεση με το να γίνονται ταυτόχρονα όλες μαζί . Τα δίκτυα Hopfield είναι ασύγχρονα.

αυτοεποπτευόμενη εκπαίδευση εκπαίδευση ίδια με τη μη εποπτευόμενη εκπαίδευση.

βάρος σύνδεσης είναι μια ποσότητα που υποδηλώνει πόσο ισχυρή είναι η σύνδεση μεταξύ δύο νευρώνων.

διεγερτική σύνδεση	σύνδεση μεταξύ δύο νευρώνων η οποία έχει θετικό βάρος και προτρέπει τον νευρώνα να ενεργοποιηθεί.
δενδρίτης	η λεπτή απόληξη ενός κυττάρου–νευρώνα που δέχεται σήματα από άλλους νευρώνες.
είσοδος δικτύου	είναι το σημείο της δομής του νευρωνικού δικτύου στο οποίο δίνονται εξωτερικά για πρώτη φορά τα παραδείγματα στα οποία το δίκτυο θα εκπαιδευθεί .
εκπαίδευση δικτύου	μία περίπλοκη διεργασία στην οποία υπόκειται ένα νευρωνικό δίκτυο, στο οποίο παρουσιάζονται ένας αριθμός από παραδείγματα (πρότυπα) τα οποία το νευρωνικό δίκτυο εκπαιδεύεται να αναγνωρίζει
ενεργοποίηση	η κατάσταση κατά την οποία ένας νευρώνας δέχεται άθροισμα σημάτων τα οποία είναι ίσα ή μεγαλύτερα από το χαρακτηριστικό κατώφλι θ, και επομένως δίνει ως έξοδο σήμα με τιμή 1 .
έξοδος δικτύου	είναι το σημείο της δομής του νευρωνικού δικτύου από το οποίο βγαίνει το αποτέλεσμα της διεργασίας που επιτελεί το δίκτυο.
επανάληψη	ένας πλήρης υπολογισμός του σήματος και διόρθωση των βαρών σε ολόκληρο το νευρωνικό δίκτυο, από την είσοδο ως την έξοδο. Ο υπολογισμός γίνεται κατά την εκπαίδευση του δικτύου και το φέρνει πιο κοντά στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Συνήθως χρειάζεται ένας μεγάλος αριθμός από επαναλήψεις για να επιτευχθεί η εκπαίδευση του δικτύου, αριθμός ο οποίος δεν είναι γνωστός εκ των προτέρων.
εποπτευόμενη εκπαίδευση	η εκπαίδευση ενός νευρωνικού δικτύου στην οποία δίνονται τα πρότυπα στα οποία θα εκπαιδευθεί το δίκτυο, καθώς και οι αντιστοιχούντες στόχοι στα πρότυπα αυτά.
κανόνας Δέλτα	ο κανόνας ο οποίος υπολογίζει πόσο πρέπει να διορθωθεί ένα βάρος, ούτως ώστε το νευρωνικό δίκτυο να πλησιάσει περισσότερο προς την εκπαίδευσή του.
κατώφλι	η εσωτερική τιμή του «δυναμικού» που έχει ένας νευ-

	ρώνας, και η οποία συγκρίνεται κάθε φορά με το εισερχόμενο σήμα. Εάν είναι μεγαλύτερο από το κατώφλι, τότε ο νευρώνας ενεργοποιείται, εάν είναι μικρότερο, τότε ο νευρώνας παραμένει αδρανής.
κρυμμένο επίπεδο	είναι ένα επίπεδο νευρώνων μέσα σε ένα νευρωνικό δίκτυο το οποίο δεν έχει άμεση επαφή ούτε με την είσοδο ούτε με την έξοδο του δικτύου.
Madaline	ένα νευρωνικό δίκτυο που αποτελείται από πολλά δίκτυα adaline.
μη εποπτευόμενη εκπαίδευση	η εκπαίδευση ενός νευρωνικού δικτύου στην οποία δίνονται τα πρότυπα στα οποία θα εκπαιδευθεί το δίκτυο, αλλά δεν υπάρχουν στόχοι που αντιστοιχούν σε αυτά. Το δίκτυο εκπαιδεύεται στο να παράγει εξόδους που να ταιριάζουν με τις εισόδους .
νευρώνας	η στοιχειώδης μονάδα από την οποία αποτελείται ένα νευρωνικό δίκτυο. Ο ίδιος όρος χρησιμοποιείται στα βιολογικά δίκτυα, οπότε είναι το κύτταρο με τις αποφύσεις του και στα τεχνητά δίκτυα, οπότε είναι η στοιχειώδης τεχνητή μονάδα
νευρωνικό δίκτυο	η συλλογή αριθμού νευρώνων οι οποίοι είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους με κάποιο κατάλληλο τρόπο.
οπισθοδιάδοση	η πιο γνωστή μέθοδος εκπαίδευσης νευρωνικού δικτύου με πολλά επίπεδα Βασίζεται στην προώθηση των σημάτων από την είσοδο στην έξοδο του δικτύου, και στην διόρθωση των τιμών των βαρών του δικτύου από την ελαχιστοποίηση του σφάλματος από την έξοδο πίσω στην είσοδο.
πρότυπο	είναι το παράδειγμα που παρουσιάζεται στην είσοδο του νευρωνικού δικτύου κατά την διαδικασία της εκπαίδευσης του δικτύου.
ρυθμός εκπαίδευσης	μια σταθερά, η οποία υποδηλώνει πόσο μεγάλες είναι οι αλλαγές που γίνονται στα βάρη κατά την εκπαίδευση του δικτύου.

σήμα	πληροφορία η οποία καταφθάνει στην είσοδο ενός νευρωνικού δικτύου, μεταδίδεται μέσα σε αυτό και προκαλεί την δημιουργία μιας νέας πληροφορίας στην έξοδο.
στόχος	είναι η τιμή που πρέπει να δώσει στην έξοδό του ένα νευρωνικό δίκτυο για κάποιο συγκεκριμένο πρότυπο που παρουσιάζεται στην είσοδο του δικτύου. Λέγεται και αναμενόμενη ή επιθυμητή απόκριση. Χρησιμοποιείται σε μεθόδους εποπτευόμενης εκπαίδευσης
σύγχρονος	μέθοδος αλλαγής των βαρών ενός δικτύου όταν οι αλλαγές γίνονται ταυτόχρονα όλες μαζί.
σύναψη	η σύνδεση μεταξύ δύο νευρώνων
συνειρμική μνήμη	ιδιότητα νευρωνικού δικτύου στο οποίο όταν παρουσιάζεται μόνο ένα τμήμα κάποιου προτύπου, το δίκτυο μπορεί και ανακαλεί (αναπαράγει) το υπόλοιπο τμήμα
σφάλμα	είναι η διαφορά που δίνεται στην έξοδο ενός δικτύου μεταξύ της αναμενόμενης τιμής και της πραγματικής τιμής που λαμβάνεται. Όταν το δίκτυο έχει πλήρως εκπαιδευτεί τότε το σφάλμα τείνει στο μηδέν
σώμα	το κεντρικό τμήμα του κυττάρου του βιολογικού νευρώνα.
τεχνητό νευρωνικό δίκτυο	μια τεχνητή δομή νευρωνικού δικτύου που συνοδεύεται από έναν αλγόριθμο λειτουργίας του δικτύου.