



Πανεπιστήμιο Αιγαίου

# Κινητές και Δορυφορικές Επικοινωνίες

Διαλείψεις Μεγάλης Κλίμακας

Δημοσθένης Βουγιούκας (dnougiou@aegean.gr)

Αναπληρωτής Καθηγητής

Τμήμα Μηχανικών Πληροφοριακών & Επικοινωνιακών Συστημάτων



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Δομή της Διάλεξης

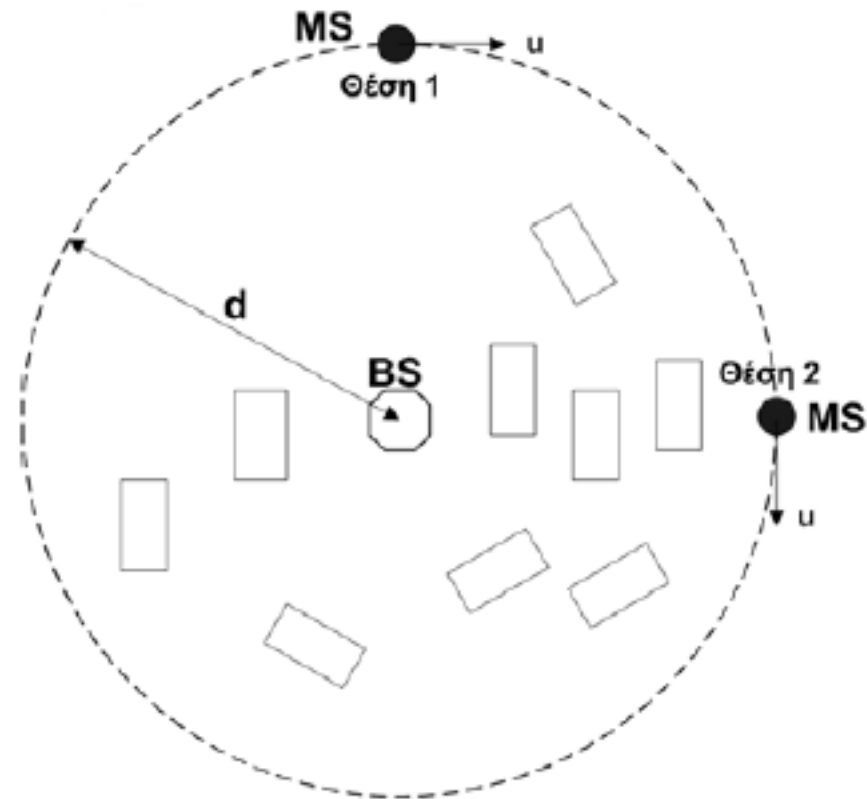
- ◆ Σκίαση και Διαλείψεις Σκίασης
- ◆ Μοντέλο Απλής Κλίσης
- ◆ Λογαριθμοκανονική (Lognormal) Κατανομή
- ◆ Καθορισμός Περιοχής Κάλυψης
- ◆ Υπολογισμός Ακτίνας Κάλυψης
- ◆ Εμπειρικός Προσδιορισμός Συντελεστή Απωλειών Διάδοσης και Τυπικής Απόκλισης
- ◆ Καθορισμός Ελάχιστης Εκπεμπόμενης Ισχύος από Σταθμό Βάσης
- ◆ Καθορισμός Μέγιστων Απωλειών Διάδοσης

# Διαλείψεις Σκίασης

- ◆ Τα εμπειρικά και ημι-εμπειρικά μοντέλα απωλειών διάδοσης χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της μέσης τιμής της ισχύος του λαμβανόμενου σήματος.
- ◆ Στην πράξη η λαμβανόμενη ισχύς είναι τυχαία μεταβλητή που εξαρτάται από τον αριθμό και τα ηλεκτρικά χαρακτηριστικά των σκεδαστών που συμμετέχουν στη διάδοση.
- ◆ Οι τυχαίες μεταβολές της λαμβανόμενης ισχύος προκαλούν ένα είδος διαλείψεων που ονομάσαμε **διαλείψεις σκίασης** (αργές διαλείψεις).

# Διαλείψεις Σκίασης

- ◆ Ένας κινητός σταθμός που κινείται κυκλικά ως προς το ΣΒ θα λαμβάνει διαφορετική ισχύ, ανάλογα με τους σκεδαστές που παρεμβάλλονται.



# Διαλείψεις Σκίασης

- ◆ Η λαμβανόμενη ισχύς εκφρασμένη σε λογαριθμική κλίμακα (dBm ή dBW) ακολουθεί κανονική (Gaussian) κατανομή, με
  - Μέση τιμή που καθορίζεται εύκολα από ένα εμπειρικό μοντέλο
  - Τυπική απόκλιση που εξαρτάται από το περιβάλλον
- ◆ Την ίδια συμπεριφορά ακολουθούν και οι απώλειες διάδοσης.
- ◆ Η κατανομή ονομάζεται και λογαριθμοκανονική (lognormal)

# Μοντέλο Απλής Κλίσης

- ◆ Ένα απλό εμπειρικό μοντέλο για τη λαμβανόμενη ισχύ και τις απώλειες διάδοσης είναι το εξής

$$\overline{\Omega}(d) = \overline{\Omega}(d_o) - 10n \log\left(\frac{d}{d_o}\right)$$

$$\overline{PL}(d)(dB) = \overline{PL}(d_o)(dB) + 10n \log\left(\frac{d}{d_o}\right)$$

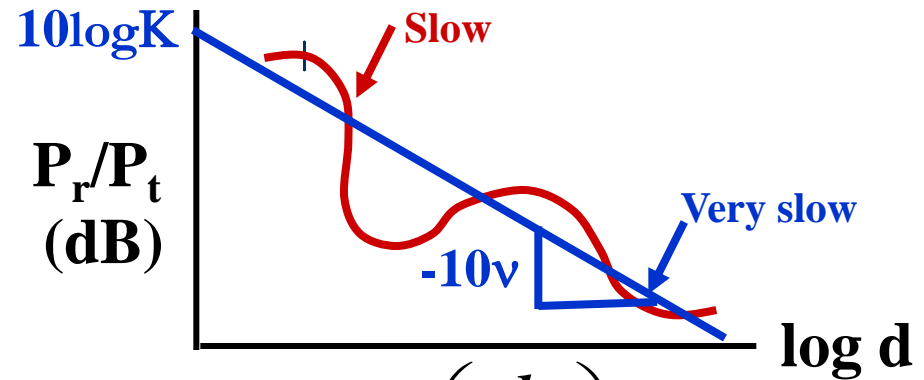
- ◆ όπου  $n$  ο συντελεστής απωλειών διάδοσης (path loss factor), ο οποίος για FSL είναι  $n=2$ .



# Συνδυασμός Απωλειών Εξασθένισης και Σκίασης

- ◆ Linear Model:  $\omega$  log-normal

$$\frac{P_r}{P_t} = K \left( \frac{d_0}{d} \right)^n \omega$$



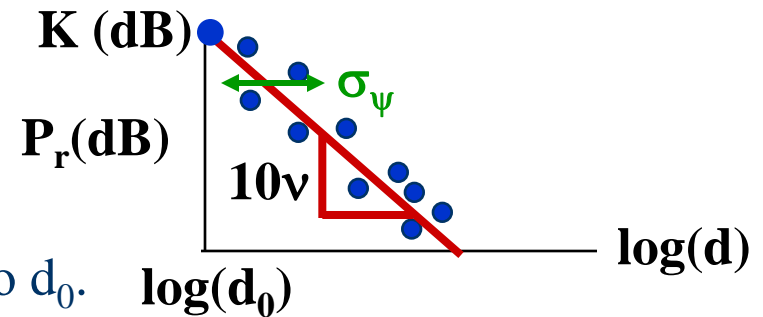
- ◆ dB Model

$$\frac{P_r}{P_t} (dB) = 10 \log_{10} K - 10n \log_{10} \left( \frac{d_0}{d} \right) + \omega_{dB},$$

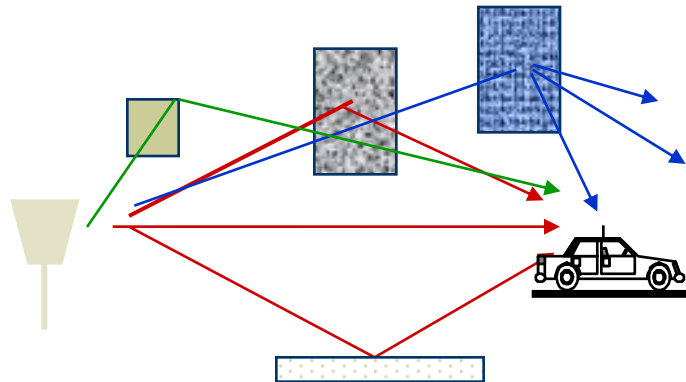
$$\omega_{dB} \sim N(0, \sigma_{\omega}^2)$$

# Παράμετροι Μοντέλων από Μετρήσεις

- ◆ Προσαρμογή: model to data
- ◆ Path loss ( $K, n$ ),  $d_0$  γνωστά
  - ‘Best fit’ line through dB data
  - Το  $K$  λαμβάνεται από μετρήσεις στο  $d_0$ .
  - Το εκθετικό είναι η MMSE εκτίμηση, η οποία βασίζεται στα δεδομένα των μετρήσεων
  - Εξαγωγή της μέσης τιμής λόγω της σκίασης
- ◆ Μεταβλητότητα Σκίασης
  - Μεταβλητότητα των τιμών σε σχέση με την εξασθένηση διάδοσης (path loss-ευθεία γραμμή) με MMSE εκτίμηση για το  $n$ .



