ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

Θεωρία Υπολογισμού

2η Σειρά Ασκήσεων

Αλέξιος Καπόρης

Τμήμα Μηχανικών Πληροφοριακών και Επικοινωνιακών Συστημάτων

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Ερώτημα 1

1. Έστω γλώσσα L με πεπερασμένο πλήθος λέξεων. Είναι η L Turing αποφασίσιμη;
2. Έστω A ένα πεπερασμένο σύνολο λέξεων. Έστω ότι για τη γλώσσα L υπάρχει μια «*1-1*» και *επί* συνάρτηση f: A→L. Τότε είναι η Turing αποφασίσιμη;
3. Έστω ότι για τη γλώσσα L υπάρχει ένας απαριθμητής. (Δηλαδή μια μηχανή Turing που λειτουργεί χωρίς είσοδο & ολοένα τυπώνει διαδοχικά της λέξεις της L στη ταινία εξόδου. Δεν ξέρουμε σε πόσο χρόνο θα τυπώσει οποιαδήποτε λέξη x της L, εκτός ότι θα τυπωθεί σε πεπερασμένο χρόνο.) Αν ο απαριθμητής τυπώνει τις λέξεις της L ως προς *αυξανόμενο μήκος* (δλδ: πρώτα τις λέξεις μήκους 0, μετά μήκους 1, κτλ) τότε είναι η L Turing αποφασίσιμη;

Ερώτημα 2

1. Έστω ότι η γλώσσα L_1 είναι κανονική. Είναι η L_1 Turing αποφασίσιμη; Τι είναι το συμπλήρωμα της L_1;
2. Έστω ότι η γλώσσα L_2 είναι ΑΣ. Είναι η L_2 Turing αποφασίσιμη; Τι είναι το συμπλήρωμα της L_2;
3. Είναι η τομή, η ένωση και η συμμετρική διαφορά των L_1 και L_2 Turing αποφασίσιμες;

Ερώτημα 3

Έστω ότι η γλώσσα L_1 είναι αποφασίσιμη και η L_2 είναι αναγνωρίσιμη.

1. Τι είναι η τομή, η ένωση των L_1 και L_2;
2. Αν επιπλέον γνωρίζουμε ότι η L_2 δεν είναι αποφασίσιμη, τότε μπορεί το συμπλήρωμα της L_2 να είναι αναγνωρίσιμη;

Ερώτημα 4

Μπορείτε να περιγράψετε με λόγια μια Turing μηχανή E η οποία θα δέχεται ως είσοδο μια οποιαδήποτε Turing μηχανή M και θα απαριθμεί όλη τη γλώσσα L(M) της M; Θυμίζουμε ότι λέμε ότι μια μηχανή απαριθμεί μια γλώσσα L αν ολοένα τυπώνει διαδοχικά της λέξεις της L στη ταινία εξόδου της. Δεν ξέρουμε σε πόσο χρόνο θα τυπώσει οποιαδήποτε λέξη x της L, εκτός ότι η x θα τυπωθεί σε πεπερασμένο χρόνο.

Ερώτημα 5

Να εντάξετε κάθε μία από τις παρακάτω γλώσσες (αιτιολογώντας πλήρως) στην μικρότερη κλάση γλωσσών από τις εξής: (a) κανονικές, (b) ΑΣ, (c) Turing αποφασίσιμες, (d) Turing αναγνωρίσιμες, (e) όχι Turing αναγνωρίσιμες.

1. K={x Î(0,1)*| x έχει περιττό πλήθος 1'ς}.
2. L=$\{(0011)^n$ | για κάθε φυσικό *n*}.
3. M=$\{0^n0^{3n}$ | για κάθε φυσικό *n*}.
4. O=$\{0^n1^{3n}$ | για κάθε φυσικό *n*}.
5. P=$\{0^{n/2}1^{n/2}1^{n/2}$ | για κάθε φυσικό *n* πολλαπλάσιο του 2}.
6. Q=$\{0^{n/2}1^{n/2}2^{n/2}$ | για κάθε φυσικό *n* πολλαπλάσιο του 2}.

7. R={$0^i1^j1^k$ | για κάθε φυσικό i,j,k ώστε i=j ή i=k}.
8. S={$0^i1^j1^k$ | για κάθε φυσικό i,j,k ώστε i=j και i=k}.
9. T= {M| η γλώσσα L(M) της Turing μηχανής M είναι μη κενή}.
10. Το συμπλήρωμα της γλώσσας Y= {(M, w)| η μηχανή M(w)= NAI}.

Ερώτημα 6

Να δώσετε διαισθητική περιγραφή μιας μηχανής Turing, καθώς και το γράφημα των μεταβάσεων της που εκτελεί τον υπολογισμό που περιγράφουμε παρακάτω.

Με είσοδο δύο φυσικούς k και n, η μηχανή θα δίνει στην έξοδο τον μεγαλύτερο max {k,n}. O κάθε φυσικός m θα εισαχθεί ως λέξη μήκους m που αποτελείται μόνον από 1, π.χ. ο φυσικός 4 θα εισαχθεί ως 1111.
Το αλφάβητο της μηχανής είναι το σύνολο {0, 1, #, $}. Οι δύο φυσικοί k και n της εισόδου χωρίζονται μεταξύ τους με το σύμβολο $. Το # είναι το κενό σύμβολο.
Για παράδειγμα, με είσοδο τους αριθμούς 3 και 5 η μηχανή θα ξεκινήσει στη ταινία της με σχηματισμό:

111$11111#

και η θέση της κεφαλής θα βρίσκεται στο αριστερό άκρο της ταινίας (δείτε την κάτω παύλα παραπάνω).
Όλα τα κενά κελιά της ταινίας (δεξιά του #) περιέχουν επίσης το σύμβολο #.
Στην έξοδο της μηχανής, οι αριθμοί 111 και 11111 θα έχουν μετατραπεί αντίστοιχα στις λέξεις 000 και 00000 και ο μεγαλύτερος τους 11111 θα εμφανιστεί δεξιά μετά από παρεμβολή ενός κενού κελιού #. Δηλαδή η έξοδος θα είναι:

000$00000#11111

και η θέση της κεφαλής θα βρίσκεται στο κενό σύμβολο # που παρεμβάλλεται ανάμεσα στην είσοδο και την έξοδο της μηχανής.
Αν στην είσοδο δοθούν: k=0 και n=0, τότε ο αρχικός σχηματισμός θα είναι: $# και ο τελικός: $#