

Κεφάλαιο 6: Κίνδυνος αγοράς και Αξία σε κίνδυνο (VAR)-Value at Risk

6.1 Κίνδυνος αγοράς

Ορισμός: Ως κίνδυνο της αγοράς (market risk ή value at risk) ορίζουμε τον κίνδυνο που συσχετίζεται με την κερδοφορία του εμπορικού χαρτοφυλακίου ενός χρηματοπιστωτικού ιδρύματος και ο οποίος προκαλείται από παράγοντες όπως η μεταβολή του επιτοκίου, η μεταβολή των τιμών διάφορων στοιχείων του ενεργητικού, η μεταβολή του επιπέδου ρευστότητας και η γενικότερη μεταβλητότητα των αγορών.

Ο κίνδυνος αγοράς εμφανίζεται εντονότερος όταν ο πιστωτικός οργανισμός δεν χρησιμοποιεί στοιχεία του ενεργητικού και των υποχρεώσεών του για μακροχρόνιες τοποθετήσεις.

6.2 Έννοια του VAR

Η αξία σε κίνδυνο (VAR) είναι μέθοδος μέτρησης του κινδύνου, με την αξιοποίηση στατιστικών μεθόδων, του συνόλου των χρηματοοικονομικών κινδύνων (επιτοκίων, συναλλάγματος, πιστωτικού, ρευστότητας, επένδυσης, κ.λ.π.) που αναλαμβάνει ένας χρηματοοικονομικός οργανισμός ή εμπεριέχει ένα χαρτοφυλάκιο.

Η μέτρηση του κινδύνου εμπεριέχει ποσοτική διάσταση. Επομένως, το αποτέλεσμα της μέτρησης με τη μέθοδο VAR, όπως και με οποιαδήποτε άλλη μέθοδο, πρέπει να είναι ο ποσοτικός υπολογισμός της αναμενόμενης ζημιάς του χαρτοφυλακίου ή του χρηματοοικονομικού οργανισμού, η οποία θα προκύψει από τους παράγοντες που εμπερικλείουν κίνδυνο, δηλαδή από παράγοντες κινδύνου όπως τα επιτόκια, το συνάλλαγμα, οι μετοχές, τα χρεόγραφα, κ.λ.π.

Με τη μέθοδο VAR μετράται, κάτω από κανονικές συνθήκες στην αγορά, η υψηλότερη πιθανή ή αναμενόμενη ζημιά και κατά συνέπεια η μείωση (ζημιά) της αξίας ενός χαρτοφυλακίου ή η μείωση της αξίας (καθαρής θέσης) ενός χρηματοοικονομικού οργανισμού, εντός συγκεκριμένου διαστήματος στατιστικής εμπιστοσύνης (δηλαδή με προεπιλεγμένη πιθανότητα).

Με τον όρο κανονικές συνθήκες αγοράς αναφερόμαστε στην αγορά στην οποία δεν παρατηρούνται φαινόμενα ή καταστάσεις των οποίων η ένταση και εμφάνιση είναι πέραν από τα συνήθως προσδοκώμενα.

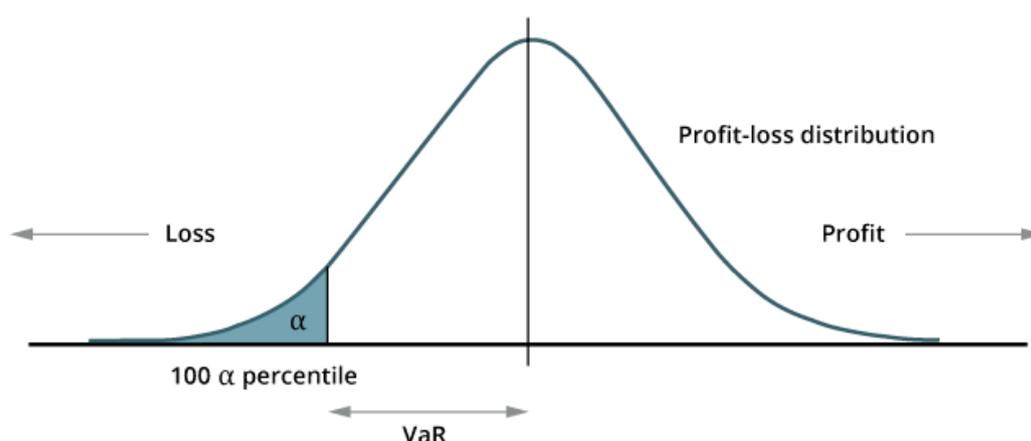
Ορισμός: Το VAR είναι η μέγιστη (υπό συνήθεις συνθήκες) δυνητική ζημιά για δεδομένο χρονικό ορίζοντα και για δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης, όπου το επίπεδο εμπιστοσύνης είναι η πιθανότητα η ζημιά να μην ξεπεράσει αυτή τη μέγιστη τιμή.

Δηλαδή, «Είμαστε X% σίγουροι ότι οι απώλειες μας δεν θα είναι περισσότερες από €V μέσα στο διάστημα T».

Πλεονεκτήματα του VAR:

- Περικλείει μία σημαντική διάσταση κινδύνου μέσα μόνο σε ένα νούμερο.
- Είναι εύκολα αντιληπτή η έννοιά του.
- Απαντά σε μία βασική ερώτηση: «Πόσο άσχημα μπορούν να πάνε τα πράγματα;»

Το αποτέλεσμα των μετρήσεων με τη χρήση της VAR έχει τη λογική του παρακάτω διαγράμματος.



Η σκιασμένη περιοχή την αριστερή περιοχή της καμπύλης της κανονικής κατανομής αποτελεί τη μέγιστη ζημιά, π.χ. 1 εκ. ευρώ, στο επιλεγέν χρονικό διάστημα, π.χ. ενός μηνός, και για το συγκεκριμένο διάστημα

στατιστικής εμπιστοσύνης, π.χ. 5%. Αυτό σημαίνει ότι η πιθανότητα να υπερβεί η ζημιά το 1 εκ. ευρώ στον επόμενο μήνα είναι 5%. Η διαφορετικά η ζημιά θα είναι χαμηλότερη του 1 εκ. ευρώ με πιθανότητα 95%.

