



Πανεπιστήμιο Αιγαίου

# Ασύρματα Δίκτυα Επικοινωνιών

Αναλογική και Ψηφιακή Μετάδοση

Δημοσθένης Βουγιούκας (dnougiou@aegean.gr)

Αναπληρωτής Καθηγητής

Τμήμα Μηχανικών Πληροφοριακών & Επικοινωνιακών Συστημάτων



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Τεχνικές ασύρματης μετάδοσης πληροφορίας

- ◆ Αναλογική μετάδοση πληροφορίας
  - Αναλογική πληροφορία
  - Ψηφιακή πληροφορία
- ◆ Ψηφιακή μετάδοση πληροφορίας
  - Αναλογική πληροφορία
  - Ψηφιακή πληροφορία

# Αναλογική μετάδοση αναλογικής πληροφορίας

- ◆ Amplitude Modulation (AM)
- ◆ Angle Modulation
  - Frequency Modulation (FM)
  - Phase Modulation (PM)

# Amplitude Modulation (AM)

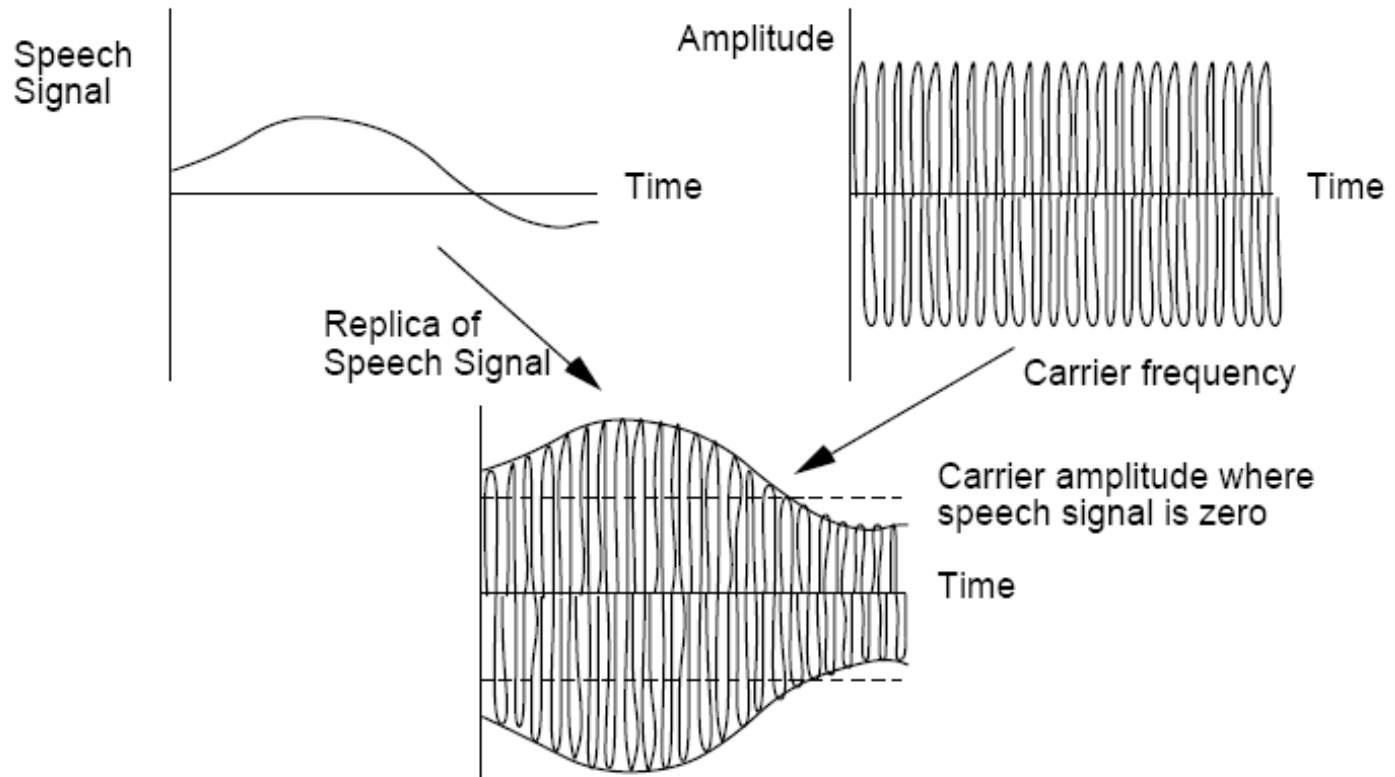
## ◆ Διαμόρφωση πλάτους

$$s(t) = [1 + k_a x(t)] \cos(2\pi f_c t)$$

- $\cos 2\pi f_c t =$  φέρον
- $x(t) =$  σήμα εισόδου
- $k_a =$  δείκτης διαμόρφωσης

