

# Συναρτησιακά Κινδύνου

28 Μαρτίου 2021

Κάθε τυχαία μεταβλητή  $X$  έχει μια αθροιστική συνάρτηση κατανομής  $F_X$ . Κάθε αρχή αποτίμησης -υπολογισμού ασφαλιστρού έχει ως πεδίο ορισμού το σύνολο των συναρτήσεων κατανομής  $\mathcal{D}$ . Κάθε συνάρτηση  $P : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ , ονομάζεται συναρτησιακό κινδύνου, όπου  $\mathbb{R}$  είναι το σύνολο των πραγματικών αριθμών. Ένα συναρτησιακό κινδύνου  $P$  ονομάζεται **αναλλοίωτο ως προς τις κατανομές**, αν ισχύει  $P(F_X) = P(F_Y) \Leftrightarrow F_X = F_Y$ . Το Value at Risk και το Expected Shortfall είναι συναρτησιακά κινδύνου. Να δείξετε ότι : α) Δύο κατανομές  $F_X, F_Y$  ταυτίζονται, αν για κάθε  $a \in (0, 1]$ ,  $VaR_a(X) = VaR_a(Y)$ . β) Το Expected Shortfall είναι αναλλοίωτο ως προς τις κατανομές. Το αναλλοίωτο ως προς τις κατανομές στη διεθνή βιβλιογραφία εκφράζεται με τον όρο Law-Invariant.