# Στατιστικά Μοντέλα Ραδιοδιαύλων



- ◆ Τυχαίος αριθμός πολυδιαδρομικών συνιστωσών, όπου η κάθε μια από αυτές χαρακτηρίζεται από:
  - Τυχαίο Πλάτος
  - Τυχαία φάση
  - Τυχαία ολίσθηση Doppler
  - Τυχαία καθυστέρηση
- ◆ Μεταβολή αυτών με τον χρόνο  $\tau$ ,  $t$
- ◆ Συνεπώς έχουμε χρονικά μεταβαλλόμενες κρουστικές αποκρίσεις των ραδιοδιαύλων.

# Λογαριθμοκανονική Κατανομή (Lognormal)

$$\begin{aligned}\Omega(d)(dBm) &= \overline{\Omega(d)}(dBm) + \omega(dB) \\ &= \overline{\Omega(d_o)} - 10n \log\left(\frac{d}{d_o}\right) + \omega_{dB}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}PL(d)(dB) &= \overline{PL(d)}(dB) + \omega(dB) \\ &= \overline{PL(d_o)} + 10n \log\left(\frac{d}{d_o}\right) + \omega_{dB}\end{aligned}$$

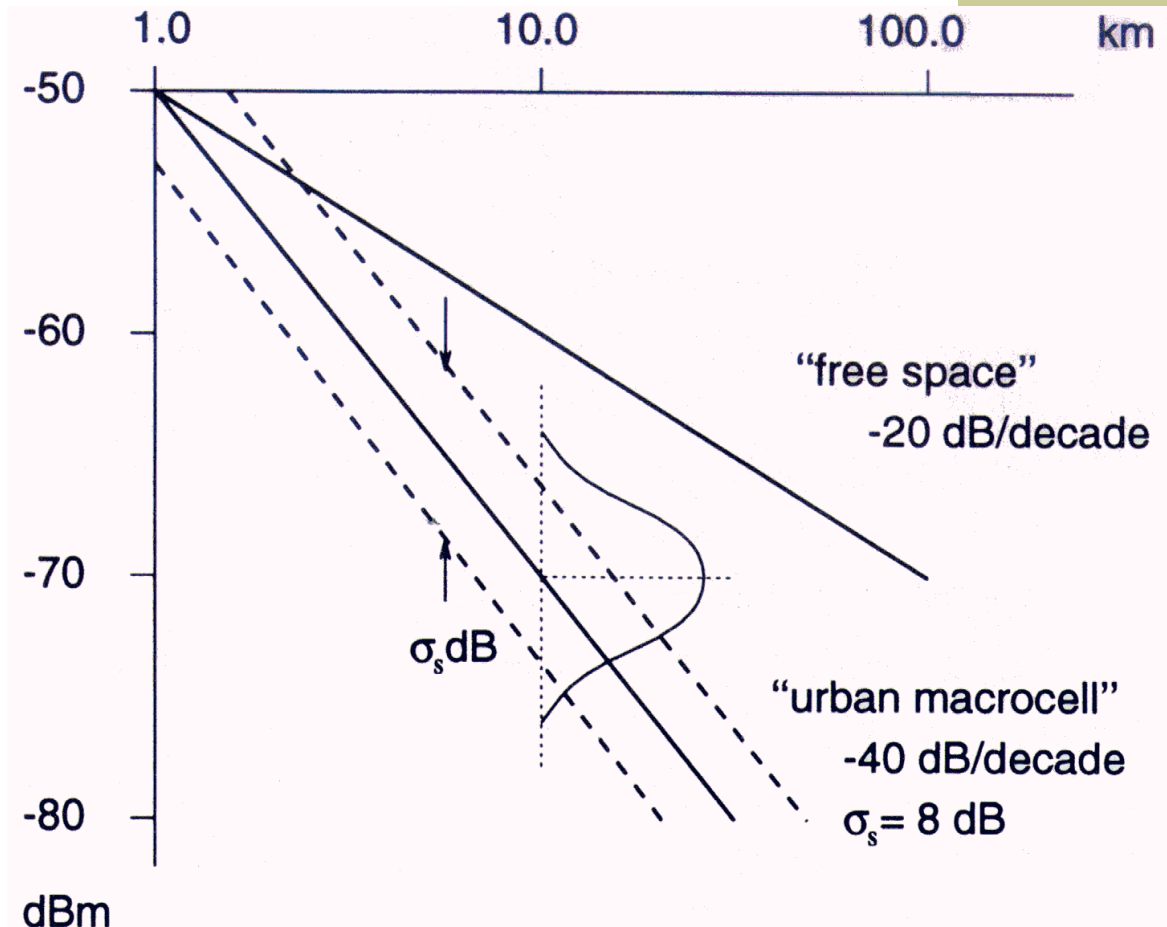
$\omega_{dB}$  μια τυχαία μεταβλητή (dB), που ακολουθεί κανονική κατανομή, με μηδενική μέση τιμή και τυπική απόκλιση  $\sigma_{\Omega}$  σε dB

# Λογαριθμοκανονική Κατανομή (Lognormal)

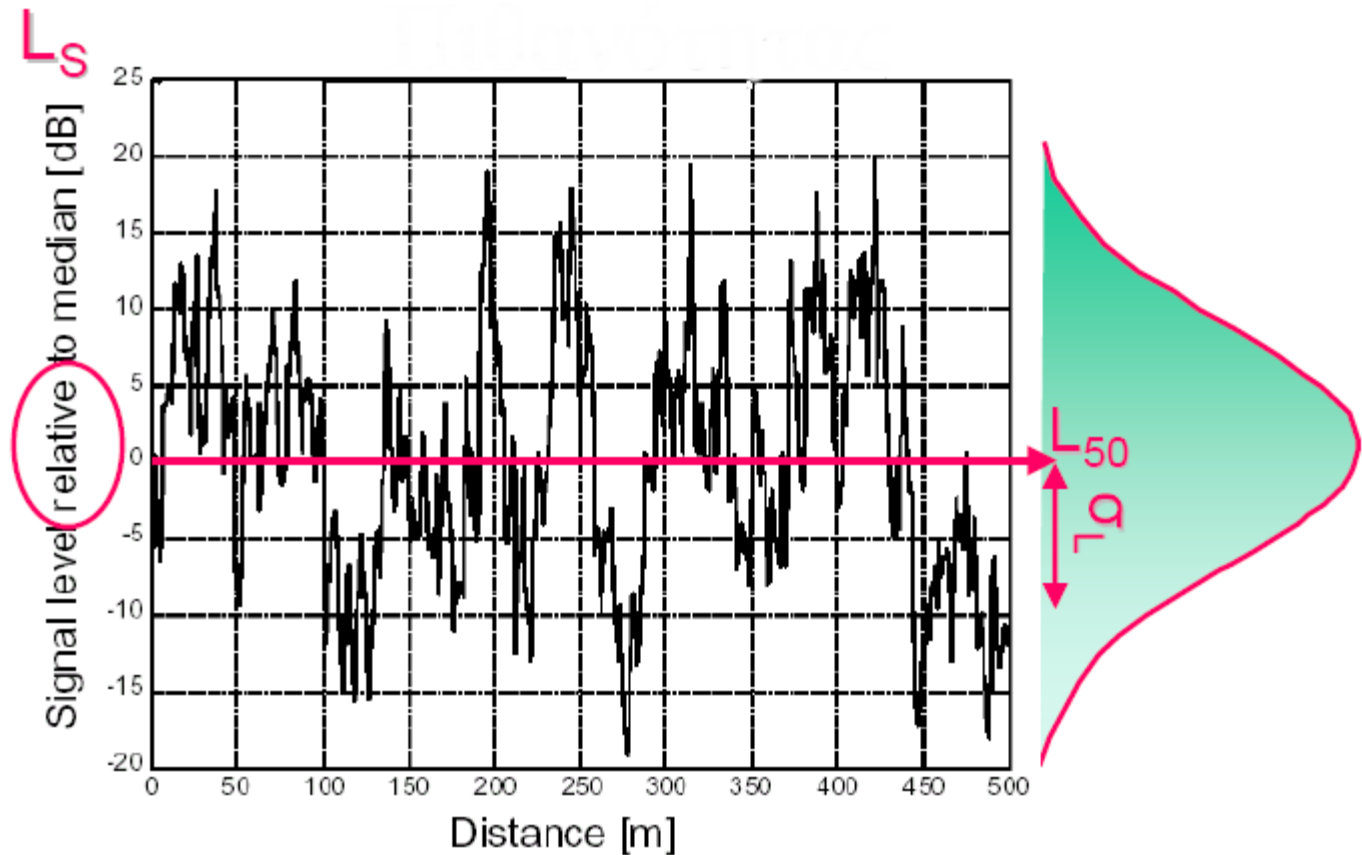
- ◆ Τυπικές τιμές της τυπικής απόκλισης είναι από 4dB-12dB.
- ◆ Στην πράξη η απόκλιση αναπαριστά και το σφάλμα μεταξύ της μέσης τιμής που υπολογίζεται από το εμπειρικό μοντέλο και της πραγματικής.
- ◆ Όταν η τυπική απόκλιση παίρνει τιμές μέχρι 8dB μπορούμε να θεωρούμε αξιόπιστο το μοντέλο υπολογισμού της μέσης τιμής.

