Ειδικά Θέματα Ασφαλίσεων Ζωής II

Ασφαλίσεις και Ράντας Ζωής

Ισόβια Ασφάλιση Θανάτου

Με αυτό το πρόγραμμα ασφαλιστικής κάλυψης το **ασφαλισμένο κεφάλαιο** (α.κ.) πληρώνεται στους δικαιούχους όποτε και να συμβεί ο θάνατος του ασφαλισμένου (x).

Γενικά, για την πληρωμή του α.κ. όταν αυτό καταβάλλεται στον θάνατο του (x), θεωρούμε τις ακόλουθες δύο περιπτώσεις

1. το α.κ. καταβάλλεται στο τέλος του έτους του θανάτου (διακριτή περίπτωση), ή
2. το α.κ. καταβάλλεται τη στιγμή του θανάτου (συνεχής περίπτωση).

Διακριτή Περίπτωση

Θεωρούμε μία ισόβια ασφάλιση θανάτου για τον (x), η οποία καταβάλλει α.κ. 1 νομισματικής μονάδας (ν.μ.) στο τέλος του έτους του θανάτου του ασφαλισμένου. Η **παρούσα αξία** (π.α). και το **ενιαίο καθαρό ασφάλιστρο** (ΕΚΑ) της ασφάλισης θα είναι

$$Z := v^{K_x+1} \quad \text{για } K_x \in \mathbb{N}_0$$

και

$$A_x := \mathbb{E}[Z] = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \cdot {}_{k|}q_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k},$$

αντίστοιχα. Προφανώς αν έχουμε α.κ. C τότε τα παραπάνω πολλαπλασιάζονται με C. Η διακύμανση της τ.μ. $C \cdot Z$ δίνεται από τη σχέση

$$\mathbb{V}ar[C \cdot Z] = C^2 \cdot \Big(\sum_{k=0}^{\infty} v^{2(k+1)} \cdot {}_{k|}q_x - \big(A_x\big)^2 \Big).$$

Συνεχής Περίπτωση

Θεωρούμε μία πρόσκαιρη ασφάλιση θανάτου n ετών για τον (x), η οποία καταβάλλει α.κ. 1 ν.μ. την στιγμή του θανάτου του ασφαλισμένου. Η π.α. και το ΕΚΑ της ασφάλισης θα είναι

$$Z := v^{T_x} \quad \text{για} \quad T_x \in (0, \infty)$$

και

$$\bar{A}_x := \mathbb{E}[Z] = \int_0^\infty v^t \cdot {}_tp_x \cdot \mu_{x+t}\, dt,$$

αντίστοιχα. Κάτω από την υπόθεση της γραμμικής παρεμβολής προκύπτει ότι

$$\bar{A}_x = \frac{i}{\delta} \cdot A_x.$$

Προφανώς αν έχουμε α.κ. C τότε τα παραπάνω πολλαπλασιάζονται με C. Η διακύμανση της τ.μ. $C \cdot Z$ δίνεται από τη σχέση

$$\mathbb{V}ar[C \cdot Z] = C^2 \cdot \left(\int_0^\infty v^{2t} \cdot {}_tp_x \cdot \mu_{x+t}\, dt - \left(\bar{A}_x\right)^2 \right).$$

Αναβαλλόμενη Ισόβια Ασφάλιση Θανάτου

Μία ειδική περίπτωση της ισόβιας ασφάλισης θανάτου είναι η αναβαλλόμενη ισόβια ασφάλιση θανάτου. Στην ουσία πρόκειται για μία ισόβια ασφάλιση θανάτου για τον (x) η οποία τίθεται σε ισχύ m χρόνια από τη στιγμή σύναψης του συμβολαίου. Προφανώς, δεν καταβάλλεται καμία αποζημίωση στη περίπτωση που ο θάνατος συμβεί μέσα στα πρώτα m έτη.