Με τη μέθοδο VAR μπορούμε να μετρήσουμε και κάθε μεμονωμένο κίνδυνο που προκύπτει από έναν παράγοντα κινδύνου, όπως π.χ. μόνο επιτοκίων ή μόνο συναλλάγματος.

Παράδειγμα: Τα κέρδη από ένα χαρτοφυλάκιο σε μία περίοδο 6 μηνών κατανέμονται κανονικά με μέσο κέρδος τα €2εκ. και τυπική απόκλιση τα €10εκ. Ποιό είναι το VaR μίας περιόδου 6 μηνών, με διάστημα εμπιστοσύνης 99%;

Λύση:

Από τον πίνακα της κανονικής κατανομής γνωρίζουμε ότι το 1% (100%-99%) βρίσκεται 2,33 τυπικές αποκλίσεις από το μέσο.

Η κατανομή είναι των κερδών, άρα θα πρέπει να κινηθούμε αρνητικά από τον μέσο:

$$2 - (2,33 * 10) = -21,3 \text{ εκ. €}$$

Παράδειγμα: Έστω ετήσια επένδυση, όπου όλες οι πιθανές εκβάσεις κυμαίνονται μεταξύ απώλειας €50εκ. και κέρδους €50εκ., ισοπίθانا (ομοιόμορφη κατανομή - uniform distribution). Ποιό είναι το VaR μίας περιόδου 1 έτους, με διάστημα εμπιστοσύνης 99%;

Λύση:

Επειδή έχουμε ομοιόμορφη κατανομή, γνωρίζουμε ότι το 1% βρίσκεται στην έκβαση που ορίζει το χαμηλό 1% του εύρους [-50,50].

Το σύνολο του εύρους είναι 100 εκ., άρα το χαμηλό 1% (δεδομένης της ομοιόμορφης κατανομής είναι το -49 εκ.€.

Τι γίνεται στην περίπτωση που έχουμε χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από ένα στοιχείο.

Έστω ότι αγοράσαμε 1εκ\$ χρυσό. Πόσο μπορεί να χάσουμε σε μια ημέρα?

Χρειαζόμαστε τη μεταβλητότητα των ημερήσιων μεταβολών (αποδόσεων) της τιμής του χρυσού. Έστω ότι δίνεται ως $\sigma=0,55\%$. Αν επιπλέον υποθέσουμε ότι οι ημερήσιες αποδόσεις του χρυσού είναι κανονικά κατανομημένες, τότε μπορούμε να πούμε ότι με 95% πιθανότητα δεν θα χάσουμε σε μια μέρα περισσότερα από $VaR_{95\%} = 1,65 * 0,55\% * 1εκ\$ = 9.075\$$.

Αρα $VAR = \alpha * \sigma * P$ όπου α ο συντελεστής του επιπέδου εμπιστοσύνης, σ η τυπική απόκλιση των αποδόσεων και P το επενδυμένο ποσό.

Παράδειγμα:

Χαρτοφυλάκιο 1: Έστω ότι το χαρτοφυλάκιο 1 έχει μόνο μία μετοχή την X και αξίζει €10 εκ., τυπική απόκλιση ημέρας = 2% και επειδή η μέση απόδοση είναι πολύ μικρή σε σχέση με την μεταβλητότητα κάνουμε την υπόθεση ότι είναι ίση με το 0. Επίσης, υποθέτουμε ότι η απόδοση της μετοχής κατανέμεται κανονικά και υπάρχει ανεξαρτησία μεταξύ των ημερίσιων αποδόσεων της μετοχής. α) Υπολογίστε το $VaR(99\%)$ για χρονικό ορίζοντα 10 ημερών.

Χαρτοφυλάκιο 2: Έστω ότι το χαρτοφυλάκιο 2 έχει μόνο μία μετοχή την Y και αξίζει €5 εκ., τυπική απόκλιση ημέρας = 1% και επειδή η μέση απόδοση είναι πολύ μικρή σε σχέση με την μεταβλητότητα κάνουμε την υπόθεση ότι είναι ίση με το 0. Επίσης, υποθέτουμε ότι η απόδοση της μετοχής κατανέμεται κανονικά και υπάρχει ανεξαρτησία μεταξύ των ημερίσιων αποδόσεων της μετοχής. β) Υπολογίστε το $VaR(99\%)$ για χρονικό ορίζοντα 10 ημερών.

Χαρτοφυλάκιο 3: Έστω ότι το χαρτοφυλάκιο 3 έχει δύο μετοχές, την X και την Y και αξίζει €15 εκ., η τυπική απόκλιση ημέρας της $X = 2\%$ και η τυπική απόκλιση ημέρας της $Y = 1\%$ και υποθέτουμε ότι η μέση απόδοση είναι ίση με το 0. Η συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων X και Y είναι 0,3. γ) Υπολογίστε το $VaR(99\%)$ για χρονικό ορίζοντα 10 ημερών.

(Υποθέτουμε για τα χαρτοφυλάκια ανεξαρτησία μεταξύ των ημερίσιων αποδόσεων της μετοχής)

δ) Ποιο είναι το συνολικό όφελος σε όρους VaR μέσω της δημιουργίας των χαρτοφυλακίων?

Λύση:

α) Το 1% της κανονικής κατανομής βρίσκεται στο -2,33, άρα αυτό σημαίνει ότι με πιθανότητα 99% η αξία του χαρτοφυλακίου μας δε θα μειωθεί την επόμενη μέρα περισσότερο από:

$$2,33 * 10.000.000 * 2\% = \text{€}466.000 \text{ (VAR(99\%)1 ημέρας)}$$

Αφού υποθέτουμε ανεξαρτησία μεταξύ των ημερισίων αποδόσεων της μετοχής το VAR(99%) 10 ημερών θα είναι:

$$10^{1/2} * 466.000 = \text{€}1.473.621$$

β) Με τον ίδιο τρόπο με πριν, η αξία του χαρτοφυλακίου μας δε θα μειωθεί την επόμενη ημέρα περισσότερο από:

$$2,33 * 5.000.000 * 1\% = \text{€}116.500$$

$$10^{1/2} * 116.500 = \text{€}368.405$$

γ) X: τυπική απόκλιση=200.000, Y: τυπική απόκλιση=50.000

Πρώτα θα υπολογίσουμε την τυπική απόκλιση του αθροίσματός τους που δίνεται από τον τύπο:

$$\begin{aligned} \sigma_{X+Y} &= \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 2\rho\sigma_x\sigma_y} = \sqrt{200.000^2 + 50.000^2 + 2 * 0,3 * 200.000 * 50.000} \\ &= 220.227 \end{aligned}$$

Όπως πριν, η αξία του χαρτοφυλακίου μας δε θα μειωθεί περισσότερο από:

$$2,33 * 220.227 = \text{€}513.129$$

$$10^{1/2} * 513.129 = \text{€}1.622.657$$

δ) Το VAR (99%) 10 ημερών της X=1.473.621, της Y=368.407, της X&Y=1.622.657.

