



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

Θεωρία Υπολογισμού

1^η Σειρά Ασκήσεων

Αλέξιος Καπόρης

Τμήμα Μηχανικών Πληροφοριακών και Επικοινωνιακών Συστημάτων



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Ερώτημα 1

Έστω η γλώσσα L που περιέχει όλες τις συμβολοσειρές του $(0,1)^*$ που περιέχουν είτε την συμβολοσειρά 010, είτε την 101 και τελειώνουν σε 000.

1. Να γραφεί η κανονική έκφραση.
2. Να κατασκευαστεί με διάγραμμα το ΜΠΑ (Μη Ντετερμινιστικό Πεπερασμένο Αυτόματο).
3. Να κατασκευαστεί με διάγραμμα το ΝΠΑ (Ντετερμινιστικό Πεπερασμένο Αυτόματο).
4. Να κατασκευαστεί με διάγραμμα αυτόματο που δέχεται το συμπλήρωμα της γλώσσας.

Ερώτημα 2

1. Σχεδιάστε ΝΠΑ για τη γλώσσα $A = \{ x \in \{a,b\}^* \mid \eta \ x \ \text{τελειώνει σε } b^2 \}$.
2. Σχεδιάστε ΝΠΑ για τη γλώσσα $B = \{ x \in \{a,b\}^* \mid \eta \ x \ \text{περιέχει πολ/σιο του 3 πλήθος από } a^2 \}$.
3. Σχεδιάστε ΝΠΑ για τη γλώσσα $A \cup B$, AB , καθώς και των συμπληρωματικών A και B .

Ερώτημα 3

1. Να δείξετε με χρήση του Λήμματος Άντλησης ότι η γλώσσα $L = \{0^r 1^s \mid r \leq 3s+1\}$ δεν είναι κανονική.
2. Να δείξετε με χρήση του Λήμματος Άντλησης ότι η γλώσσα $K = \{ba^n b^{2n} (ab)^{2n} \mid n \geq 0\}$ δεν είναι ανεξάρτητη συμφραζομένων.

Ερώτημα 4

Ποια από τις παρακάτω γλώσσες στο αλφάβητο $\{0,1\}$ είναι κανονική και ποια όχι; Δώστε πλήρεις αποδείξεις.

1. $L_k = \{(0100)^{kn} \mid n \geq 0\}$, για δοσμένο φυσικό $k \geq 0$.
2. $L = \{0^{2n^2} 11 \mid n \geq 0\}$

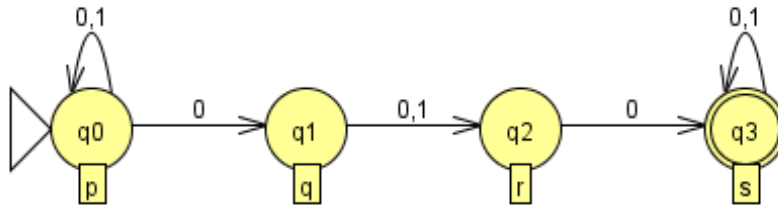
Ερώτημα 5

Δώστε γραμματική ΑΣ για κάθε μία από τις γλώσσες:

1. $\{a^k a^j b^j c^k \mid i, j, k \geq 0\}$
2. $\{a^i b^j c^k \mid i=j+k, i, j, k \geq 0\}$.
3. $\{a^i b^j (b^2)^t c^k \mid i=j+k, i, j, k, t \geq 0\}$.

Ερώτημα 6

Να τραπεί το παρακάτω αυτόματο σε ντετερμινιστικό



Ερώτημα 7

1. Ποια είναι η κλάση μικρότερης πολυπλοκότητας (κανονική, ΑΣ, Turing αποφασίσιμη) που ανήκει η γλώσσα $\{a^n b^{3n} c^2 \mid n \geq 0\}$;
2. Να σχεδιάσετε με γράφημα το αντίστοιχο μοντέλο υπολογισμού που την αποφασίζει (πεπερασμένο αυτόματο, αυτόματο στοίβας, μηχανή Turing).

Ερώτημα 8

Εξετάστε αιτιολογώντας την ορθότητα των παρακάτω:

1. Υπάρχει τουλάχιστον μια γλώσσα που είναι πεπερασμένη και δεν είναι κανονική.
2. Υπάρχει τουλάχιστον μια γλώσσα που είναι κανονική και δεν είναι ΑΣ.
3. Η τομή μιας πεπερασμένης γλώσσας με μια κανονική είναι κανονική.
4. Η τομή μιας πεπερασμένης γλώσσας με ΑΣ είναι ΑΣ.
5. Έστω M ένα πεπερασμένο αυτόματο (στοίβας ή όχι) και x μια οποιαδήποτε είσοδος. Το πρόβλημα «αν το M με είσοδο την x τερματίζει» είναι μη επιλύσιμο;
6. Έστω A και B γλώσσες που γίνονται δεκτές από τα αυτόματα στοίβας M_A και M_B αντίστοιχα. Τότε η τομή των γλωσσών A και B γίνεται δεκτή από ένα αυτόματο στοίβας M_{AB} που λειτουργεί ως εξής: Το M_{AB} εξομοιώνει το $M_A(x)$ και αν τερματίσει σε ΝΑΙ τότε το M_{AB} , αφού αδειάσει τη στοίβα, μετά εξομοιώνει το $M_B(x)$ και αν τερματίσει σε ΝΑΙ τότε η M_{AB} τερματίζει σε ΝΑΙ. Συνεπώς το M_{AB} είναι πεπερασμένο αυτόματο στοίβας και η τομή των γλωσσών A και B είναι ΑΣ.