

Ασκήσεις στο μάθημα "Στοχαστική Μοντελοποίηση"

1. Έστω S μια στοχαστική διαδικασία που είναι semimartingale ως προς το χώρο πιθανότητας (Ω, Σ, P) και μια διήθηση F . Έστω μία στοχαστική διαδικασία A που είναι σύνθετη Poisson. Τι είδους διαδικασία είναι η $M=S-A$?
2. Είναι η M μια στοχαστική διαδικασία martingale ως προς τη διήθηση που παράγεται από μια μονοδιάστατη κίνηση Brown? Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
3. Αν a, b : πραγματικοί αριθμοί και S και E : semimartingales ως προς το χώρο πιθανότητας (Ω, Σ, P) και μια διήθηση F . Είναι η $aS+bE$ semimartingale? Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
4. Αν M και N : martingales ως προς τη διήθηση που παράγεται από μια μονοδιάστατη κίνηση Brown. Είναι η $aM + bN$ martingale ως προς τη διήθηση που παράγεται από μια μονοδιάστατη κίνηση Brown? Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
5. Αν M μια στοχαστική διαδικασία στην οποία ο χρόνος είναι ισοδύναμος με το σύνολο των φυσικών αριθμών και η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής $M(n+1)-M(n)$ είναι εκθετική με παράμετρο $\lambda > 0$ για κάθε n : φυσικό αριθμό. Να ορίσετε μια διήθηση ως προς την οποία η M να είναι martingale.