# Λογαριθμοκανονική Κατανομή (Lognormal)

Υπέρθωση της  
σκίασης σε  
μοντέλο απλής  
κλίσης

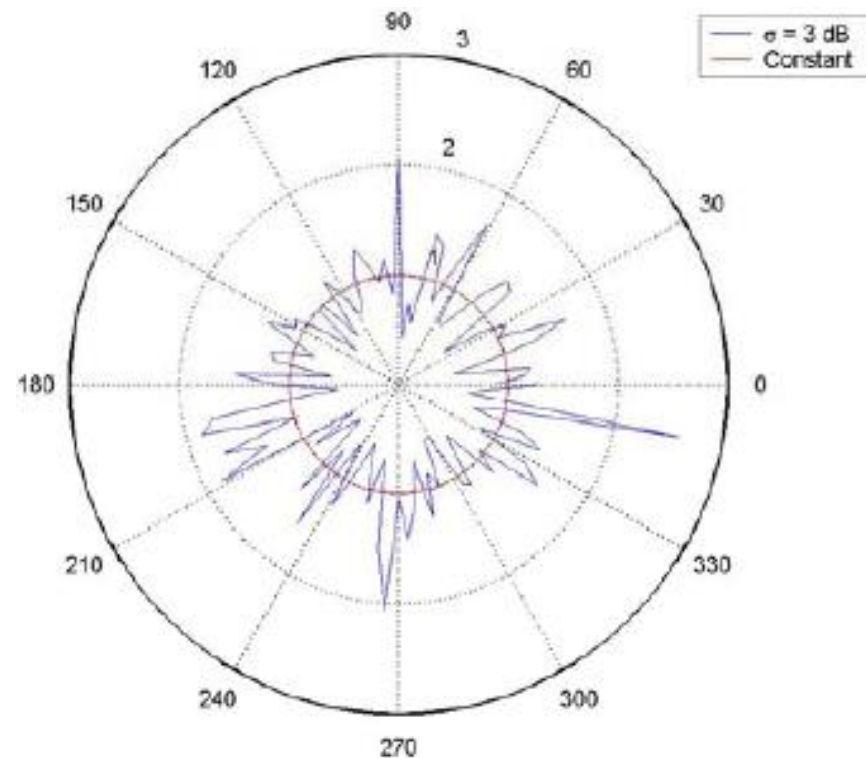


# Λογαριθμοκανονική Κατανομή (Lognormal)



# Λογαριθμοκανονική Κατανομή (Lognormal)

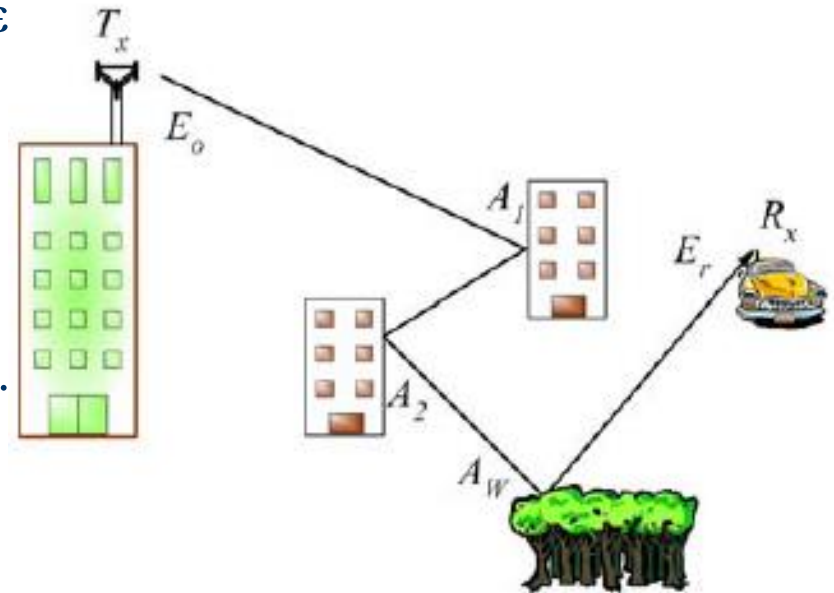
Απεικόνιση περιοχής  
κάλυψης με σταθερή  
λαμβανόμενη ισχύ και  
λογαριθμοκανονική με  
 $\sigma=3dB$





# Λογαριθμοκανονική Κατανομή (Lognormal)

- ♦ Φυσική Εξήγηση Lognormal :  
Χωρίζουμε το συνολικό μονοπάτι σε  $W$  επιμέρους σκεδαστές με ανεξάρτητο συντελεστή εξασθένησης καθένας.
- ♦ Το φαινόμενο είναι πολλαπλασιαστικό στο πεδίο αλλά αθροιστικό σε λογαριθμική κλίμακα.
- ♦ Για μεγάλο  $W$ , λόγω του Κ.Ο.Θ., το λαμβανόμενο σήμα ακολουθεί κανονική κατανομή.



# Λογαριθμοκανονική Κατανομή (Lognormal)

- ◆ Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf) για τη λαμβανόμενη ισχύ θα είναι:

$$p_{\Omega}(x) = \frac{1}{\sigma_{\Omega} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(x - \mu_{\Omega})^2}{2\sigma_{\Omega}^2} \right]$$

$$\mu_{\Omega}(dBm) = \overline{\Omega(d)} = \overline{\Omega(d_o)} - 10n \log \left( \frac{d}{d_o} \right)$$

- ◆ Και για τις απώλειες διάδοσης:

$$p_{PL(dB)}(x) = \frac{1}{\sigma_{PL} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(x - \mu_{PL})^2}{2\sigma_{PL}^2} \right]$$

$$\sigma_{\Omega} = \sigma_{PL}(dB)$$

$$\mu_{PL}(dBm) = \overline{PL(d)} = \overline{PL(d_o)} - 10n \log \left( \frac{d}{d_o} \right)$$

# Λογαριθμοκανονική Κατανομή (Lognormal)

- ◆ Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής (cdf)

$$\begin{aligned}\Pr(x < x_o) &= \int_{-\infty}^{x_o} p_{\Omega}(x) dx \\ &= \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{x_o - \mu_{\Omega}}{\sigma_{\Omega} \sqrt{2}} \right) \right] \\ &= 1 - Q \left( \frac{x_o - \mu_{\Omega}}{\sigma_{\Omega}} \right) = Q \left( \frac{\mu_{\Omega} - x_o}{\sigma_{\Omega}} \right)\end{aligned}$$

# Λογαριθμοκανονική Κατανομή (Lognormal)

- ◆ Υπενθυμίζουμε τη σχέση της συνάρτησης σφάλματος με την  $Q$

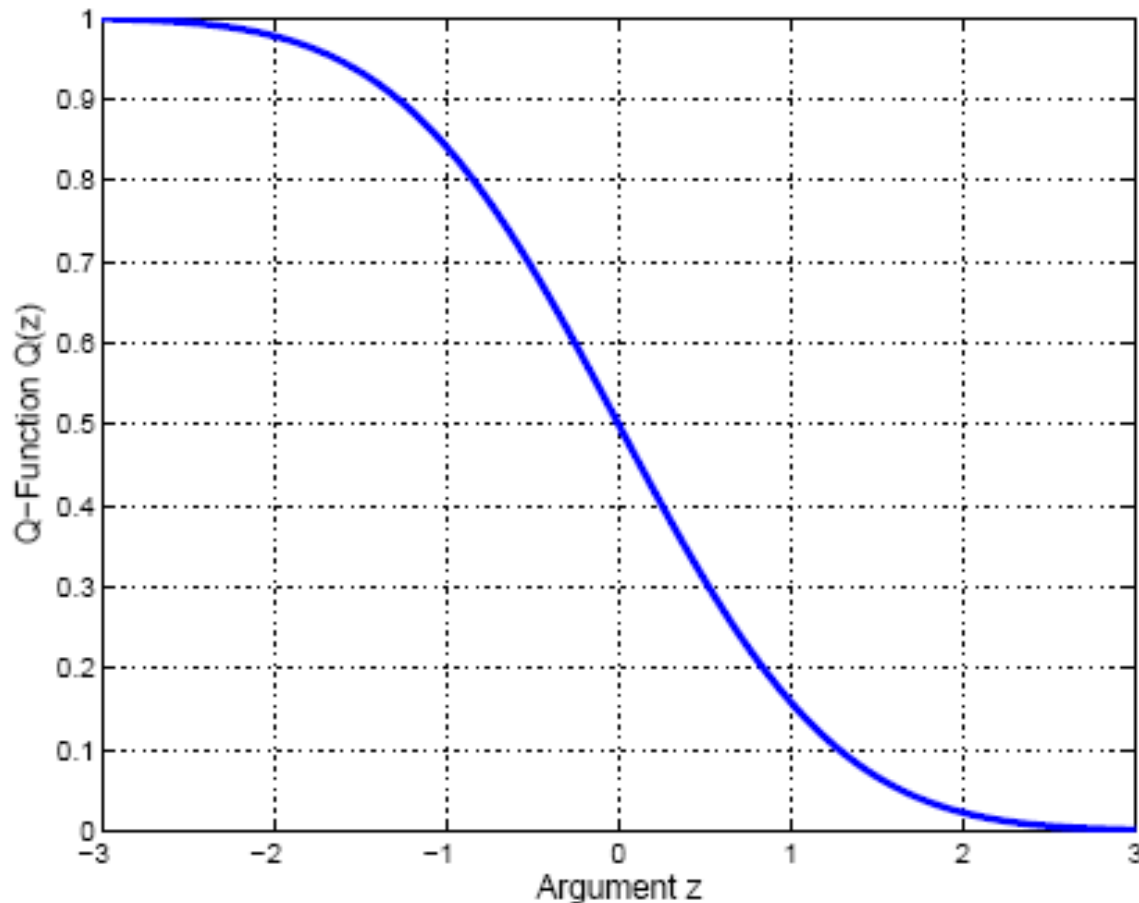
$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-x^2} dx = 1 - 2Q(z\sqrt{2})$$

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^\infty e^{-x^2} dx = 2Q(z\sqrt{2})$$

$$Q(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$Q(-z) = 1 - Q(z)$$

# Λογαριθμοκανονική Κατανομή (Lognormal)



Αυξανόμενου του  $z$ , μειώνεται η τιμή της  $Q(z)$

# Λογαριθμοκανονική Κατανομή (Lognormal)

- ◆ Συνεπώς η πιθανότητα η λαμβανόμενη ισχύς να είναι μεγαλύτερη από μια τιμή κατωφλίου  $\gamma$  είναι

$$\Pr(\Omega > \gamma) = \int_{\gamma}^{\infty} p_{\Omega}(x) dx = Q\left(\frac{\gamma - \mu_{\Omega}}{\sigma_{\Omega}}\right)$$

- ◆ Δηλαδή όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή κατωφλίου από τη μέση τιμή, τόσο μικρότερη είναι η πιθανότητα, σύμφωνα με τη συμπεριφορά της  $Q(z)$ .
- ◆ Επίσης αν  $\gamma = \mu_{\Omega}$ , τότε  $Q(0) = 0.5$

# Καθορισμός Περιοχής Κάλυψης

- ◆ Ζητούμενο ο υπολογισμός της περιοχής κάλυψης, δηλαδή το ποσοστό της περιοχής με λαμβανόμενη ισχύ μεγαλύτερη ή ίση ενός κατωφλίου.
- ◆ Το ποσοστό αυτό συσχετίζεται με την πιθανότητα η λαμβανόμενη ισχύς στα όρια της κυψέλης να είναι μεγαλύτερη ή ίση ενός κατωφλίου.
- ◆ Ο υπολογισμός γίνεται θεωρώντας κυκλική κυψέλη ακτίνας  $R$  και δεδομένη τιμή κατωφλίου  $\gamma$ .