Άρα, το συνολικό όφελος σε όρους VAR είναι:

$$(1.473.621 + 368.405) - 1.622.657 = \text{€}219.369$$

Προβλήματα με τη χρήση του VaR:

Όταν το VaR χρησιμοποιείται για να θέσει όρια σε έναν διαπραγματευτή της τράπεζας, μπορεί να δημιουργηθούν προβλήματα από κάποια συγκαλυμμένη ανάληψη κινδύνου που δεν μπορεί να μετρηθεί από το VaR.

Έστω ότι μία τράπεζα θέτει ως όριο σε έναν διαπραγματευτή της το VaR 1-ημέρας σε δ.ε. 99%, να μην ξεπερνά τα €10εκ.

Ο διαπραγματευτής μπορεί να κατασκευάσει ένα χαρτοφυλάκιο όπου με πιθανότητα 99.1% οι ζημιές δεν θα ξεπερνάνε τα €10εκ και με πιθανότητα 0.9% είναι €500εκ! Ο διαπραγματευτής καλύπτει τα όρια που τέθηκαν, αλλά ξεκάθαρα έχει εκθέσει την τράπεζα σε υπερβολικό κίνδυνο.

6.3 Μέθοδοι υπολογισμού του VAR

Η VAR μπορεί να υπολογιστεί με αρκετές διαφορετικές προσεγγίσεις (μεθόδους) οι οποίες στηρίζονται στη θεωρία του χαρτοφυλακίου και κυρίως με τη χρήση στατιστικών μεθόδων.

Οι κυριότερες από τις μεθόδους αυτές είναι:

- Risk metrics
- Ιστορική προσομοίωση
- Ανάλυση ακραίων σεναρίων
- Προσομοίωση Monte Carlo

Οι βασικές επιλογές που απαιτούνται ώστε να πραγματοποιηθούν οι μετρήσεις με τις μεθόδους VAR είναι:

Χρονικός ορίζοντας: Ο χρονικός ορίζοντας που επιλέγεται σχετίζεται με το μέσο χρόνο που κρατούνται οι τίτλοι στο χαρτοφυλάκιο και με την απαιτούμενη χρονική διάρκεια κανονικής ή ομαλής ρευστοποίησης του χαρτοφυλακίου. Ο χρονικός ορίζοντας υπολογισμού του VAR μπορεί να είναι μια ημέρα, μια εβδομάδα, δύο εβδομάδες, ένας μήνας και σε κάποιες περιπτώσεις και μεγαλύτερο διάστημα.

Διάστημα εμπιστοσύνης: Συνήθως ανέρχεται από 90% έως 99%. Το διάστημα εμπιστοσύνης είναι άμεσα συνδεδεμένο με την τυπική απόκλιση, δηλαδή με το μέγεθος μεταβολών. Ουσιαστικά, στη VAR το διάστημα εμπιστοσύνης αναφέρεται στο ποσοστό του χρόνου που το χαρτοφυλάκιο δε θα εμφανίσει ζημιές υψηλότερες από τις υπολογισθείσες με τη VAR.

Ιστορικά στοιχεία ή παρατηρήσεις: Πρόκειται για την επιλογή των περιόδων από τις οποίες θα αντήθουν ιστορικά στοιχεία. Συνήθως χρησιμοποιούνται στοιχεία 3 έως 5 ετών.

6.3.1 Η μέθοδος Risk Metrics

Η μέθοδος Risk Metrics αναπτύχθηκε αρχικά από τον J.P. Morgan το 1994 με σκοπό την αντικειμενικότερη εκτίμηση των επικείμενων κινδύνων και έκτοτε χρησιμοποιείται σε ευρύ πεδίο συναλλαγών, που αφορούν σε συνάλλαγμα, παράγωγα, τίτλους αγορασμένους σε αναδυόμενες χρηματιστηριακές αγορές και γενικότερα ένα διαδεδομένο σύνολο στοιχείων του ενεργητικού.

Σημειώνουμε ότι σε περιπτώσεις που θέλουμε να εκτιμήσουμε τον κίνδυνο ενός χρηματοπιστωτικού ιδρύματος για χρονική διάρκεια μεγαλύτερη της μίας ημέρας, τότε η εκτίμηση αυτή είναι ένας απλός μετασχηματισμός του εκτιμηθέντος ημερήσιου κινδύνου. Αναλυτικότερα, ο κίνδυνος που απειλεί ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα, αναλυόμενος στα συνιστώσα μέρη του, μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\begin{aligned} & \text{Ημερήσια κέρδη με δεδομένο τον κίνδυνο} \\ &= (\text{αξία της τοποθέτησης σε ευρώ}) \\ &\times (\text{ευαισθησία της τοποθέτησης ως προς την τιμή}) \\ &\times (\text{πιθανή ανάδρομη κίνηση στην απόδοση}) \end{aligned}$$

ή αλλιώς

$$\begin{aligned} & \text{Ημερήσια κέρδη με δεδομένο τον κίνδυνο} \\ &= (\text{αξία της τοποθέτησης σε ευρώ}) \\ &\times (\text{μεταβλητότητα της απόδοσης}) \end{aligned}$$

μιας και η μεταβλητότητα της τιμής ορίζεται ως το γινόμενο της ευαισθησίας της τοποθέτησης ως προς την τιμή επί μια πιθανή ανάδρομη κίνηση στα πλαίσια του επιτοκίου. Η εκτίμηση της ευαισθησίας που έχει μια τοποθέτηση στην τιμή και το ποσό ανάδρομο μπορεί να κινηθεί η απόδοση εξαρτώνται αποκλειστικά από το μοντέλο εκτίμησης που χρησιμοποιεί το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα.

