13/05/2024

$0<p<1 \Rightarrow \boxed{\log p}<0$ → τάξη μεγέθους λογαρίθμου

p: πιθανότητα

$\log P_X(A)$, αν $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ χ.π.θ. και X τυχ. μετ. μετρήσιμη $X: \Omega \to \mathbb{R}$

$(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$: ανεξ. και ισόνομες με $E(e^{\lambda X})<+\infty$ για κάθε $\lambda>0$ και κάθε $i=1,2,\dots$ $(i\in\mathbb{N})$ και επιπλέον

$V(X_i)=\sigma^2$ για κάθε $i\in\mathbb{N}$, τότε ορίζουμε την ακολουθία:

$M_n=\frac{1}{n}\sum_{k\geq n} X_k$, $(M_n)_{n\in\mathbb{N}}$ έχει την εξής ιδιότητα.

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{a_n^2}{n}\log P(a_n M_n\geq x)=-\frac{x^2}{2\sigma^2}$$

Αν η $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ακολουθία πραγματικών αριθμών έχει την ιδιότητα: $1\leq a_n\leq\sqrt{n}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

$\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\dots,\omega_n\}$

$\mathbb{F}=\{\sigma_1,\dots,\sigma_k\}$

$X:\mathbb{F}\to\mathbb{R}$

$X=\sum_{i=1}^{k} a_i \mathbb{1}_{\sigma_i}$

Έστω A μη κενό σύνολο ενός μετρικού χώρου (X,d).
Είναι η κλειστή θήκη του A σύνολο Borell
Ναι αφού η σ-άλγ Borell περιέχει όλα τα σύνολα περιέχει και τα συμπληρώματα τους.

Έστω $\{\mu_n\}_{n\in\mathbb{N}}$: ακολουθία πεπερασμένων (που λαμβάνουν πεπερασμένες τιμές) στον μετρήσιμο χώρο $(\Omega, \mathcal{F})$

<u>ΘΕΩΡΗΜΑ</u> (Vitali - Hahn - Saks)
Έστω η συνάρτηση $\mu : \underset{(\mathcal{F})}{\Omega} \to \mathbb{R}$ ως εξής
$\mu(A) = \lim\limits_{n\to+\infty} \mu_n(A) \quad \forall A \in \mathcal{F}$ είναι μέτρο ορισμένο στην $\mathcal{F}$