# Καθορισμός Περιοχής Κάλυψης

$$U(\gamma) = Q\left(a\sqrt{2}\right) + \exp\left(\frac{1-2ab}{b^2}\right) Q\left(\frac{(1-ab)\sqrt{2}}{b}\right)$$

$$a = \frac{\gamma - \mu_{\Omega}(R)}{\sigma_{\Omega}\sqrt{2}}$$

$$\beta = \frac{10n}{\sigma_{\Omega} \ln(10)\sqrt{2}}$$

Ο πρώτος όρος είναι

$$Q\left(a\sqrt{2}\right) = Q\left(\frac{\gamma - \mu_{\Omega}(R)}{\sigma_{\Omega}}\right)$$

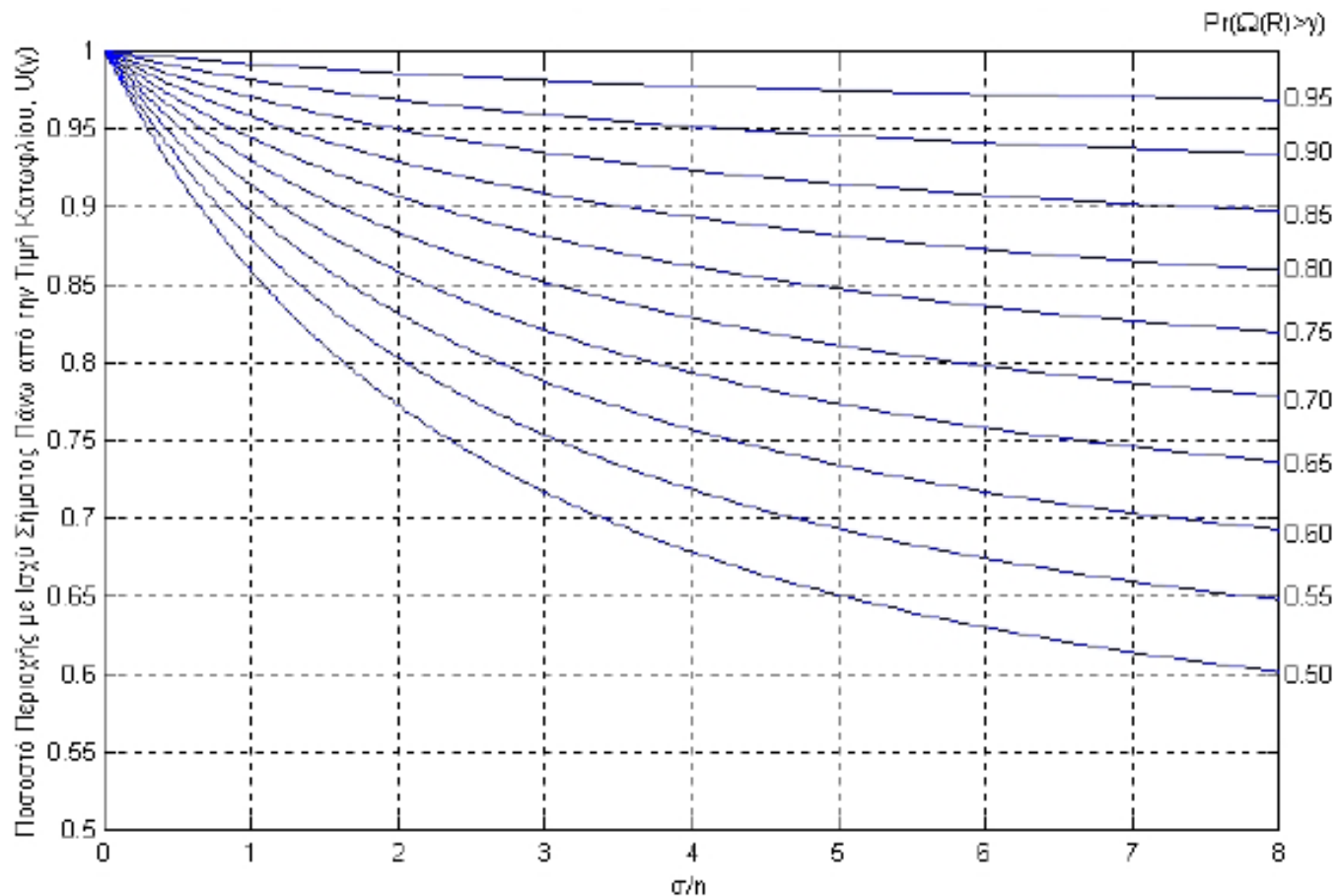
Δηλαδή το ποσοστό των σημείων της περιμέτρου με λαμβανόμενη ισχύ μεγαλύτερη από την τιμή κατωφλίου



# Καθορισμός Περιοχής Κάλυψης

- ◆ Π.χ. αν στα μισά σημεία της περιμέτρου κυψέλης με ακτίνα  $R$ , η λαμβανόμενη ισχύς είναι μεγαλύτερη του κατωφλίου  $\gamma$ , ( $Pr(\Omega(R) > \gamma) = 50\%$ , δηλαδή  $\mu_{\Omega}(R) = \gamma$ ) τότε για συντελεστή απωλειών διάδοσης  $n=3$  και τυπική απόκλιση  $\sigma=9dB$ , προκύπτει  $U(\gamma) = 71\%$ , δηλ. στο 71% των σημείων του κυκλικού δίσκου (εμβαδόν κυψέλης), η λαμβανόμενη ισχύς θα είναι μεγαλύτερη του κατωφλίου  $\gamma$ .
- ◆ Άρα για δεδομένα  $\sigma_{\Omega}, n, \mu_{\Omega}$  και  $\gamma$ , μπορούμε να υπολογίσουμε το ποσοστό περιοχής κάλυψης.

# Καθορισμός Περιοχής Κάλυψης



# Καθορισμός Περιοχής Κάλυψης

- ♦ Κατά τη σχεδίαση των συστημάτων απαιτείται συνήθως συγκεκριμένο ποσοστό κάλυψης των περιοχών.
- ♦ Ακόμη και αν δεν είναι γνωστό το περιβάλλον διάδοσης ( $n$ ,  $\sigma$ ), μπορούμε να εξασφαλίσουμε το απαιτούμενο ποσοστό, θεωρώντας μια ελάχιστη τιμή της πιθανότητας η λαμβανόμενη ισχύς στα όρια της κυψέλης να είναι μεγαλύτερη από την τιμή κατωφλίου.
- ♦ Π.χ. Αν ζητείται  $U(\gamma)=97\%$ , αρκεί να εξασφαλίσουμε ότι  $(Pr(\Omega(R)>\gamma)=95\%)$  και όπως φαίνεται από το επόμενο σχήμα  $U(\gamma)>97\%$ , για μεγάλο εύρος τιμών  $\sigma$ ,  $n$ .



# Υπολογισμός Ακτίνας Κάλυψης



# Υπολογισμός Ακτίνας Κάλυψης

- ◆ Όταν επιλέγουμε την ευαισθησία του δέκτη ως τιμή κατωφλίου  $\gamma$ , τότε αν σχεδιάσουμε το σύστημα ώστε στα όρια της κυψέλης να έχουμε μέση λαμβανόμενη ισχύ ίση με το κατώφλι, δεν εξασφαλίζουμε μεγάλο ποσοστό κάλυψης για την περιοχή.
- ◆ Στην πράξη όπως είδαμε εξαρτάται από το περιβάλλον διάδοσης.
- ◆ Συνήθως λοιπόν για να πετύχουμε μεγάλο ποσοστό κάλυψης για δεδομένη ακτίνα κυψέλης, φροντίζουμε να συμπεριλάβουμε ένα περιθώριο πάνω από την ευαισθησία του δέκτη μας σε απόσταση ίση με την ακτίνα της κυψέλης.