6.3.1.1 Ο κίνδυνος αγοράς για χρεόγραφα σταθερού εισοδήματος

Παράδειγμα: Υποθέστε ότι ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα έχει λάβει θέση αξίας €1.000.000 σε ομόλογο μηδενικού τοκομεριδίου, το οποίο μετά τη λήξη του σε 7 χρόνια θα έχει αξία €1.751.566. Υπολογίστε το δυνητικό ημερήσιο κίνδυνο που διατρέχει η θέση.

Λύση:

Γνωρίζουμε ότι η αξία της αρχικής θέσης του χρηματοπιστωτικού ιδρύματος είναι €1.000.000 και ότι αξία της τελικής θέσης του είναι €1.751.566.

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε με βάση τα δεδομένα την ετήσια απόδοση. Εφαρμόζοντας τον τύπο του ανατοκισμού:

$$1.751.566 = 1.000.000 \times (1 + i)^7 \leftrightarrow (1 + i) = \sqrt[7]{1,751566} \leftrightarrow \\ i = 8,3366\%$$

Επομένως, το ομόλογο τοκίζεται ετησίως με επιτόκιο 8,3366%. Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον προηγούμενο τύπο:

$$\begin{aligned} & \text{Ημερήσια κέρδη με δεδομένο τον κίνδυνο} \\ & = (\text{αξία της τοποθέτησης σε ευρώ}) \\ & \times (\text{μεταβλητότητα της απόδοσης}) \end{aligned}$$

Απαραίτητη προϋπόθεση όμως είναι ο υπολογισμός της ημερήσιας μεταβλητότητας ως προς την τιμή.

$$\begin{aligned} & \text{Μεταβλητότητα της τιμής} \\ & = (-\text{τεκμαρτή διάρκεια}) \\ & \times (\text{ημερήσια ανάδρομη μεταβολή της απόδοσης}) \end{aligned}$$

Στην περίπτωση μας, η τεκμαρτή διάρκεια του συγκεκριμένου ομολόγου ορίζεται ως:

$$\text{Τεκμαρτή Διάρκεια} = \frac{\text{Διάρκεια (D)}}{1 + R} = \frac{7}{1,083366} = 6,4513$$

Οπότε για να υπολογίσουμε την ημερήσια μεταβλητότητα ως προς την τιμή μας μένει να υπολογίσουμε την ημερήσια ανάδρομη μεταβολή της απόδοσης.

Θεωρούμε ότι το σύνολο των μεταβολών της απόδοσης του ομολόγου μηδενικού τοκομεριδίου σε όλη τη διάρκειά του μέχρι την ημερομηνία ωρίμανσής του είναι κανονικά κατανομημένο. Κατά συνέπεια,

εφαρμόζοντας την κανονική κατανομή στο ιστόγραμμα συχνοτήτων των μεταβολών, μπορούμε να λάβουμε μια εκτίμηση του μεγέθους των ανάδρομων κινήσεων της απόδοσης. Βάσει των ιδιοτήτων της κανονικής κατανομής, θεωρούμε επίπεδο σημαντικότητας 10%, που πρακτικά σημαίνει ότι το 90% των προαναφερθεισών μεταβολών βρίσκεται στην περιοχή που καθορίζεται ως εξής:

$$(\mu - 1,65 \times \sigma, \mu + 1,65 \times \sigma)$$

όπου σ είναι η τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων. Επιπλέον, επειδή αναφερόμαστε σε χρεόγραφο μηδενικού τοκομεριδίου, η μέση τιμή θα ισούται με μηδέν. Επομένως, το παραπάνω διάστημα θα είναι:

$$(\pm 1,65 \times \sigma)$$

Υποθέτουμε επίσης ότι κατά τη διάρκεια του τελευταίου έτους ζωής του χρεογράφου, η τυπική απόκλιση των ανάδρομων κινήσεων των αποδόσεων είναι 10 μονάδες βάσης ή 0,001. Επομένως, η ποσότητα $1,65 \times \sigma$ μεταφράζεται σε 16,5 μονάδες βάσης ή 0,00165.

Άρα,

$$\begin{aligned} & \text{Μεταβλητότητα της τιμής} \\ & = (-\text{τεκμαρτή διάρκεια}) \\ & \times (\text{ημερήσια ανάδρομη μεταβολή της απόδοσης}) \\ & = (-6,4613) \times 0,00165 = -0,01066 \text{ ή } 10,66\% \end{aligned}$$

Επομένως, εφόσον υπολογίσαμε και τη μεταβλητότητα της τιμής, μπορούμε να υπολογίσουμε τον κίνδυνο της αγοράς:

$$\begin{aligned} & \text{Ημερήσιος κίνδυνος αγοράς (DEAR)} \\ & = (\text{αξία της τοποθέτησης σε ευρώ}) \\ & \times (\text{μεταβλητότητα της τιμής}) = 1.000.000 \times 0,01066 \\ & = \text{€}10.660 \end{aligned}$$

Με απλά λόγια, οι ημερήσιες απώλειες που θα υποστεί ο χρηματοπιστωτικός οργανισμός για μια θέση αξίας 1.000.000 με διάρκεια ωρίμανσης 7 χρόνια θα είναι 10.660.

Επιπλέον, μπορούμε να επεκτείνουμε τις παραπάνω διαπιστώσεις και για περίοδο N ημερών, υπό την προϋπόθεση ότι η μεταβλητότητα της αγοράς παραμένει στη διάρκεια της εν λόγω περιόδου σταθερή:

$$VaR = DEAR \times \sqrt{N}$$

Έτσι, αν επιθυμούμε να υπολογίσουμε τον κίνδυνο που διατρέχει ένα ίδρυμα με δεδομένα τα παραπάνω στοιχεία για διάρκεια 20 ημερών, έχουμε:

$$VaR = DEAR \times \sqrt{N} = 10.660 \times \sqrt{20} = 47.672,97$$

6.3.1.2 Ο κίνδυνος αγοράς για χρεόγραφα συναλλάγματος

Παράδειγμα: Υποθέστε ότι ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα έχει λάβει μια θέση αξίας £1.500.000 (στερλίνες Ηνωμένου Βασιλείου, GBP) λίγο πριν το πέρας των εργασιών μιας συγκεκριμένης ημέρας. Το ίδρυμα θέλει να υπολογίσει τον κίνδυνο που θα διατρέξει από τη θέση αυτήν εάν η επόμενη εργάσιμη ημέρα θεωρηθεί «κακή» σε σχέση με την ισοτιμία ευρώ/στερλίνας.

