

Απαλλακτική εργασία στο μάθημα 'Στοιχεία Θεωρίας Μέτρου' -Σεπτέμβριος 2025

17 Σεπτεμβρίου 2025

1. Να δοθούν οι ορισμοί των οριακών ενδεχομένων $\limsup(A_n)$, $\liminf(A_n)$ μιας ακολουθίας ενδεχομένων $(A_n) \subseteq \Omega$ όπου $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ είναι ένας μη ατομικός χώρος πιθανότητας.
2. Να διατυπωθεί το Θεώρημα που είναι γνωστό ως 1ο Λήμμα Borel- Cantelli και να αποδειχθεί.
3. Να διατυπωθεί το Θεώρημα που είναι γνωστό ως 2ο Λήμμα Borel- Cantelli και να αποδειχθεί.
4. Να οριστεί με ακρίβεια το ολοκλήρωμα μιας μετρήσιμης συνάρτησης $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ σε έναν μη ατομικό χώρο πιθανότητας $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Με R συμβολίζουμε το σύνολο των πραγματικών αριθμών.