# Υπολογισμός Ακτίνας Κάλυψης

- ♦ **Προσοχή** : Για δεδομένα στοιχεία ζεύξης, δηλ. κέρδη κεραιών και εκπεμπόμενη ισχύ, όσο αυξάνουμε την ακτίνα της κυψέλης, τόσο μειώνουμε το ποσοστό της περιοχής κάλυψης.
- ♦ Η ακτίνα της κυψέλης μπορεί να εισαχθεί στην εξίσωση υπολογισμού του  $U(\gamma)$ , ως εξής

$$U(\gamma) = Q\left(a + b \ln(R)\right) + \frac{\exp\left(\frac{2 - 2ab}{b^2}\right)}{R^2} \left[ 1 - Q\left(a + b \ln(R) - \frac{2}{b}\right) \right]$$
$$a = \frac{\gamma - \mu_{\Omega}(d_o)}{\sigma_{\Omega}} \qquad \beta = \frac{10n}{\sigma_{\Omega} \ln(10)}$$

# Υπολογισμός Ακτίνας Κάλυψης

- ◆ Ορίζουμε ως Περιθώριο Διαλείψεων (Fading Margin - FM) τη διαφορά

$$\text{Fading Margin} = \mu_{\Omega}(R) - \gamma$$

- ◆ Και επειδή

$$Q\left(\frac{\mu_{\Omega}(R) - \gamma}{\sigma_{\Omega}}\right) = Q\left(\frac{FM}{\sigma_{\Omega}}\right)$$

$$\Pr(\Omega(R) > \gamma) = Q\left(-\frac{\mu_{\Omega}(R) - \gamma}{\sigma_{\Omega}}\right) = Q(-z)$$

$$FM = z\sigma_{\Omega}$$

# Υπολογισμός Ακτίνας Κάλυψης

$$\begin{aligned} FM &= \mu_{\Omega}(R) - \gamma \\ &= \overline{\Omega(d_o)} - 10n \log \left( \frac{R}{d_o} \right) - \gamma \Rightarrow \\ \Rightarrow R &= d_o \cdot 10^{\left( \frac{\overline{\Omega(d_o)} - \gamma - FM}{10n} \right)} \end{aligned}$$



# Υπολογισμός Ακτίνας Κάλυψης

- ♦ Παράδειγμα : Υπολογίστε την ακτίνα κάλυψης για  $Pr(\Omega(R) > \gamma) = 75\%$  και  $Pr(\Omega(R) > \gamma) = 90\%$ , και σύστημα με συχνότητα λειτουργίας 1900MHz, σε περιβάλλον με  $n=3$ ,  $\sigma=8dB$ . Θεωρήστε ότι η ευαισθησία του δέκτη είναι -102dBm και ότι  $\Omega(100m) = -80dBm$

$$Pr(\Omega(R) > \gamma) = 75\% \Rightarrow Q\left(\frac{\gamma - \mu_{\Omega}(R)}{\sigma_{\Omega}}\right) = 0.75$$

$$\Rightarrow Q(-z) = 0.75$$

$$\Rightarrow z = 0.675$$

$$FM = 0.675\sigma_{\Omega}$$

# Υπολογισμός Ακτίνας Κάλυψης

$$\Pr(\Omega(R) > \gamma) = 90\% \Rightarrow Q(-z) = 0.90$$
$$\Rightarrow z = 1.287$$

$$FM = 1.287\sigma_{\Omega}$$

$$R = 100 \cdot 10^{\frac{(-80+102-5.4)}{30}} \approx 357m$$

$$R = 100 \cdot 10^{\frac{(-80+102-10.3)}{30}} \approx 245m$$

# Υπολογισμός Ακτίνας Κάλυψης

- ◆ Είναι προφανές ότι στον υπολογισμό της ακτίνας συμμετέχει τόσο η ευαισθησία όσο η εκπεμπόμενη ισχύς και τα κέρδη των κεραιών πομπού και δέκτη.
- ◆ Η μέση λαμβανόμενη ισχύς στην απόσταση αναφοράς δίνεται είτε από μετρήσεις είτε από τις απώλειες ελεύθερου χώρου

$$\overline{\Omega(d_o)} = \frac{P_t G_t G_r}{L_t L_r} \left( \frac{\lambda}{4\pi d_o} \right)^2$$

- ◆ όπου  $P_t$  η εκπεμπόμενη ισχύς,  $G_t$  και  $G_r$  τα κέρδη κεραιών πομπού και δέκτη, και  $L_t$ ,  $L_r$  οι πιθανές απώλειες υλοποίησης πομπού και δέκτη.

# Εμπειρικός Προσδιορισμός $n$ , $\sigma$

- ◆ Συνήθως για τη σχεδίαση συστήματος ΚΕ γίνονται μετρήσεις της λαμβανόμενης ισχύος για τον προσδιορισμό του περιβάλλοντος διάδοσης.
- ◆ Συγκεκριμένα θέλουμε να προσδιορίσουμε τα  $n$ ,  $\sigma$ , τα οποία θα εισαχθούν στο μοντέλο απλής κλίσης και στον υπολογισμό της περιοχής κάλυψης.
- ◆ Αν είναι γνωστές οι μέσες τιμές λαμβανόμενης ισχύος σε κάποιες αποστάσεις είναι δυνατός ο προσδιορισμός του συντελεστή απωλειών διάδοσης και της τυπικής απόκλισης με τη μέθοδο του ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MMSE).

# Εμπειρικός Προσδιορισμός $n$ , $\sigma$

- ♦ Με  $\Omega_i$  συμβολίζουμε τις τιμές της μετρούμενης ισχύος

$$\Omega_i = \Omega(d_i) \quad (\text{measured in dBm})$$

- ♦ Με  $\hat{\Omega}_i$  συμβολίζουμε τις εκτιμούμενες τιμές από το μοντέλο απλής κλίσης

$$\hat{\Omega}_i = \Omega(d_o) - 10n \log\left(\frac{d_i}{d_o}\right)$$

- ♦ Το άθροισμα των τετραγωνικών σφαλμάτων μεταξύ μετρούμενων και εκτιμούμενων τιμών είναι

$$J(n) = \sum_{i=1}^k (\Omega_i - \hat{\Omega}_i)^2$$

# Εμπειρικός Προσδιορισμός $n$ , $\sigma$

- ◆ Η τιμή του  $n$  που ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα προκύπτει αν μηδενίσουμε την παράγωγο του  $J(n)$  ως προς  $n$  και στη συνέχεια λύσουμε ως προς  $n$ .
- ◆ Για το Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα ισχύει

$$MSE = E\left[\left(\Omega_i - \hat{\Omega}_i\right)^2\right] = E\left[\Omega_i^2\right] - 2\hat{\Omega}_i E\left[\Omega_i\right] + E\left[\hat{\Omega}_i^2\right]$$

$$\text{Αν } \hat{\Omega}_i = E\left[\Omega_i\right]$$

$$MSE = MMSE = E\left[\left(\Omega_i - E\left[\Omega_i\right]\right)^2\right] = \text{Var}\left(\Omega_i\right) = \sigma_{\Omega}^2$$

# Εμπειρικός Προσδιορισμός $n, \sigma$

- ♦ Άρα

$$MMSE = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\Omega_i - \hat{\Omega}_i)^2 = \frac{J(n)}{k} = \sigma_{\Omega}^2$$

- ♦ Παράδειγμα : Για τη σχεδίαση συστήματος ΚΕ έγιναν μετρήσεις της λαμβανόμενης ισχύος με τα εξής αποτελέσματα

- ♦ Υπολογίστε τα  $n, \sigma$

| $d_i(m)$ | $\Omega_i(dBm)$ |
|----------|-----------------|
| 100      | 0               |
| 200      | -20             |
| 1000     | -35             |
| 3000     | -70             |

# Εμπειρικός Προσδιορισμός $n$ , $\sigma$

$$\hat{\Omega}_i = \Omega(d_o) - 10n \log\left(\frac{d_i}{d_o}\right)$$

$$\hat{\Omega}_1 = \Omega(d_o) - 10n \log\left(\frac{d_1}{d_o}\right) \stackrel{d_1=d_o=100m}{=} \Omega(d_o) = 0$$

$$\hat{\Omega}_2 = \Omega(d_o) - 10n \log\left(\frac{d_2}{d_o}\right) = -3n$$

$$\hat{\Omega}_3 = \Omega(d_o) - 10n \log\left(\frac{d_3}{d_o}\right) = -10n$$

$$\hat{\Omega}_4 = \Omega(d_o) - 10n \log\left(\frac{d_4}{d_o}\right) = -14.77n$$



# Εμπειρικός Προσδιορισμός $n$ , $\sigma$

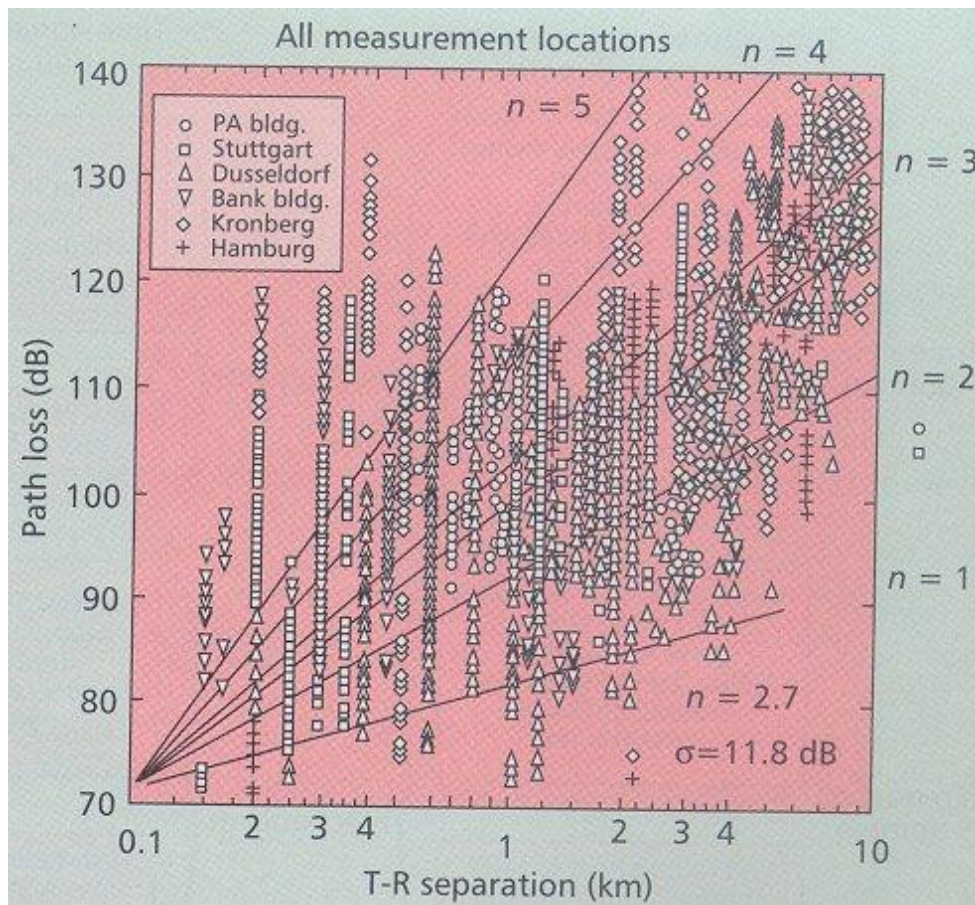
$$\begin{aligned} J(n) &= (0-0)^2 + (-20-(-3n))^2 + (-35-(-10n))^2 \\ &\quad + (-70-(-14.77n))^2 \\ &= 6525 - 2887.8n + 327.153n^2 \end{aligned}$$

