

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Σε σύνολο 893 γυναικών, 400 απάντησαν θετικά ως προς την αποδοχή διαδικασίας έκτρωσης κατά την εγκυμοσύνη, και 493 απάντησαν αρνητικά. Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφοροποίηση μεταξύ των 2 ομάδων γυναικών?

Έχουμε πιθανότητα $\pi=0.5$ για θετική και αρνητική απάντηση. Άρα ο έλεγχος υποθέσεων θα είναι $H_0 : \pi=0.5$ έναντι της εναλλακτικής $H_1 : \pi \neq 0.5$

Ποσοστό θετικών απαντήσεων

$$p = \frac{400}{893} = 0.448$$

Τυπικό σφάλμα (se) : $se = \sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{893}} = 0.0167$

Ελεγχοςυνάρτηση : $z = \frac{0.448 - 0.5}{0.0167} = -3.11$

Άρα $-3.11 < 3.18 (z_{0.05})$, επομένως υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά με $p=0.02$

2. Έστω πίνακας 2x2 διπλή εισόδου με X= αγορά και Y= προϊόντα με

		Προϊόντα		Σύνολο
		A	B	
Αγορά	Ναι	36	20	56
	Όχι	14	10	24
Σύνολο		50	30	80

Μοντελοποίηση με βάση το logit μοντέλο

$$\text{logit}(p) = \log\left(\frac{p}{1-p}\right) = \beta_0 + \beta_1 x$$

Ολική πιθανότητα αγοράς προϊόντων : $p = \frac{56}{80} = 0.7$

$$\frac{p}{1-p} = \frac{0.7}{1-0.7} = 2.33 \Rightarrow 2.33 \text{ φορές ευνοείται η αγορά προϊόντων}$$

Λογαριθμική μορφή: $\text{logit}(p) = \text{logit}(2.33) = 0.847$

$$\frac{\left(\frac{36}{50}\right)}{\left(\frac{14}{50}\right)} = 2.57 \Rightarrow \text{προτιμάται το προϊόν A}$$

$$\frac{\left(\frac{20}{30}\right)}{\left(\frac{10}{30}\right)} = 2 \Rightarrow \text{προτιμάται το προϊόν B}$$

$$\theta = \frac{2.57}{2} = 1.286 \Rightarrow \text{το προϊόν A με πιθανότητα 28.6\% προτιμάται να αγοραστεί από το προϊόν B}$$

Τυπικό σφάλμα: $se = \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{20} + \frac{1}{14} + \frac{1}{10}} = 0.497$

95% διάστημα εμπιστοσύνης : $e^{\log(1.285) \pm 1.96 * 0.497} = e^{0.25 \pm 0.974}$

3. Δεδομένα 100 βρεφών αναλύθηκαν σχετικά με την εμφάνιση ή όχι εγκεφαλικής αιμορραγίας κατά την γέννησή τους. Το λογιστικό μοντέλο που υπολογίζει την πιθανότητα ένα βρέφος να πάθει εγκεφαλική αιμορραγία δίνεται από την σχέση

$$\text{logit}(p) = \log\left(\frac{\hat{p}}{1-\hat{p}}\right) = \beta_0 + \beta_1 x_i$$

με x_i κρανιακή περίμετρος βρέφους

Μοντέλο με βάση το φύλο

$$\log\left(\frac{\hat{p}}{1-\hat{p}}\right) = 0.488 - 0.662x_i$$

Έχουμε $\beta_1 = 0.662$ άρα $se(\beta_1) = 0.302$. Έλεγχος υποθέσεων

$H_0 : \beta_1 = 0 \Rightarrow \frac{\beta_1}{se(\beta_1)} = -2.192 < 1.96$ (κριτήριο του Wald) \Rightarrow απορρίπτουμε την H_0

Αν $\beta_1 \uparrow \Rightarrow$ σφάλμα $\uparrow \Rightarrow$ Wald \downarrow