

Εργασία στο μάθημα Έιδικά Θέματα Πιθανοτήτων και Στατιστικής ΙΙ

8 Ιουνίου 2023

1. Έστω ένα δείγμα 10 παρατηρήσεων και 4 μεταβλητών. Ο πίνακας σχεδιασμού αποτελείται από τα διανύσματα - στήλες

$$(1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, -1)^T, (1, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 2, -1)^T, \\ (0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)^T, (1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)^T.$$

Να υπολογιστεί η μέγιστη τιμή του συντελεστή προσαρμογής της γραμμικής παλινδρόμησης που προκύπτει από τον υποσύνδεσμο που παράγουν τα παραπάνω διανύσματα.

2. Ως προς το παραπάνω γραμμικό μοντέλο παλινδρόμησης να υπολογιστεί το διάνυσμα των προσαρμοσμένων (fitted) τιμών για τη μεταβλητή της οποίας οι αντίστοιχες παρατηρήσεις δίνονται από το διάνυσμα

$$y = (1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4)^T.$$

3. Να δοθεί η διάσπαση $S \oplus S^d$ του Ευκλείδειου χώρου με διάσταση 10 ως προς τον υποσύνδεσμο S που παράγουν οι στήλες του πίνακα σχεδιασμού στο πρώτο ερώτημα.
4. Να γραφεί το διάνυσμα y στη μορφή $y = y_1 + y_2$ όπου $y_1 \in S, y_2 \in S^d$.
5. Να δείξετε ότι η γραμμική απεικόνιση $y_1 = P(y)$ για κάθε y στον Ευκλείδειο χώρο διάστασης 10 είναι μια προβολή.