$$\frac{dJ(n)}{dn} = 654.306n - 2887.8 = 0 \Rightarrow n = 4.4$$

$$\sigma_{\Omega}^2 = \frac{J(n=4.4)}{k} = \frac{152.36}{4} = 38.09$$

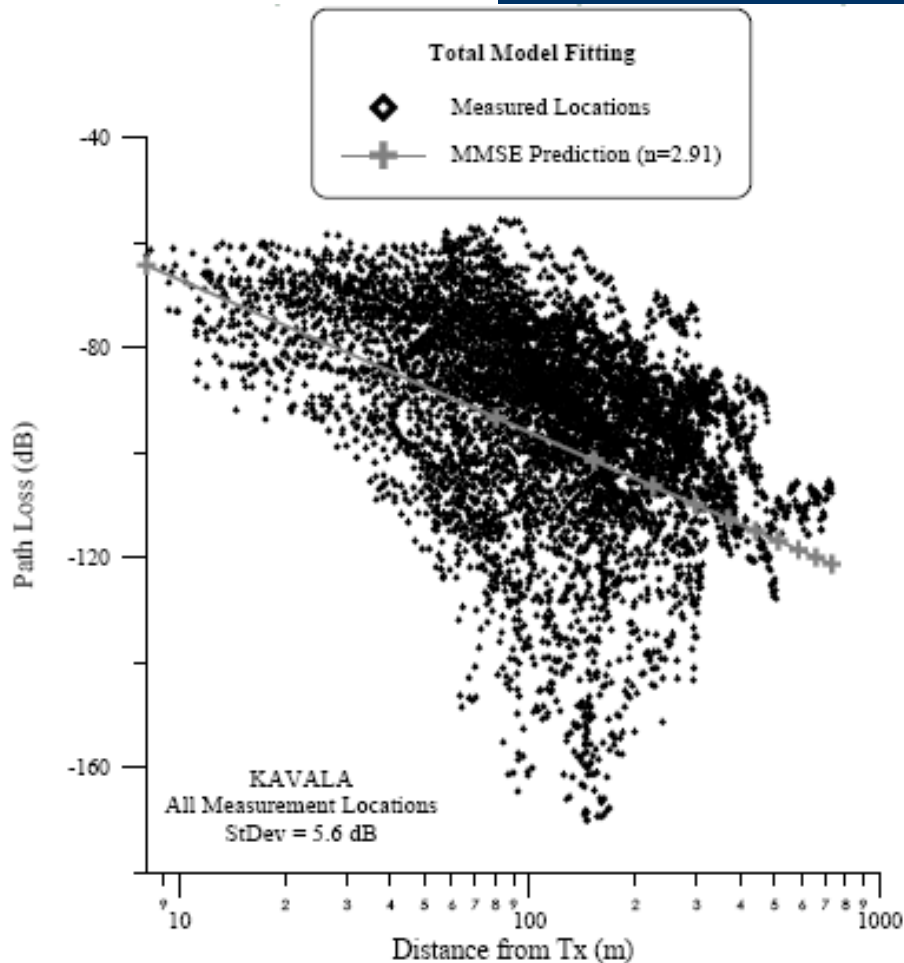
$$\Rightarrow \sigma_{\Omega} = 6.17dB$$

# Εμπειρικός Προσδιορισμός $n$ , $\sigma$



Source: Seidel et.al. "Path Loss, Scattering and Multipath Delay Statistics in Four European Cities for Digital Cellular and Microcellular Radiotelephone", IEEE Trans. On Vehicular Technology, VOL. 40, No. 4, Nov. 1991

# Εμπειρικός Προσδιορισμός $n$ , $\sigma$



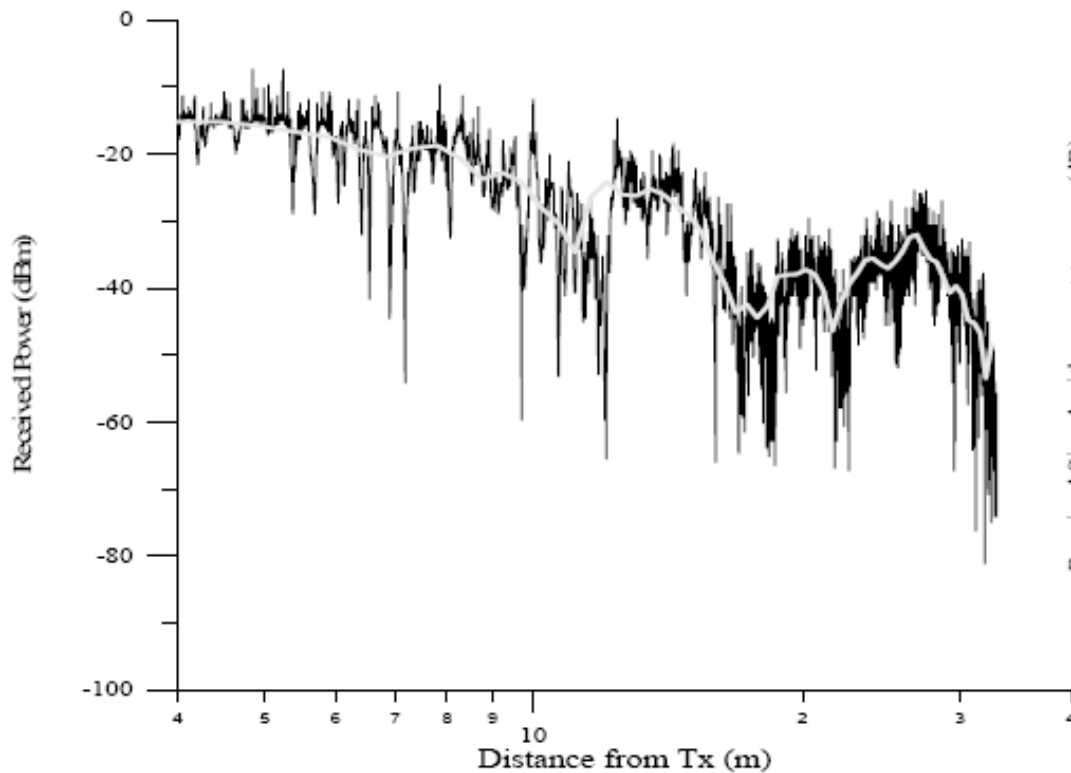
Μετρήσεις DECT στα  
1.89GHz σε εξωτερικούς  
χώρους (Καβάλα).  
Εκτίμηση :  $n=2.91$ ,  
 $\sigma=5.6\text{dB}$

# Εμπειρικός Προσδιορισμός $n$ , $\sigma$

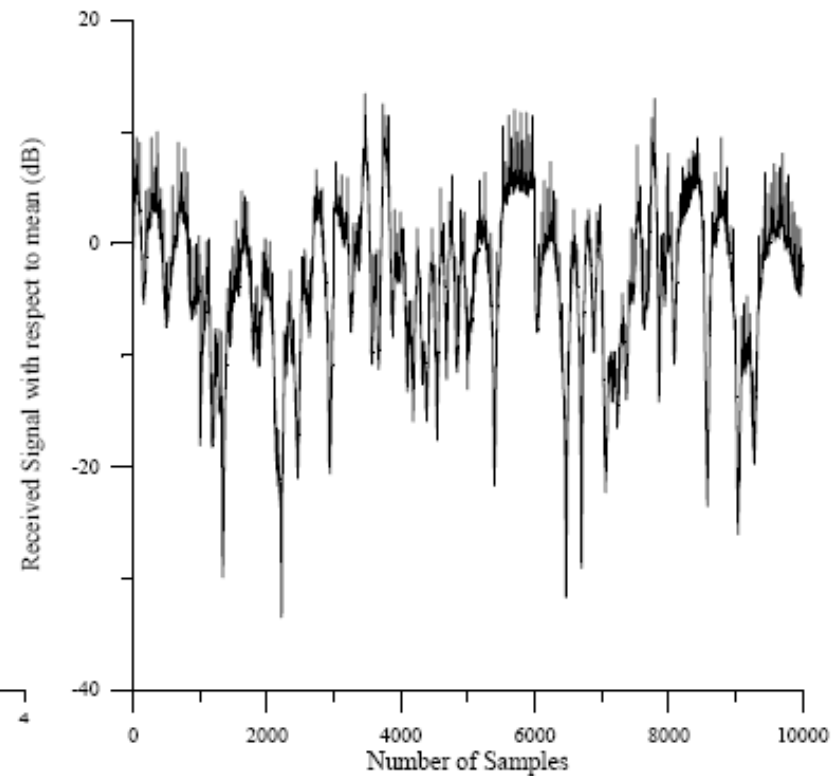
- ◆ Για τον προσδιορισμό των  $n$ ,  $\sigma$  από μετρήσεις μπορούμε να έχουμε
  - Είτε στατικές καταγραφές της λαμβανόμενης ισχύος σε συγκεκριμένες αποστάσεις (που θα χρησιμοποιηθούν από το MMSE)
  - Είτε γρήγορες (π.χ. κάθε  $\lambda/10$ ) καταγραφές με κινούμενο δέκτη (πιο συνηθισμένες).
- ◆ Στην πρώτη περίπτωση χρησιμοποιούμε χρονικό μέσο όρο των δειγμάτων για κάθε απόσταση.
- ◆ Στη δεύτερη περίπτωση απαιτείται ο υπολογισμός της μέσης τιμής ανά κάποιο χωρικό παράθυρο το οποίο έχει εύρος συνήθως από 20λ ως 40λ για εξωτερικούς χώρους, ώστε να αφαιρεθεί το φαινόμενο των διαλείψεων μικρής κλίμακας.