Λύση:

Αρχικά, αναφερόμαστε στον τύπο που θα χρησιμοποιήσουμε στη συνέχεια και ο οποίος χρησιμοποιείται από μεγάλα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα:

$$DEAR = (\text{αξία της θέσης σε ευρώ}) \\ \times (\text{μεταβλητότητα της τιμής του συναλλάγματος})$$

Το δεύτερο βήμα είναι να υπολογίσουμε την αξία της θέσης που το ίδρυμα έχει λάβει σε βρετανικές στερλίνες, σε ευρώ. Εδώ χρειαζόμαστε και την τρέχουσα ισοτιμία ευρώ/στερλίνες. Έστω ότι η ισοτιμία ευρώ/στερλίνες είναι 0,70300€/GBP. Κατά συνέπεια, η αξία της θέσης μας σε ευρώ υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{Αξία θέσης σε €} = 1.500.000 \times 0,70300 = 1.054.500$$

Αφού υπολογίσαμε την αξία της θέσης σε ευρώ, κοιτάζοντας τον πίνακα των μεταβολών που συνέβησαν στην ισοτιμία ευρώ/στερλίνας, μπορούμε να υπολογίσουμε τη διακύμανση και κατά συνέπεια την τυπική απόκλιση σ με τελικό μας σκοπό τον υπολογισμό της μεταβλητότητας του συναλλάγματος.

Έστω ότι χρησιμοποιούμε όπως και πριν επίπεδο σημαντικότητας 10% και υποθέτουμε για λόγους ευκολίας ότι $\sigma=26,7$ μονάδες βάσης. Όπως είδαμε και προηγουμένως, το διάστημα στο οποίο κινούνται με πιθανότητα 90% οι ανάδρομες κινήσεις- που εν προκειμένω αφορούν στην τιμή του συναλλάγματος- καθορίζεται ως εξής: $(\pm 1,65\sigma)$

Άρα, έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{Μεταβλητότητα της τιμής του συναλλάγματος} &= 1,65 \times 26,7 \\ &= 44,055 \text{ μονάδες βάσης ή } 0,44055 \end{aligned}$$

Επομένως:

$$\begin{aligned} \text{DEAR} &= (\text{αξία της θέσης σε ευρώ}) \\ &\times (\text{μεταβλητότητα της τιμής του συναλλάγματος}) \\ &= 1.054.500 \times 0,44055 = \text{€}464.559,98 \end{aligned}$$

Ο ημερήσιος κίνδυνος αγοράς σε σχέση με τη συναλλαγματική ισοτιμία ευρώ/στερλίνας που διατρέχει το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα είναι €464.559,98 εάν έχει λάβει μια θέση αξίας £1.500.000.

6.3.2 Η μέθοδος Προσομοίωσης Monte Carlo

Έστω ότι επιθυμούμε να υπολογίσουμε το VaR 1-ημέρας για ένα χαρτοφυλάκιο. Ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

1. Τιμολογούμε το χαρτοφυλάκιο σήμερα, με τον συνηθισμένο τρόπο, χρησιμοποιώντας τις τρέχουσες τιμές της αγοράς.
2. Μέσω μίας γεννήτριας τυχαίων αριθμών που ακολουθούν μία πολυμεταβλητή κανονική κατανομή, (υπάρχει ενσωματωμένη στα περισσότερα υπολογιστικά προγράμματα), παίρνουμε τυχαίες τιμές για τα διάφορα Δχι, δηλαδή τις αποδόσεις των σχετικών μεταβλητών.
3. Χρησιμοποιούμε τις σχετικές αποδόσεις για να υπολογίσουμε την νέα αξία της κάθε σχετικής μεταβλητής (π.χ. τιμές μετοχών, ομολόγων, ισοτιμίες κλπ.) στο τέλος της επόμενης ημέρας.
4. Επανυπολογίζουμε την αξία του χαρτοφυλακίου με τις νέες τιμές από το βήμα 3.
5. Αφαιρούμε από την νέα αξία που υπολογίσαμε στο βήμα 4, την τρέχουσα αξία του βήματος 1, και έτσι υπολογίζουμε μία απόδοση για το χαρτοφυλάκιο (ΔΡ).
6. Επαναλαμβάνουμε πάρα πολλές φορές (>1000) και έτσι δημιουργούμε μία κατανομή για το ΔΡ, την οποία μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για να υπολογίσουμε το VaR.

Εάν για παράδειγμα θέλουμε το VaR (99%) και έχουμε κάνει 5,000 επαναλήψεις, το VaR θα είναι η 50η χειρότερη απόδοση.

Για VaR N-ημερών, πολλαπλασιάζουμε το VaR 1-ημέρας με την τετραγωνική ρίζα του αριθμού N.

Ένα μειονέκτημα του Monte Carlo είναι ότι μπορεί να είναι πάρα πολύ αργό υπολογιστικά λόγω του πολύ μεγάλου αριθμού των εμπλεκόμενων περιουσιακών στοιχείων στα χαρτοφυλάκια.

Μία λύση είναι να χρησιμοποιηθεί μία σχέση που θα συνδέει απευθείας τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου με τις αποδόσεις των επιμέρους περιουσιακών στοιχείων. Με αυτόν τον τρόπο, μπορούμε να παρακάμψουμε τα βήματα 3 και 4 και να επιταχύνουμε κατά πολύ την διαδικασία. (partial simulation approach).

6.3.3 Η μέθοδος Ιστορικής προσομοίωσης

Με τη μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης (Historical Stimulation) υπολογίζεται ο συνολικός κίνδυνος αγοράς που εμπεριέχει ένα χαρτοφυλάκιο με πλήρη αποτίμηση όλων των θέσεων του χαρτοφυλακίου.

Υπολογίζεται δηλαδή η πιθανή μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου ή του χρηματοοικονομικού οργανισμού, βάσει των ιστορικών μεταβολών των τιμών των επενδυτικών προϊόντων (μετοχών, ομολόγων, δανείων, κ.λ.π.) για διάστημα εμπιστοσύνης που εξυπηρετεί τη μέτρηση.