Διακριτή Περίπτωση

Θεωρούμε μία αναβαλλόμενη m ετών ισόβια ασφάλιση θανάτου για τον (x), η οποία καταβάλλει α.κ. 1 νομισματικής μονάδας (ν.μ.) στο τέλος του έτους του θανάτου του ασφαλισμένου. Η π.α. και το ΕΚΑ της ασφάλισης θα είναι

$$Z := \begin{cases} 0, & \text{αν } K_x \in \{0, 1, \ldots, m-1\} \\ v^{K_x+1}, & \text{αν } K_x \in \{m, m+1, \ldots\} \end{cases}$$

και

$$_{m|}A_x := \mathbb{E}[Z] = \sum_{k=m}^{\infty} v^{k+1} \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} = {}_m p_x \cdot v^m \cdot A_{x+m},$$

αντίστοιχα. Προφανώς αν έχουμε α.κ. C τότε τα παραπάνω πολλαπλασιάζονται με C.

Συνεχής Περίπτωση

Θεωρούμε μία αναβαλλόμενη m ετών ισόβια ασφάλιση θανάτου για τον (x), η οποία καταβάλλει α.κ. 1 ν.μ. την στιγμή του θανάτου του ασφαλισμένου. Η π.α. και το ΕΚΑ της ασφάλισης θα είναι

$$Z := \begin{cases} 0, & \text{αν } T_x < m \\ v^{T_x}, & \text{αν } T_x \geq m \end{cases}$$

και

$$_{m|}\bar{A}_x := \mathbb{E}[Z] = \int_m^\infty v^t \cdot {}_tp_x \cdot \mu_{x+t}\, dt = v^m \cdot {}_mp_x \cdot \bar{A}_{x+m},$$

αντίστοιχα. Προφανώς αν έχουμε α.κ. C τότε τα παραπάνω πολλαπλασιάζονται με C.

Πρόσκαιρη Ασφάλιση Θανάτου

Με αυτό το πρόγραμμα ασφαλιστικής κάλυψης το α.κ. πληρώνεται μόνο αν ο (x) πεθάνει κατά τη διάρκεια ισχύος της ασφάλισης. Διαφορετικά, αν ο (x) επιζήσει μετά το τέλος της ασφαλιστικής περιόδου, τότε δεν πληρώνεται κανένα είδος κάλυψης.

Διακριτή Περίπτωση

Θεωρούμε μία πρόσκαιρη ασφάλιση θανάτου n ετών για τον (x), η οποία καταβάλλει α.κ. 1 ν.μ. στο τέλος του έτους του θανάτου του ασφαλισμένου. Η π.α. και το ΕΚΑ της ασφάλισης θα είναι

$$Z := \begin{cases} v^{K_x+1}, & \text{αν } K_x \in \{0, 1, \ldots, n-1\} \\ 0, & \text{αν } K_x \in \{n, n+1, \ldots\} \end{cases}$$

και

$$A^{\;1}_{x:\overline{n}|} := \mathbb{E}[Z] = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \cdot {}_{k|}q_x = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \cdot {}_{k}p_x \cdot q_{x+k},$$

αντίστοιχα. Προφανώς αν έχουμε α.κ. C τότε τα παραπάνω πολλαπλασιάζονται με C. Η διακύμανση της τ.μ. $C \cdot Z$ δίνεται από τη σχέση

$$\mathbb{V}ar[C \cdot Z] = C^2 \cdot \Big(\sum_{k=0}^{n-1} v^{2(k+1)} \cdot {}_{k|}q_x - \big(A^{\;1}_{x:\overline{n}|}\big)^2 \Big).$$

Συνεχής Περίπτωση

Θεωρούμε μία πρόσκαιρη ασφάλιση θανάτου n ετών για τον (x), η οποία καταβάλλει α.κ. 1 ν.μ. την στιγμή του θανάτου του ασφαλισμένου. Η π.α. και το ΕΚΑ της ασφάλισης θα είναι

$$Z := \begin{cases} v^{T_x}, & \text{αν } T_x < n \\ 0, & \text{αν } T_x \geq n \end{cases}$$

και

$$\bar{A}^{\,1}_{x:\overline{n}|} := \mathbb{E}[Z] = \int_0^n v^t \cdot {}_tp_x \cdot \mu_{x+t}\, dt,$$