# Εμπειρικός Προσδιορισμός $n, \sigma$

Κινούμενος δέκτης



Στατικός δέκτης



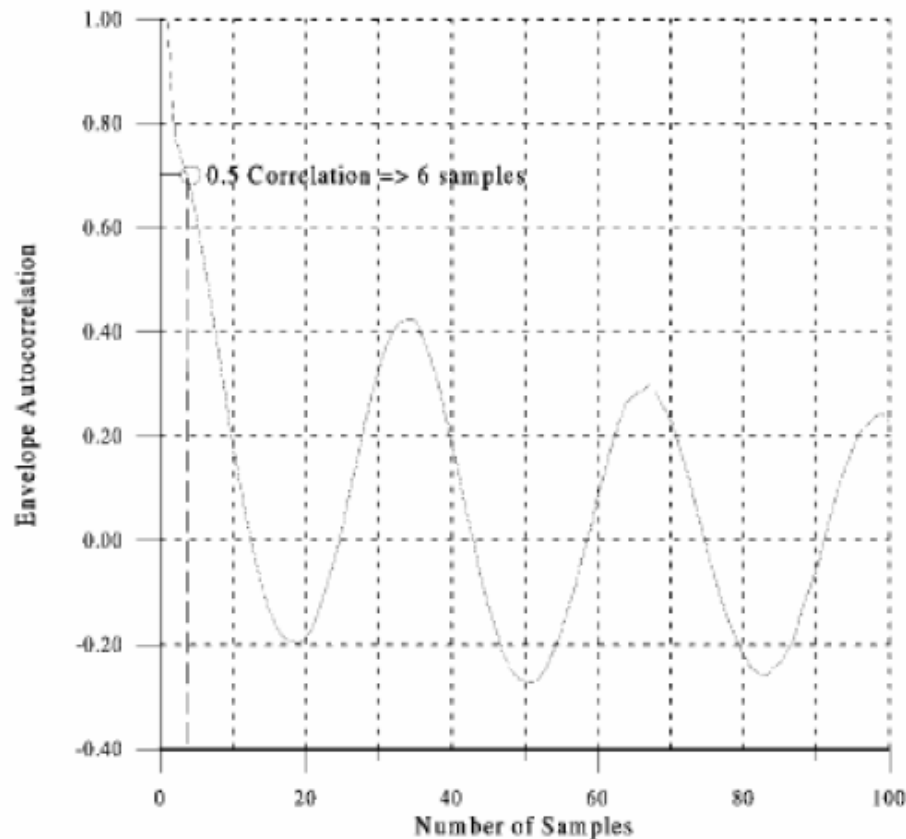
# Εμπειρικός Προσδιορισμός $n$ , $\sigma$

- ◆ Ο υπολογισμός του εύρους του παραθύρου στηρίζεται στην απαίτηση τα δείγματα από τα οποία προκύπτει η μέση τιμή πρέπει να είναι ανεξάρτητα.
- ◆ Η ανεξαρτησία μπορεί να εξεταστεί μέσω της συσχέτισης (αφού η μέση τιμή προσεγγιστικά είναι Gaussian ως άθροισμα πολλών ανεξάρτητων δειγμάτων – Κ.Ο.Θ.)
- ◆ Αποδεικνύεται ότι αν τα δείγματα έχουν προκύψει από δειγματοληψία ενός δέκτη με γραμμική χαρακτηριστική (καταγραφή και υπολογισμοί σε volts), τότε απαιτούνται τουλάχιστον 57 δείγματα ώστε η εκτίμηση της μέσης τιμής να απέχει από την πραγματική  $\pm 1\text{dB}$  με διάστημα εμπιστοσύνης 90%.

# Εμπειρικός Προσδιορισμός $n$ , $\sigma$

- ◆ Σε περίπτωση λογαριθμικής χαρακτηριστικής του δέκτη (καταγραφή απευθείας σε λογαριθμική κλίμακα) τα δείγματα που απαιτούνται είναι τουλάχιστο 85 για εκτίμηση  $\pm 1\text{dB}$  από την πραγματική με 90% διάστημα εμπιστοσύνης.
- ◆ Αν γνωρίζουμε τον ρυθμό με τον οποίο αποσυσχετίζονται τα δείγματα, δηλαδή μετά από πόσα δείγματα η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της περιβάλλουσας παίρνει τιμές μικρότερες από 0.5, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε το εύρος του παραθύρου.
- ◆ Αν θεωρήσουμε συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της περιβάλλουσας την  $J_0^2(2\pi d / \lambda)$  τότε προκύπτει παράθυρο από  $22\lambda$  ως  $33\lambda$  ή γενικότερα για ασφάλεια ως  $40\lambda$

# Εμπειρικός Προσδιορισμός $n$ , $\sigma$



Παράδειγμα σε  
εσωτερικό χώρο (ΟΤΕ)  
(6x57)=342 samples=5.4λ

Figure 7. Envelope autocorrelation of a longitudinal measurement as a function of sample number.



# Είδη Παρεμβολών

- ◆ Οι παρεμβολές στα κυψελωτά συστήματα είναι είτε
  - **Ομοδιαυλικές** : Πλήρης επικάλυψη της φασματικής πυκνότητας ισχύος του επιθυμητού και των ανεπιθύμητων σημάτων από ομοδιαυλικές κυψέλες.
  - **Γειτονικών Διαύλων** : Μερική επικάλυψη της φασματικής πυκνότητας ισχύος του επιθυμητού και των ανεπιθύμητων από γειτονικούς διαύλους σημάτων.
  - **Στενής ζώνης** : Συνήθως μερική επικάλυψη από χρήστες άλλων συστημάτων στην ίδια ζώνη συχνοτήτων.

# Ομοδιαυλικές Παρεμβολές & Θόρυβος

- ◆ **Φαινόμενο Κατωφλίου (Threshold Effect)** : Η ποιότητα της ζεύξης είναι αποδεκτή όταν
  - ο μέσος λαμβανόμενος λόγος ισχύος φέροντος προς θόρυβο ( $C/N=\Gamma$ )
  - και ο μέσος λόγος ισχύος φέροντος προς παρεμβολή ( $C/I=A$ )
- ◆ υπερβαίνουν συγκεκριμένες τιμές κατωφλίου  $\Gamma_{th}$ , και  $A_{th}$  αντίστοιχα.
- ◆ Ορίζουμε δύο πιθανότητες
  - **Πιθανότητα Θερμικού Θορύβου** :  $Pr(\Gamma < \Gamma_{th})$
  - **Πιθανότητα Ομοδιαυλικής Παρεμβολής** :  $Pr(A < A_{th})$

# Καθορισμός Ελάχιστης Εκπεμπόμενης Ισχύος από Σταθμό Βάσης

- ◆ Θεωρούμε
  - Ομοιόμορφη δομή εξαγωνικών κυψελών
  - Ακτίνα  $R$  και απαιτούμενο  $\Gamma_{th}$ .
- ◆ Ο λόγος που επιτυγχάνουμε είναι  $C/N = \Omega/N = \Gamma$ , όπου  $N$  η μέση ισχύς θορύβου
- ◆ Στα όρια της κυψέλης η μέση τιμή του λόγου

$$\mu_{\Gamma(R)} = \frac{\mu_{\Omega(R)}}{N}$$

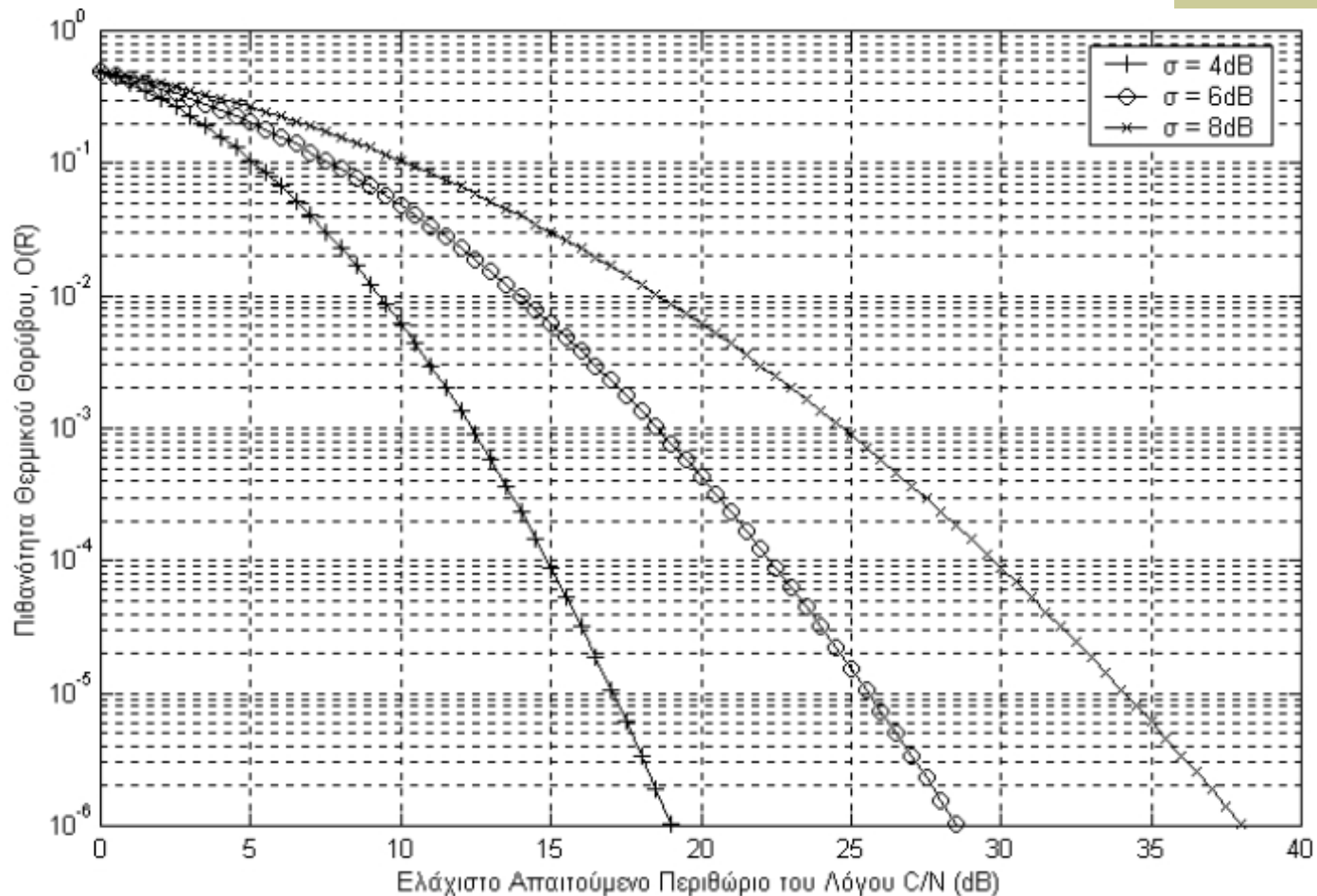
# Καθορισμός Ελάχιστης Εκπεμπόμενης Ισχύος από Σταθμό Βάσης