Με τη μέτρηση διαμορφώνεται μια κατανομή των πιθανών αξιών του χαρτοφυλακίου. Από την κατανομή αυτή με βάση το διάστημα εμπιστοσύνης που επιλέγεται προσδιορίζεται η χαμηλότερη αξία.

Αναγκαία βασικά στοιχεία για τη μέτρηση της αξίας κάθε επένδυσης του χαρτοφυλακίου και στη συνέχεια του συνολικού κινδύνου είναι:

- Ο χρονικός ορίζοντας, το διάστημα εμπιστοσύνης και τα ιστορικά στοιχεία, οι παρατηρήσεις VAR.
- Η καμπύλη επιτοκίων έναρξης, λήξης αλλά και όλων των ημερών ή διαστημάτων της εξεταζόμενης περιόδου μέτρησης.
- Οι τρέχουσες τιμές των χρεογράφων (ομολόγων, μετοχών, κ.λ.π.) για όλη την περίοδο.
- Οι ισοτιμίες των νομισμάτων για όλες τις ημέρες ή τα διαστήματα της περιόδου.

- Οι τρέχουσες τιμές λοιπών επενδύσεων, όπως παραγώγων, κάθε ημέρας ή διαστήματος.

Βασικό στοιχείο για τη μέτρηση αποτελεί και το χρονικό διάστημα που θα επιλεγεί για μέτρηση του κινδύνου. Μπορεί να αφορά 1 ημέρα, 3 ημέρες, 10 ημέρες, 1 μήνας, κ.λ.π. Για τα διαστήματα αυτά θα υπολογιστούν οι διαφορές στις τιμές, βάσει των οποίων θα διαμορφωθεί η κατανομή και επομένως το διάστημα εμπιστοσύνης που αφορά ο κίνδυνος. Το διάστημα αυτό σχετίζεται με τη ρευστοποίηση των στοιχείων του χαρτοφυλακίου.

Ένα δεύτερο χρονικό διάστημα είναι αυτό των στοιχείων για τη διαμόρφωση της κατανομής. Στατιστικά έχει υπολογιστεί ότι 30 παρατηρήσεις είναι αρκετές για ικανοποιητικές μετρήσεις.

6.4 Credit VaR in the trading book

6.4.1 Ratings Transitions Matrices

Είναι οι πιθανότητες μεταβολής της πιστοληπτικής ικανότητας μίας εταιρείας από κάποιον βαθμό σε κάποιον άλλο βαθμό, μέσα σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. (περιλαμβάνεται και η πιθανότητα ο βαθμός να μην αλλάξει).

Οι μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του credit VaR πολλές φορές περιλαμβάνουν την χρήση των πινάκων μεταβολής των βαθμολογιών. Οι πιθανότητες αυτές βασίζονται σε ιστορικά δεδομένα. Μπορεί να παρέχονται από τους οίκους αξιολογήσεων (Moody's, S&P, Fitch) ή να υπολογίζονται εσωτερικά.

Παρακάτω, παρουσιάζονται κάποιοι πίνακες από την Moody's (2011), οι οποίοι βασίζονται σε πραγματικά δεδομένα της περιόδου 1970 –2010. (Πιθανότητες μετάβασης σε άλλη πιστοληπτική βαθμίδα, μέσα σε περίοδο 1-έτους)

Initial Rating	Rating at year end								
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa	Ca-C	Default
Aaa	90.42	8.92	0.62	0.01	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
Aa	1.02	90.12	8.38	0.38	0.05	0.02	0.01	0.00	0.02
A	0.06	2.82	90.88	5.52	0.51	0.11	0.03	0.01	0.06
Baa	0.05	0.19	4.79	89.41	4.35	0.82	0.18	0.02	0.19
Ba	0.01	0.06	0.41	6.22	83.43	7.97	0.59	0.09	1.22
B	0.01	0.04	0.14	0.38	5.32	82.19	6.45	0.74	4.73
Caa	0.00	0.02	0.02	0.16	0.53	9.41	68.43	4.67	16.76
Ca-C	0.00	0.00	0.00	0.00	0.39	2.85	10.66	43.54	42.56
Default	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00

Source: Risk Management and Financial Institutions 3e, Chapter 18, Copyright © John C. Hull 2012

Παρατηρήσεις:

Από τις πιθανότητες μετάβασης που αφορούν περίοδο ενός έτους, μπορούμε να εκτιμήσουμε τις πιθανότητες μετάβασης διαφορετικών περιόδων.

Υποθέτοντας ότι οι πιθανότητες μετάβασης για κάθε περίοδο είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, πολλαπλασιάζοντας τον πίνακα με τον εαυτό του (υψώνοντάς τον δηλαδή σε δύναμη) μπορούμε να υπολογίσουμε τις πιθανότητες για διαφορετικές περιόδους.

Έστω z η χρονική περίοδος των αρχικών δεδομένων μας (συνήθως είναι 1 χρόνος) και x η χρονική περίοδος την οποία θέλουμε να υπολογίσουμε, η δύναμη που θα υψώσουμε τον πίνακα θα είναι η x / z .

Για 2 χρόνια: $2/1 = 2$, άρα υψώνουμε στο τετράγωνο, για 5 χρόνια: $5 / 1$ υψώνουμε στην πέμπτη δύναμη, για 6 μήνες: $0.5/1=1/2$, χρησιμοποιούμε την τετραγωνική ρίζα, για 1 μήνα: $1 / 12$, χρησιμοποιούμε την 12η ρίζα.

Οι πιθανότητες να μην αλλάξει βαθμίδα η αξιολόγηση των εταιρειών είναι πάντα αυξημένες (είναι το πιο πιθανό).

Η πιθανότητα να μην αλλάξει βαθμίδα η αξιολόγηση, μειώνεται όταν η εκτίμηση γίνεται για μεγαλύτερη περίοδο, κάτι αναμενόμενο.

Όταν η εκτίμηση γίνεται για μικρότερη περίοδο, η πιθανότητα μη-αλλαγής της βαθμίδας είναι αυξημένη, κάτι επίσης αναμενόμενο.

Η υπόθεση ότι οι πιθανότητες μετάβασης είναι ανεξάρτητες από περίοδο σε περίοδο, δεν ισχύει απόλυτα.

Έχει παρατηρηθεί ότι όταν η πιστοληπτική ικανότητα μίας εταιρείας υποβαθμίζεται, αυξάνονται οι πιθανότητες για περαιτέρω υποβάθμιση στο άμεσο μέλλον.