αντίστοιχα. Κάτω από την υπόθεση της γραμμικής παρεμβολής προκύπτει ότι

$$\bar{A}^{\,1}_{x:\overline{n}|} = \frac{i}{\delta} \cdot A^{\,1}_{x:\overline{n}|}.$$

Προφανώς αν έχουμε α.κ. C τότε τα παραπάνω πολλαπλασιάζονται με C. Η διακύμανση της τ.μ. $C \cdot Z$ δίνεται από τη σχέση

$$\mathbb{V}ar[C \cdot Z] = C^2 \cdot \left(\int_0^n v^{2t} \cdot {}_tp_x \cdot \mu_{x+t}\, dt - \left(\bar{A}^{\,1}_{x:\overline{n}|}\right)^2 \right).$$

Αναβαλλόμενη Πρόσκαιρη Ασφάλιση Θανάτου

Αυτό το πρόγραμμα ασφαλιστικής κάλυψης είναι ένας συνδυασμός αναβαλλόμενης και πρόσκαιρης ασφάλισης θανάτου. Το α.κ. πληρώνεται μόνο αν ο (x) πεθάνει κατά τη διάρκεια ισχύος της ασφάλισης δηλαδή μεταξύ των ηλικιών $x + m$ και $x + m + n$.

Διακριτή Περίπτωση

Θεωρούμε μία αναβαλλόμενη m ετών πρόσκαιρη ασφάλιση θανάτου n ετών για τον (x), η οποία καταβάλλει α.κ. 1 ν.μ. στο τέλος του έτους του θανάτου του ασφαλισμένου. Η π.α. και το ΕΚΑ της ασφάλισης θα είναι

$$Z := \begin{cases} 0, & \text{αν } K_x \in \{0, 1, \ldots, m-1\} \\ v^{K_x+1}, & \text{αν } K_x \in \{m, m+1, \ldots, m+n-1\} \\ 0, & \text{αν } K_x \in \{m+n, m+n+1, \ldots\} \end{cases}$$

και

$${}_{m|n}A_x := \mathbb{E}[Z] = \sum_{k=m}^{m+n-1} v^{k+1} v^{k+1} \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} = v^m \cdot {}_m p_x \cdot A^{\;1}_{x+m:\overline{n}|} = A^{\;1}_{x:\overline{m+n}|} - A^{\;1}_{x:\overline{m}|},$$

αντίστοιχα. Προφανώς αν έχουμε α.κ. C τότε τα παραπάνω πολλαπλασιάζονται με C.

Συνεχής Περίπτωση

Θεωρούμε μία αναβαλλόμενη m ετών πρόσκαιρη ασφάλιση θανάτου n ετών για τον (x), η οποία καταβάλλει α.κ. 1 ν.μ. τη στιγμή θανάτου του ασφαλισμένου. Η π.α. και το ΕΚΑ της ασφάλισης θα είναι

$$Z := \begin{cases} 0, & \text{αν } T_x \leq m \\ v^{T_x}, & \text{αν } m < T_x < m+n \\ 0, & \text{αν } T_x \geq m+n \end{cases}$$

και

$${}_{m|n}\bar{A}_x := \mathbb{E}[Z] = \int_m^{m+n} v^t \cdot {}_tp_x \cdot \mu_{x+t}\, dt = v^m \cdot {}_mp_x \cdot \bar{A}^{\,1}_{x+m:\overline{n}|} = \bar{A}^{\,1}_{x:\overline{m+n}|} - \bar{A}^{\,1}_{x:\overline{m}|},$$

αντίστοιχα. Προφανώς αν έχουμε α.κ. C τότε τα παραπάνω πολλαπλασιάζονται με C.

