

**Ερωτήσεις - προβλήματα**  
**Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά I**  
**Νίκος Χαλιδιάς**

- Τι είναι τα συμβόλαια προαίρεσης; Δώστε μερικά παραδείγματα. Τι είναι τα Αμερικανικού, Ευρωπαϊκού τύπου συμβόλαια; Ποια πιστεύετε ότι είναι ακριβότερα και γιατί;
- Πως διαμορφώνονται οι τιμές των μετοχών και των συμβολαίων;
- Τι σημαίνει ευκαιρία σίγουρου κέρδους (arbitrage;) Η έννοια αυτή επηρεάζει τις τιμές των συμβολαίων; Δώστε ένα παράδειγμα.
- Ποια είναι η αναλογία αγοράς - πώλησης (put - call parity;) Αποδείξτε ότι αν δεν ισχύει υπάρχει ευκαιρία σίγουρου κέρδους.
- Αν επενδύσετε το ποσό των 1.000 Ευρώ σε μια μετοχή ποια είναι η συνάρτηση κέρδους; Αν επενδύσετε το ίδιο ποσό σε μετοχή και σε αγορά call put options ποια θα είναι η συνάρτηση κέρδους;
- Έστω  $\Pi(x)$  η συνάρτηση κέρδους ενός χαρτοφυλακίου το οποίο περιέχει μετοχές και συμβόλαια αγοράς και πώλησης. Πως θα μεταφράσετε την απαίτηση  $\Pi(x) \geq -D$  για κάθε  $x \geq 0$ ; Εξηγήστε πλήρως την απάντησή σας. Αν υπολογίσετε το ελάχιστο της συνάρτησης κέρδους, τι σημαίνει αυτό για το χαρτοφυλάκιο σας; Όταν η συνάρτηση κέρδους λαμβάνει θετικές τιμές τι σημαίνει αυτό για το χαρτοφυλάκιο σας;
- Έστω ότι θέλετε να κατασκευάσετε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο να αποτελείται από μετοχές και συμβόλαια προαίρεσης και ως υποθέσουμε ότι η πρόβλεψή σας για την μετοχή είναι ότι  $S_T \in (a, b)$  όπου  $T$  μια μελλοντική χρονική στιγμή. Πως θα κατασκευάσετε κερδοφόρο χαρτοφυλάκιο σε αυτό το σενάριο;
- Δεδομένου ότι γνωρίζετε τις μέσες τιμές των αποδόσεων δυο μετοχών καθώς και τον πίνακα συνδιακυμάνσεων χρησιμοποιήστε τη θεωρία του Markowitz για να αποφασίσετε πόσα χρήματα θα επενδύσετε σε κάθε μετοχή, επενδύοντας συνολικά 1.000 Ευρώ.
- Έχοντας εφαρμόσει τη θεωρία του Markowitz για να επενδύσετε 1.000 Ευρώ σε ποια σενάρια θα έχετε κέρδος; Μπορείτε να μετρήσετε την πιθανότητα να χάσετε περισσότερα από 800 Ευρώ στο τέλος μιας περιόδου και πως ακριβώς; Τι μπορείτε να κάνετε για να είστε σίγουροι ότι δεν θα χάσετε 800 Ευρώ; Τι σημαίνει μέτρηση κινδύνου για ένα χαρτοφυλάκιο; Τι σημαίνει διαχείριση κινδύνου για ένα χαρτοφυλάκιο;
- Έστω ότι θέλετε να πουλήσετε ένα νέο συμβόλαιο με συνάρτηση απολαβής  $f(x)$ . Πως θα υπολογίσετε ένα λογικό εύρος τιμών το οποίο θα χρησιμοποιήσετε κατά τη διάρκεια της διαπραγμάτευσης; Τι μπορεί να συμβεί αν πουλήσετε πολύ μακριά από αυτό το εύρος τιμών; Πουλώντας σε μια τιμή μέσα σε αυτό το εύρος μπορείτε να κατασκευάσετε ένα αντισταθμιστικό χαρτοφυλάκιο και ποιο είναι αυτό;
- Περιγράψτε το διωνυμικό μοντέλο. Αν το εφαρμόσει κάποιος σε ποιο σενάριο θα έχει κέρδος και σε ποιο ζημιά;