Παρόλα αυτά, εάν κάποιος συγκρίνει τον υπολογισμένο πίνακα για μία περίοδο 5 ετών, με τον πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης για περίοδο 5-ετών ο οποίος είναι βασισμένος στα ιστορικά δεδομένα, θα δει ότι οι διαφορές είναι μικρές.

6.4.2 Credit Metrics

Το μοντέλο της Credit Suisse, υπολογίζει την κατανομή των απωλειών αυστηρά από πτωχεύσεις.

Απώλειες, όμως, μπορεί να υπάρχουν και από υποβαθμίσεις της πιστοληπτικής αξιολόγησης ενός δανειολήπτη.

Η JPMorgan το 1997, ανέπτυξε το CreditMetrics μοντέλο που λαμβάνει υπόψη και τις υποβαθμίσεις.

Η μεθοδολογία βασίζεται στην χρήση ενός Rating Transition Matrix.

Χρησιμοποιείται προσομοίωση Monte Carlo για τις αλλαγές στις βαθμίδες πιστοληπτικής αξιολόγησης μέσα σε ένα χρόνο:

1. Γνωρίζουμε την αρχική βαθμίδα και τυχαία από μία κατανομή δημιουργούμε ένα σενάριο για την νέα βαθμίδα - μπορεί να μείνει και η ίδια.
2. Παίρνουμε αλλαγές στα credit spreads μέσα σε ένα χρόνο, για κάθε βαθμίδα.
3. Επανυπολογίζεται η αξία των δανείων στο τέλος του χρόνου και καθορίζονται οι πιστωτικές απώλειες του έτους.
4. Επαναλαμβάνονται τα βήματα αυτά πολλές φορές και δημιουργείται μία κατανομή απωλειών.

6.4.3 Credit VaR in the trading book

- Trading book: περιλαμβάνει περιουσιακά στοιχεία τα οποία χρησιμοποιεί σε συχνές αγοραπωλησίες της η τράπεζα.
- Υπόκειται κυρίως σε κίνδυνο αγοράς.
- Υπάρχουν στοιχεία μέσα σε αυτό που εμπεριέχουν πιστωτικό κίνδυνο.
- Η πρόβλεψη σχηματίζεται ως A φορές το credit VaR(99%) 10-ημερών, όπου συνήθως το $A = 4$.
- Το credit VaR βασίζεται σε μεγάλο βαθμό στις αλλαγές των credit spreads.
- Δύο εναλλακτικές, ιστορική προσομοίωση ή CreditMetrics methodology.

Στην ιστορική προσομοίωση:

- Χρησιμοποιούμε δεδομένα ενός αριθμού προηγούμενων ημερών (π.χ. 500) και δημιουργούμε τα αντίστοιχα σενάρια.
- Αφού δημιουργήσουμε μία κατανομή, υπολογίζουμε το VaR(99%) 1- ημέρας και πολλαπλασιάζοντας με την ρίζα του 10, βρίσκουμε το VaR(99%) 10-ημερών.
- Το πρόβλημα με την χρήση της ιστορικής προσομοίωσης είναι ότι από την στιγμή που η εταιρεία υπάρχει ακόμη, δεν πτώχευσε, άρα οι υπολογισμοί μας κάνουν την υπόθεση ότι δεν υπάρχει πιθανότητα χρεοκοπίας!!
- Ένα ακόμη πρόβλημα είναι ότι για πολλές εταιρείες τα credit spreads δεν ανανεώνονται συχνά και συνεπώς τα δεδομένα δεν είναι κατάλληλα για τους παραπάνω υπολογισμούς.

Στην Credit Metrics προσέγγιση:

- Χρησιμοποιούμε έναν rating transition matrix 10-ημερών. (ξεκινάμε με τον πίνακα 1-έτους και με την μεθοδολογία που περιγράψαμε έχουμε έναν πίνακα 10-ημερών)
- Τα ιστορικά δεδομένα των αλλαγών στα ratings μας δίνουν μια κατανομή αλλαγών στα credit spreads των 10 ημερών.
- Χρησιμοποιούμε Monte Carlo simulation, όπου οι εκβάσεις μπορεί να είναι αλλαγή στο rating, παραμονή της εταιρείας στο ίδιο rating ή και πτώχευση. (μπορούμε να εισάγουμε την συσχέτιση μεταξύ των αλλαγών των credit ratings μεταξύ των διαφορετικών κατηγοριών)
- Επίσης, για κάθε κατηγορία δημιουργείται μία κατανομή αλλαγών στα credit spread, για μία περίοδο 10-ημερών, για κάθε credit rating. (μπορούμε να εισάγουμε την συσχέτιση μεταξύ των αλλαγών των credit spreads μεταξύ των διαφορετικών κατηγοριών)
- Καταλήγουμε με μία κατανομή μεταβολών στην αξία του χαρτοφυλακίου από την οποία μπορούμε να υπολογίσουμε το VaR(99%) 10-ημερών.

Παράδειγμα: Έστω ότι μία εταιρεία έχει ένα 2-ετές ομόλογο με μηδενικό κουπόνι και ονομαστική τιμή 1.000€. Το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο είναι 3%. Το τρέχον credit spread είναι 200 b.p. (2%) και το yield του ομολόγου είναι 5%. Το τρέχον credit rating του ομολόγου είναι BB. Έστω ότι οι πιθανότητες αλλαγής του, σε διάστημα 10 ημερών, σε BBB (βελτίωση δηλαδή) είναι 0,3%, η πιθανότητα παραμονής του σε BB είναι 99,2%, η πιθανότητα μείωσης σε B είναι 0,4% και η πιθανότητα πτώχευσης είναι 0,1% (οι πιθανότητες μετάβασης σε ακόμα καλύτερες βαθμίδες είναι σχεδόν μηδενικές για 10 ημέρες και δεν μας ενδιαφέρουν γιατί η αξία θα αυξηθεί σίγουρα σε αυτές τις περιπτώσεις). Για κάθε πιθανή πιστοληπτική βαθμίδα, υπάρχουν 3 ισοπίθανα credit spreads: BBB: 80,100 και 120, BB: 160, 200 και 240, B: 400, 450 και 500. Σε πιθανότητα χρεοκοπίας το recovery rate είναι 40%. Ποια είναι τα: VaR(99,95%), VaR(99,85%), VaR(99,50%) και VaR(99%) για διάστημα 10 ημερών? (Υποθέτουμε ότι ο χρόνος έχει 250 ημέρες-μέρες διαπραγματεύσεων)