Ασφάλιση Καθαρής Προικοδότησης

Θεωρούμε ότι ο (x) ασφαλίζεται με με ένα πρόγραμμα καθαρής προικοδότησης για διάρκεια n ετών και για κεφάλαιο 1 ν.μ.. Ο (x) θα εισπράξει 1 ν.μ. μετά από n έτη, δηλαδή στην ηλικία $x + n$, εφόσον βρίσκεται στη ζωή. Έτσι, η π.α. και το ΕΚΑ της ασφάλισης θα είναι

$$Z := \begin{cases} 0, & \text{αν } T_x < n \\ v^n, & \text{αν } T_x \geq n \end{cases}$$

και

$${}_nE_x = A_{\substack{1 \\ x:\overline{n}|}} := \mathbb{E}[Z] = v^n \cdot {}_np_x,$$

αντίστοιχα. Φυσικά, αν το α.κ. είναι C ν.μ. τότε απλά πολλαπλασιάζουμε με C και έχουμε το ΕΚΑ $C \cdot {}_nE_x$. Η διακύμανση της π.α. $C \cdot Z$

$$\mathbb{V}ar[C \cdot Z] = C^2 \cdot v^{2n} \cdot {}_np_x \cdot {}_nq_x.$$

Μικτή Ασφάλιση

Με αυτό το πρόγραμμα ασφαλιστικής κάλυψης το α.κ. πληρώνεται στον ασφαλισμένο μετά την λήξη της περιόδου ασφάλισης και εφόσον αυτός βρίσκεται στη ζωή, ή στους δικαιούχους του σε περίπτωση θανάτου κατά τη διάρκεια της ισχύος της ασφάλισης.

Διακριτή Περίπτωση

Θεωρούμε μία μικτή ασφάλιση n ετών για τον (x), η οποία καταβάλλει α.κ. 1 ν.μ. στο τέλος του έτους του θανάτου. Η π.α. και το ΕΚΑ της ασφάλισης θα είναι

$$Z := \begin{cases} v^{K_x+1}, & \text{αν } K_x \in \{0, 1, \ldots, n-1\} \\ v^n, & \text{αν } K_x \in \{n, n+1, \ldots\} \end{cases}$$

και

$$A_{x:\overline{n}|} := \mathbb{E}[Z] = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \cdot {}_{k|}q_x + v^n \cdot {}_np_x = A^{\;1}_{x:\overline{n}|} + {}_nE_x,$$

αντίστοιχα. Αν το α.κ. είναι C ν.μ. τότε απλά πολλαπλασιάζουμε με C και έχουμε το ΕΚΑ $C \cdot A_{x:\overline{n}|}$. Η διακύμανση της π.α. $C \cdot Z$

$$\mathbb{V}ar[C \cdot Z] = C^2 \cdot \Big(\sum_{k=0}^{n-1} v^{2(k+1)} \cdot {}_{k|}q_x + v^{2n} \cdot {}_np_x \cdot {}_nq_x - 2 \cdot A^{\;1}_{x:\overline{n}|} \cdot {}_nE_x \Big).$$

Συνεχής Περίπτωση

Θεωρούμε μία μικτή ασφάλιση n ετών για τον (x), η οποία καταβάλλει α.κ. 1 ν.μ. τη στιγμή του θανάτου του (x). Η π.α. και το ΕΚΑ της ασφάλισης θα είναι

$$Z := \begin{cases} v^{T_x}, & \text{αν } T_x < n \\ v^n, & \text{αν } T_x \geq n \end{cases}$$

και

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} := \mathbb{E}[Z] = \int_0^n v^t \cdot {}_tp_x \cdot \mu_{x+t}\, dt + v^n \cdot {}_np_x = \bar{A}^{\,1}_{x:\overline{n}|} + {}_nE_x,$$

αντίστοιχα. Αν το α.κ. είναι C ν.μ. τότε απλά πολλαπλασιάζουμε με C και έχουμε το ΕΚΑ $C \cdot \bar{A}_{x:\overline{n}|}$. Κάτω από την υπόθεση της γραμμικής παρεμβολής προκύπτει ότι

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = A_{x:\overline{n}|} + \left(\frac{i}{\delta} - 1\right) \cdot A^{\,1}_{x:\overline{n}|}.$$

