

1. Έστω

- (α) μετοχή XYZ που η αξία της κατά τη χρονική στιγμή t ισούται με $S_t=90$
- (β) προθεσμιακό συμβόλαιο (forward) επί της μετοχής S , με τιμή παράδοσης $K=100$, και ημερομηνία ωρίμανσης T , που η αξία του την t συμβολίζεται με f_t
- (γ) call option επί της μετοχής S , με τιμή εξάσκησης $K=100$, και ημερομηνία λήξης T που η αξία του την t συμβολίζεται με C_t
- (δ) put option επί της μετοχής S , με τιμή εξάσκησης $K=100$, και ημερομηνία λήξης T που η αξία του την t συμβολίζεται με P_t
- (ε) Τραπεζικός λογαριασμός που η αξία του κατά τη χρονική στιγμή t συμβολίζεται με B_t και ο οποίος την T θα αξίζει 130 ευρώ

Για καθένα από τα παραπάνω εκφράστε την αξία του κατά τη στιγμή T , ως συνάρτηση της αξίας S_T που θα έχει ο υποκείμενος τίτλος κατά τη στιγμή T (δηλαδή γράψτε τα S_T , f_T , C_T , P_T και B_T ως συναρτήσεις του S_T)

Σχεδιάστε διαγράμματα που να δείχνουν την αξία μιας long θέσης σε καθένα από τα παραπάνω.

2. Τι είναι το arbitrage?

3. Αποδείξτε χρησιμοποιώντας το νόμο της μιας τιμής ότι τη στιγμή t , για να μη γίνεται arbitrage, η αξία ενός προθεσμιακού συμβολαίου (forward) με τιμή παράδοσης K και ημερομηνία ωρίμανσης T δίνεται από τη σχέση $f_t=S_t-Ke^{-r(T-t)}$, όπου S_t είναι η τιμή του υποκείμενου τίτλου τη στιγμή t και r το συνεχώς ανατοκίζόμενο επιτόκιο. Στη συνέχεια συνάγετε την προθεσμιακή τιμή του.

4. Έστω ένα call και ένα put επί του ίδιου υποκείμενου τίτλου, με την ίδια τιμή εξάσκησης $K=110$ και τα οποία λήγουν σε ένα χρόνο. Έστω ότι η τιμή του call σήμερα ισούται με 10 ευρώ και η τιμή του put ισούται 7 ευρώ ενώ η τιμή του υποκείμενου τίτλου είναι 100 και το τραπεζικό επιτόκιο είναι 10% **ετήσια ανατοκίζόμενο**. Εξετάστε αν αυτές οι τιμές επιτρέπουν τη διεξαγωγή arbitrage. Γράψτε τις συναλλαγές που πρέπει να κάνετε σήμερα για να κάνετε το arbitrage. Επίσης γράψτε το κέρδος που θα έχετε από το arbitrage.