- ♦ Άρα η πιθανότητα θερμικού θορύβου στα όρια είναι

$$\begin{aligned}\Pr(\Gamma(R) < \Gamma_{th}) &= \int_{-\infty}^{\Gamma_{th}(dB)} \frac{1}{\sigma_{\Omega} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \mu_{\Gamma(R)})^2}{2\sigma_{\Omega}^2}\right] dx \\ &= 1 - Q\left(\frac{\Gamma_{th}(dB) - \mu_{\Gamma(R)}}{\sigma_{\Omega}}\right) = Q\left(\frac{\mu_{\Gamma(R)} - \Gamma_{th}(dB)}{\sigma_{\Omega}}\right)\end{aligned}$$

- ♦ Δηλαδή το αντίστοιχο περιθώριο σκίασης είναι ο αριθμητής της  $Q$ .

# Καθορισμός Ελάχιστης Εκπεμπόμενης Ισχύος από Σταθμό Βάσης



# Καθορισμός Ελάχιστης Εκπεμπόμενης Ισχύος από Σταθμό Βάσης

- ♦ Η μέση πιθανότητα θερμικού θορύβου στην περιοχή κάλυψης είναι (αντίστοιχα με  $U(\gamma)$ )

$$O_{\Gamma} = Q(X) - \exp\left(XY + \frac{Y^2}{2}\right) Q(X+Y)$$
$$X = \frac{\mu_{\Gamma(R)} - \Gamma_{th}(dB)}{\sigma_{\Omega}} \quad Y = \frac{2\sigma_{\Omega} \ln 10}{10n}$$

- ♦ Λύνοντας ως προς το περιθώριο και γνωρίζοντας την τιμή κατωφλίου μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέση τιμή του λόγου στα όρια και άρα την ελάχιστη απαιτούμενη ισχύ εκπομπής (δεδομένου  $n$  και  $\sigma$ ).

# Καθορισμός Ελάχιστης Εκπεμπόμενης Ισχύος από Σταθμό Βάσης

- ◆ Η ευαισθησία του δέκτη  $\gamma_{th}$  μπορεί να υπολογιστεί από την τιμή κατωφλίου του σηματοθορυβικού λόγου

$$\Gamma_{th} = \frac{\gamma_{th}}{N} = \frac{\gamma_{th}}{kT_oBF} \Rightarrow \gamma_{th} = kT_oBF\Gamma_{th}$$

- ◆ όπου  $B$  το εύρος ζώνης θορύβου του δέκτη,  $F$  ο συντελεστής θορύβου,  $k=1,38*10^{-23}$  (Watt/Hz/K) ή (-228.6 dBW/Hz/K) η σταθερά του Boltzmann, και  $T_o$  η θερμοκρασία θορύβου του δέκτη.

# Καθορισμός Ελάχιστης Εκπεμπόμενης Ισχύος από Σταθμό Βάσης

- ♦ Για ψηφιακά συστήματα μπορούμε να εισάγουμε και την ενέργεια διαμορφωμένου συμβόλου ανά φασματική πυκνότητα ισχύος θορύβου

$$\Gamma = \frac{E_s R_s}{N_o B} \Rightarrow \frac{E_s}{N_o} = \Gamma \frac{B}{R_s} = \frac{\overline{\Omega(d)} B}{N R_s}$$

- ♦ όπου

$$\overline{\Omega(d)} = \overline{\Omega(d_o)} - 10n \log \left( \frac{d}{d_o} \right)$$

- ♦ ή 
$$\overline{\Omega(d)}(dBm) = 10 \log P_t + 10 \log G_t + 10 \log G_r - 10 \log L_t - 10 \log L_r - \overline{PL(d)}(dB)$$



# Καθορισμός Ελάχιστης Εκπεμπόμενης Ισχύος από Σταθμό Βάσης

- ♦ Άρα

$$\frac{E_s}{N_o} = \frac{P_t G_t G_r}{L_t L_r PL(d)} \frac{B}{kT_o BFR_s} = \frac{P_t G_t G_r}{L_t L_r PL(d) kT_o FR_s}$$

- ♦ Για να καθορίσουμε την ευαισθησία του δέκτη βρίσκουμε πρώτα την ελάχιστη τιμή του  $E_s/N_o$  που δίνει αποδεκτή ποιότητα υπηρεσίας

$$\Gamma_{th} = \left( \frac{E_s}{N_o} \right)_{\min} \frac{R_s}{B} \Rightarrow \gamma_{th} = kT_o F \left( \frac{E_s}{N_o} \right)_{\min} R_s$$

# Καθορισμός Ελάχιστης Εκπεμπόμενης Ισχύος και Μέγιστων Απωλειών Διάδοσης

- ◆ Αντίστοιχα μπορούμε να υπολογίσουμε την ελάχιστη εκπεμπόμενη ισχύ από το Σταθμό Βάσης.

$$P_t^{\min} = \frac{\left(\frac{E_s}{N_o}\right)_{\min} L_t L_r \overline{PL(d)} k T_o F R_s}{G_t G_r} = \frac{L_t L_r \gamma_{th} \overline{PL(d)}}{G_t G_r}$$

- ◆ Επιπλέον μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέγιστη επιτρεπτή απώλεια διάδοσης

$$\overline{PL(d)}_{\max} = \frac{P_t G_t G_r}{\left(\frac{E_s}{N_o}\right)_{\min} L_t L_r k T_o F R_s} = \frac{P_t G_t G_r}{L_t L_r \gamma_{th}}$$

# Καθορισμός Ελάχιστης Εκπεμπόμενης Ισχύος και Μέγιστων Απωλειών Διάδοσης

- ♦ Ή σε λογαριθμική κλίμακα

$$P_t^{\min} = \gamma_{th} (dBm) + L_t (dB) + L_r (dB) + \overline{PL(d)} (dB) - G_t (dBi) - G_r (dBi)$$

$$\overline{PL(d)}_{\max} (dB) = P_t (dBm) + G_t (dBi) + G_r (dBi) - L_t (dB) - L_r (dB) - \gamma_{th} (dBm)$$

- ♦ Στην τελευταία μπορούμε να εισάγουμε και το περιθώριο διάλειψης λόγω σκίασης (FM), καθώς επίσης και ένα περιθώριο για τις παρεμβολές (αν τις θεωρήσουμε σαν θερμικό θόρυβο)

# Καθορισμός Ελάχιστης Εκπεμπόμενης Ισχύος και Μέγιστων Απωλειών Διάδοσης

- ◆ Δηλαδή

$$P_t^{\min} = \gamma_{th} (dBm) + L_t (dB) + L_r (dB) + \overline{PL(d)} (dB) + FM (dB) + L_I (dB) - G_t (dBi) - G_r (dBi)$$

$$\overline{PL(d)}_{\max} (dB) = P_t (dBm) + G_t (dBi) + G_r (dBi) - FM (dB) - L_I (dB) - L_t (dB) - L_r (dB) - \gamma_{th} (dBm)$$

- ◆ όπου  $L_I (dB)$  το περιθώριο λόγω παρεμβολών (ομοδιαυλικών και γειτονικών διαύλων)

# Καθορισμός Ελάχιστης Εκπεμπόμενης Ισχύος και Μέγιστων Απωλειών Διάδοσης

- ♦ Στην πράξη πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι υπάρχει και ένα κέρδος από το γεγονός ότι το σύστημα είναι κυψελωτό και ένας MS που βρίσκεται στα όρια μιας κυψέλης με λαμβανόμενη ισχύ μικρότερη από την τιμή κατωφλίου, είναι πιθανό να λαμβάνει μεγαλύτερη ισχύ από γειτονικό BS και να προσπαθήσει να συνδεθεί (μεταπομπή) σε αυτόν.
- ♦ Αυτή είναι μια εφαρμογή διαφορισιμότητας (macrodiversity) που δίνει ένα κέρδος που αυξάνει τη μέγιστη αποδεκτή τιμή απωλειών διάδοσης.

# Καθορισμός Ελάχιστης Εκπεμπόμενης Ισχύος και Μέγιστων Απωλειών Διάδοσης

- ♦ Το κέρδος αυτό καλείται **κέρδος μεταπομπής (Handoff Gain -  $G_{HO}$ )** και εισάγεται στις προηγούμενες ως εξής

$$P_t^{\min} = \gamma_{th} (dBm) + L_t (dB) + L_r (dB) + \overline{PL(d)} (dB) + FM (dB) + L_I (dB) - G_{HO} (dB) - G_t (dBi) - G_r (dBi)$$

$$\overline{PL(d)}_{\max} (dB) = P_t (dBm) + G_t (dBi) + G_r (dBi) - FM (dB) - L_I (dB) + G_{HO} (dB) - L_t (dB) - L_r (dB) - \gamma_{th} (dBm)$$

- ♦ Τυπικές τιμές για το  $G_{HO}$  είναι από 2.5-4dB