Συναρτήσεις Μετατροπής

Οι **συναρτήσεις μετατροπής** είναι συναρτήσεις θνησιμότητας και επιτοκίου και χρησιμοποιούνται στην τιμολόγηση ασφαλίσεων όταν έχουμε πίνακες επιβίωσης. Θέτουμε

- $D_x := v^x \cdot \ell_x = \ell_x \cdot (1+i)^{-x}$,
- $N_x := \sum_{k=x}^{\omega} D_k = D_x + D_{x+1} + \cdots + D_\omega$,
- $C_x := d_x \cdot v^{x+1} = (\ell_x - \ell_{x+1}) \cdot v^{x+1}$,
- $M_x := \sum_{k=x}^{\omega} C_k = C_x + C_{x+1} + \cdots + C_\omega$, και
- $R_x := \sum_{k=x}^{\omega} M_k = M_x + M_{x+1} + \cdots + M_\omega$.

Συναρτήσεις Μετατροπής

Όλες οι (διακριτές) ασφαλίσεις που είδαμε πιο πάνω μπορούν να εκφραστούν συναρτήσει των παραπάνω συναρτήσεων μετατροπής:

1. $A_x = \frac{M_x}{D_x}$,
2. ${}_{m|}A_x = \frac{M_{x+m}}{D_x}$,
3. $A^{\ 1}_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$,
4. ${}_{m|n}A_x = \frac{M_{x+m} - M_{x+m+n}}{D_x}$,
5. ${}_nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$, και
6. $A_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$,

Υπολογισμός ασφαλίστρων μέσω του πακέτου lifecontingencies

Το πακέτο `lifecontingencies` χρησιμοποιεί τις παραπάνω συναρτήσεις μετατροπής για τον υπολογισμό των ΕΚΑ:

1. A_x = `Axn(actuarialtable, x)`,
2. ${}_{m|}A_x$ = `Axn(actuarialtable, x, m)`,
3. $A^{\;1}_{x:\overline{n}|}$ = `Axn(actuarialtable, x, n)`,
4. ${}_{m|n}A_x$ = `Axn(actuarialtable, x, n, m)`,
5. ${}_nE_x$ = `Exn(actuarialtable, x, n)`, και
6. $A_{x:\overline{n}|}$ = `AExn(actuarialtable, x, n)`,

Υπολογισμός ασφαλίστρων μέσω του πακέτου lifecontingencies

Για την χρήση των παραπάνω εντολών αρχικά θα πρέπει να κατασκευάσουμε ένα αναλογιστικό πίνακα ο οποίος ως στήλες θα έχει τις τιμές των συναρτήσεων μετατροπής σε κάθε ηλικία. Το πακέτο `lifecontingencies` έχει φορτωμένο μέσα τον πίνακα της SOA με επιτόκιο $i = 6\%$. Έτσι λοιπόν, αν θέσουμε `actuarialtable=soa08Act`, οι υπολογισμοί θα γίνουν με τα παραπάνω δεδομένα. Αν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε έναν διαφορετικό πίνακα επιβίωσης από εκείνον της SOA ή απλά θέλουμε να έχουμε ένα διαφορετικό επιτόκιο, τότε πρέπει να κατασκευάσουμε ένα αναλογιστικό πίνακα. Αυτό γίνεται με την χρήση ενός πίνακα επιβίωσης που είτε έχουμε (π.χ. τον πίνακα της SOA), είτε έχουμε κατασκευάσει. Η μετατροπή γίνεται με την ακόλουθη εντολή:

```
ActTable ← new("actuarialtable", x = soa08@x, lx = soa08@lx, interest = , name = " ")
```

Σημείωση: Για να χρησιμοποιήσουμε διαφορετικό πίνακα επιβίωσης π.χ. τον `newLifeTable2` που κατασκευάσαμε στην προηγούμενη παράγραφο, απλά αντικαθιστούμε το `soa08` με `newLifeTable2`.

Ράντες Ζωής

Οι **ράντες ζωής** διαφέρουν με τις βέβαιες ράντες που εξετάζονται στα χρηματοοικονομικά μαθηματικά, διότι οι καταβολές τους εξαρτώνται από την επιβίωση του (x), είναι δηλαδή συναρτήσεις μίας εκ των τ.μ. T_x ή K_x.

