

Απαλλακτική εργασία στο μάθημα 'Στοιχεία Θεωρίας Μέτρου' -Σεπτέμβριος 2026

10 Σεπτεμβρίου 2026

1. Να οριστεί με ακρίβεια το ολοκλήρωμα μιας μετρήσιμης συνάρτησης $f : \Omega \rightarrow R$ σε έναν μη ατομικό χώρο πιθανότητας $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Με R συμβολίζουμε το σύνολο των πραγματικών αριθμών.
2. Να δοθεί αντίστοιχο παράδειγμα για χώρους πιθανότητας που αποτελούνται από αριθμήσιμα το πλήθος άτομα.
3. Έστω $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ είναι ένας μη ατομικός χώρος πιθανότητας. Να αποδειχθεί ότι για τους αντίστοιχους χώρους L^p ισχύει ότι ο L^p είναι υποσύνολο του L^1 αν $p > 1$.
4. Να δοθεί παράδειγμα που να δείχνει ότι οι χώροι αυτοί δεν ταυτίζονται.
5. Να οριστεί με ακρίβεια η σύγκλιση κατά πιθανότητα ακολουθιών τυχαίων μεταβλητών και η σχέση της με την ομοιόμορφη σύγκλιση.