Λύση:

Θέλουμε να συμπληρώσουμε τον παρακάτω πίνακα:

Rating	Spread	Probability	Cum. Prob.	Bond value	Loss (€)
Default		0,100%	0,100%	400,00	507,03
B	500	0,133%	0,233%	859,98	47,05
B	450	0,133%	0,366%	867,83	39,20
B	400	0,133%	0,499%	875,80	31,23
BB	240	33,067%	33,566%	902,05	4,98
BB	200	33,067%	66,633%	908,80	-1,77
BB	160	33,067%	99,700%	915,63	-8,60
BBB	120	0,100%	99,800%	922,53	-15,50
BBB	100	0,100%	99,900%	926,01	-18,98
BBB	80	0,100%	100%	929,51	-22,48

Πρώτα, πρέπει να βρούμε την τρέχουσα τιμή του ομολόγου την οποία χρησιμοποιούμε ως βάση για τον υπολογισμό των μεταβολών στην αξία του:

$$\frac{1.000}{(1 + 5\%)^2} = 907,03\text{€}$$

Ξεκινώντας από το χειρότερο ενδεχόμενο, την χρεοκοπία. Ξέρουμε ότι με πιθανότητα 0,1% θα χαθούν:

$$907,03 - 400 = 507,03\text{€}$$

Υπολογισμός 2^{ης} γραμμής:

Το επόμενο χειρότερο σενάριο είναι η εταιρεία να υποβαθμιστεί από BB σε B και το credit spread να αυξηθεί σε 500 b.p. (5%).

Αυτό θα συμβεί με πιθανότητα: $0,4\% \cdot (1/3) = 0,133\%$

Η νέα τιμή του ομολόγου θα είναι σε αυτήν την περίπτωση η ονομαστική τιμή του (δεν έχει κουπόνι) προεξοφλημένη με το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο προσαυξημένο με το νέο credit spread: $3\% + 5\% = 8\%$.

Ποια θα είναι η χρονική περίοδος για την οποία θα πρέπει να κάνουμε την προεξόφληση μιας και βρισκόμαστε 10 μέρες μετά από την σημερινή ημερομηνία?

Το ομόλογο έχει 2-ετή ωρίμανση, δηλαδή $2 \cdot 250 = 500$ μέρες. Οι 10 μέρες στις 500 είναι $10/500 = 0,02$, δηλαδή θα έχει περάσει το 2% της διάρκειας του ομολόγου, άρα θα απομένουν $2 - 0,02 \cdot 2 = 1,96$ έτη.

Άρα, η τρέχουσα τιμή του ομολόγου θα είναι:

$$\frac{1.000}{(1 + 8\%)^{1,96}} = 859,98\text{€}$$

Άρα, η απώλεια θα είναι:

$$907,03 - 859,98 = 47,05\text{€}$$

Υπολογισμός 3^{ης} γραμμής:

Θα συμβεί με πιθανότητα: $0,4\% \cdot 1/3 = 0,133\%$

Η νέα τιμή του ομολόγου θα είναι: $3\% + 4,5\% = 7,5\%$

Θα απομένουν πάλι 1,96 έτη

Η τρέχουσα τιμή του ομολόγου θα είναι:

$$\frac{1.000}{(1 + 7,5\%)^{1,96}} = 867,83\text{€}$$

Άρα, η απώλεια σε αυτήν την περίπτωση θα είναι:

$$907,03 - 867,83 = 39,2\text{€}$$

Υπολογισμός 4^{ης} γραμμής:

Θα συμβεί με πιθανότητα: $0,4\% \cdot 1/3 = 0,133\%$

Η νέα τιμή του ομολόγου θα είναι: $3\% + 4\% = 7\%$

Θα απομένουν πάλι 1,96 έτη

Η τρέχουσα τιμή του ομολόγου θα είναι:

$$\frac{1.000}{(1 + 7\%)^{1,96}} = 875,80\text{€}$$

Άρα, η απώλεια σε αυτήν την περίπτωση θα είναι:

$$907,03 - 875,80 = 31,23\text{€}$$

Υπολογισμός 5^{ης} γραμμής:

Θα συμβεί με πιθανότητα: $99,2\% \cdot 1/3 = 33,067\%$

Η νέα τιμή του ομολόγου θα είναι: $3\% + 2,4\% = 5,4\%$

Θα απομένουν πάλι 1,96 έτη

Η τρέχουσα τιμή του ομολόγου θα είναι:

$$\frac{1.000}{(1 + 5,4\%)^{1,96}} = 902,05\text{€}$$

Άρα, η απώλεια σε αυτήν την περίπτωση θα είναι:

$$907,03 - 902,05 = 4,98\text{€}$$

Και οι υπόλοιπες γραμμές υπολογίζονται με τον ίδιο τρόπο.

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε τις αθροιστικές πιθανότητες. Χρησιμοποιώντας την στήλη με τις αθροιστικές πιθανότητες (cum. prob.) και αφαιρώντας τις πιθανότητες που αναφέρει από τη μονάδα, έχουμε τα επίπεδα εμπιστοσύνης που θέλουμε:

1^η γραμμή: $1 - 0,001 = 99,9\%$

2^η γραμμή: $1 - 0,00233 = 99,76\%$

3^η γραμμή: $1 - 0,00366 = 99,63\%$

4^η γραμμή: $1 - 0,00499 = 99,501\%$

5^η γραμμή: $1 - 0,33566 = 66,434\%$

Άρα, το VaR (99,95%) βρίσκεται στην πρώτη περίπτωση της χρεοκοπίας άρα είναι ίσο με απώλειες ύψους 507,03€. (99,95>99,9)

Το VaR (99,85%) βρίσκεται στη 2^η γραμμή και είναι ίσο με απώλειες ύψους 47,05€. (99,9>99,85>99,76)

Το VaR (99,50%) βρίσκεται στη 5^η γραμμή και είναι ίσο με απώλειες ύψους 4,98€. (99,501>99,5>66,43)

Το VaR (99,00%) βρίσκεται στη 5^η γραμμή και είναι ίσο με απώλειες ύψους 4,98€. (99,501>99,00>66,43)