Η ράντα ζωής είναι μια σειρά πληρωμών, που γίνονται σε ίσα τακτά χρονικά διαστήματα κατά τη διάρκεια ζωής ενός ατόμου. Η ράντα ζωής μπορεί να είναι **πρόσκαιρη**, δηλαδή οι πληρωμές γίνονται για καθορισμένο αριθμό χρονικών περιόδων, ή **ισόβια**, οπότε οι πληρωμές γίνονται για όλη τη διάρκεια ζωής του ατόμου.

Επίσης μία ράντα ζωής μπορεί να είναι **αναβαλλόμενη**, δηλαδή η πρώτη πληρωμή να γίνεται στο μέλλον, μετά από παρέλευση μερικών περιόδων. Τέλος, μία ράντα ζωής μπορεί να είναι **ληξιπρόθεσμη** ή **προκαταβλητέα**, ανάλογα με το αν οι πληρωμές γίνονται στο τέλος ή στην αρχή κάθε χρονική περιόδου.

Προκαταβλητέα Ισόβια Ράντα Ζωής

Θεωρούμε μία ράντα ζωής ισόβια και προκαταβλητέα, η οποία κάθε χρόνο πληρώνει χρηματικό ποσό 1ν.μ. στον (x) , δεδομένου ότι ο εκείνος είναι ζωντανός. Η π.α. της ράντας είναι η τ.μ.

$$Y := 1 + v + v^2 + \cdots + v^{K_x} = \sum_{k=0}^{K_x} v^k =: \ddot{a}_{\overline{K_x+1|}}.$$

Το ΕΚΑ δίνεται από τη σχέση

$$\ddot{a}_x = \mathbb{E}[Y] = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x.$$

Από τον παραπάνω ορισμό προκύπτει εύκολα ότι

$$Y = \frac{1 - v^{K_x+1}}{d} \Rightarrow \mathbb{E}[Y] = \frac{1 - \mathbb{E}[v^{K_x+1}]}{d}$$

και άρα

$$\ddot{a}_x = \frac{1 - A_x}{d} \Leftrightarrow 1 = d \cdot \ddot{a}_x + A_x.$$

Χρησιμοποιώντας συναρτήσεις μετατροπής έχουμε ότι

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}.$$

Ληξιπρόθεσμη Ισόβια Ράντα Ζωής

Η αντίστοιχη ληξιπρόθεσμη ράντα ζωής παρέχει πληρωμές τις χρονικές στιγμές $1, 2, \ldots, K_x$. Η π.α. της ράντας είναι η τ.μ.

$$Y := v + v^2 + \cdots + v^{K_x} = \sum_{k=1}^{K_x} v^k =: a_{\overline{K_x}|}.$$

Το ΕΚΑ δίνεται από τη σχέση

$$a_x = \mathbb{E}[Y] = \sum_{k=1}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x.$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι

$$a_x = \ddot{a}_x - 1.$$

Επιπλέον, από τον ορισμός της ληξιπρόθεσμης ράντας ζωής έχουμε ότι

$$Y = \frac{1 - v^{K_x}}{i} \Rightarrow \mathbb{E}[Y] = \frac{1 - (1+i) \cdot \mathbb{E}[v^{K_x+1}]}{i} \Rightarrow a_x = \frac{1 - (1+i) \cdot A_x}{i}.$$

Χρησιμοποιώντας συναρτήσεις μετατροπής έχουμε ότι

$$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}.$$

Προκαταβλητέα Πρόσκαιρη Ράντα Ζωής n ετών

Θεωρούμε μία ράντα ζωής n ετών και προκαταβλητέα, η οποία κάθε χρόνο πληρώνει χρηματικό ποσό 1ν.μ. στον (x) , δεδομένου ότι ο εκείνος είναι ζωντανός, και το πολύ για n έτη. Η π.α. και το ΕΚΑ της ράντας είναι

$$Y := \begin{cases} \ddot{a}_{\overline{K_x+1}|}, & \text{αν } K_x = 0, 1, \ldots, n-1 \\ \ddot{a}_{\overline{n}|}, & \text{αν } K_x = n, n+1, \ldots \end{cases}$$

και

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \mathbb{E}[Y] = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \cdot {}_k p_x .$$

Χρησιμοποιώντας συναρτήσεις μετατροπής έχουμε ότι

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} .$$

Ληξιπρόθεσμη Πρόσκαιρη Ράντα Ζωής n ετών

Η αντίστοιχη ληξιπρόθεσμη ράντα ζωής έχει π.α. και ΕΚΑ που δίνονται από τις σχέσεις

$$Y := \begin{cases} a_{\overline{K_x}|}, & \text{αν } K_x = 0, 1, \ldots, n-1 \\ a_{\overline{n}|}, & \text{αν } K_x = n, n+1, \ldots \end{cases}$$

και

$$a_{x:\overline{n}|} = \mathbb{E}[Y] = \sum_{k=1}^{n} v^k \cdot {}_k p_x.$$

Χρησιμοποιώντας συναρτήσεις μετατροπής έχουμε ότι

$$a_{x:\overline{n}|} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}.$$

Προκαταβλητέα Αναβαλλόμενη Ράντα Ζωής m ετών

Θεωρούμε μία ράντα αναβαλλόμενη m ετών και προκαταβλητέα, η οποία μετά από m έτη πληρώνει κάθε χρόνο χρηματικό ποσό 1ν.μ. στον (x) , δεδομένου ότι ο εκείνος είναι ζωντανός. Η π.α. και το ΕΚΑ της ράντας είναι

$$Y := \begin{cases} 0, & \text{αν } K_x = 0, 1, \ldots m-1 \\ v^m + v^{m+1} + \cdots + v^{K_x}, & \text{αν } K_x = m, m+1, \ldots \end{cases}$$

και

$$_{m|}\ddot{a}_x = \mathbb{E}[Y] = \sum_{k=m}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x = \ddot{a}_x - \ddot{a}_{x:\overline{m}|}.$$

Χρησιμοποιώντας συναρτήσεις μετατροπής έχουμε ότι

$$_{m|}\ddot{a}_x = \frac{N_{x+m}}{D_x}.$$

Ληξιπρόθεσμη Αναβαλλόμενη Ράντα Ζωής m ετών

Η αντίστοιχη ληξιπρόθεσμη ράντα ζωής έχει π.α. και ΕΚΑ που δίνονται από τις σχέσεις

$$Y := \begin{cases} 0, & \text{αν } K_x = 0, 1, \ldots m \\ v^{m+1} + v^{m+2} + \cdots + v^{K_x}, & \text{αν } K_x = m+1, m+2, \ldots \end{cases}$$

και

$$_{m|}\alpha_x = \mathbb{E}[Y] = \sum_{k=m+1}^{n} v^k \cdot {}_k p_x.$$

Χρησιμοποιώντας συναρτήσεις μετατροπής έχουμε ότι

$$_{m|}\alpha_x = \frac{N_{x+m+1}}{D_x}.$$

Υπολογισμός ασφαλίστρων μέσω του πακέτου `lifecontingencies`

Το πακέτο `lifecontingencies` χρησιμοποιεί τις παραπάνω συναρτήσεις μετατροπής για τον υπολογισμό των ΕΚΑ:

1. $\ddot{\alpha}_x$ = `axn(actuarialtable, x, payment = "advance")`,
2. α_x = `axn(actuarialtable, x, payment = "arrears")`,
3. $\ddot{\alpha}_{x:\overline{n}|}$ = `axn(actuarialtable, x, n, payment = "advance")`,
4. $\alpha_{x:\overline{n}|}$ = `axn(actuarialtable, x, n, payment = "arrears")`,
5. ${}_{m|}\ddot{\alpha}_x$ = `axn(actuarialtable, x, m, payment = "advance")`,
6. ${}_{m|}\alpha_x$ = `axn(actuarialtable, x, m, payment = "arrears")`.