# Amplitude Modulation (AM)

## Amplitude Modulation (AM)



# Angle Modulation

- ◆ Angle Modulation

$$s(t) = A_c \cos \left[ 2\pi f_c t + \varphi(t) \right]$$

- Frequency Modulation (FM)

$$\varphi'(t) = k_f m(t)$$

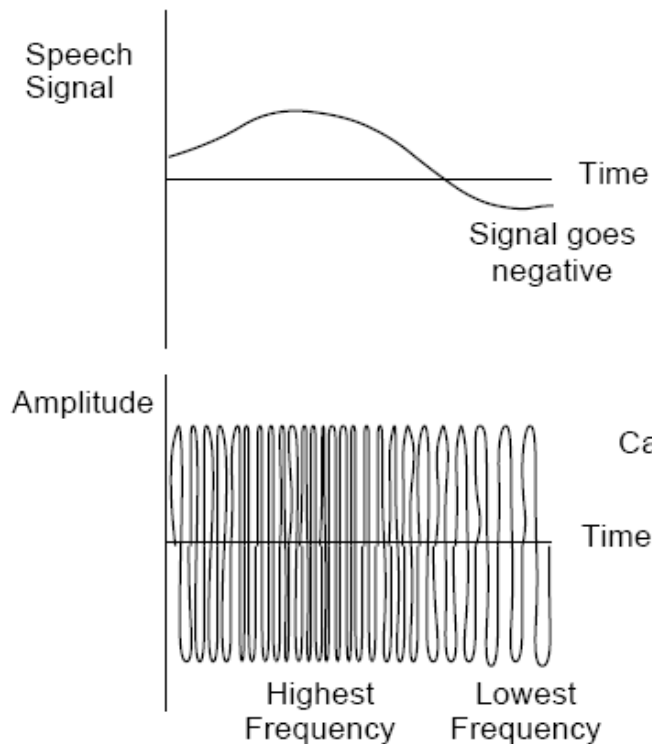
- Phase Modulation (PM)

$$\varphi(t) = k_p m(t)$$



# Frequency Modulation (FM)

## Frequency Modulation (FM)



Noise has a greater effect on amplitude than frequency

Sufficient to detect zero crossings to reconstruct the signal

Easy to eliminate amplitude distortion

Constant envelope, i.e., envelope of carrier wave does not change with changes in modulated signal

This means that more efficient amplifiers can be used, reducing power demands

# Επεξεργασία Σήματος Βασικής Ζώνης

- ◆ Για την τηλεφωνία
  - Φωνητική Ενεργοποίηση
  - Προέμφραση και Αποέμφραση
  - Συμπίεση και Αποσυμπίεση (Comranding)
- ◆ Για την τηλεόραση
  - Προέμφραση και Αποέμφραση

# Φωνητική Ενεργοποίηση

- ◆ Ενεργοποίηση του φέροντος **μόνον όταν** ο συνδρομητής μιλά.
- ◆ Ο συντελεστής ενεργητικότητας στην ομιλία είναι συνήθως 0.25
- ◆ Το κέρδος ισχύος στο δορυφόρο είναι περίπου 4dB και όχι 6dB (λόγω των χρόνων ενεργοποίησης και απενεργοποίησης του φέροντος).
- ◆ Αυτή η τιμή αντιστοιχεί σε συντελεστή 0.4
- ◆ Οι παράμετροι που λαμβάνονται υπόψη είναι
  - Κατώφλι ενεργοποίησης (-30 ως -40dBm0)
  - Χρόνος ενεργοποίησης φέροντος (6 ως 10 msec)
  - Χρόνος απενεργοποίησης φέροντος (150 ως 200 msec)

# Θεωρία FM

- ◆ Στη διαμόρφωση FM “κερδίζουμε” σε Σηματοθορυβικό Λόγο (αύξηση του λόγου S/N στην έξοδο του αποδιαμορφωτή σε σχέση με το λόγο C/N στην είσοδό του).
- ◆ Στη διαμόρφωση FM “χάνουμε” σε εύρος ζώνης και κατά συνέπεια σε φασματική απόδοση.
- ◆ Προκύπτει δηλαδή αντιστάθμιση εύρους ζώνης – ισχύος στη διαμόρφωση FM.
- ◆ Η διαμόρφωση FM χρησιμοποιείται ευρέως στις δορυφορικές επικοινωνίες, όπου η ζεύξη είναι περιορισμένη ως προς την ισχύ και όχι ως προς το εύρος ζώνης.

# Θεωρία FM

- ◆ Στη διαμόρφωση FM η στιγμιαία συχνότητα  $f_i(t)$  μεταβάλλεται γραμμικά με ένα σήμα βασικής ζώνης  $m(t)$ , καλούμενο σήμα πληροφορίας.

- ◆ Θεωρούμε ότι το  $m(t)$  είναι μια κυματομορφή τάσης και

$$f_i(t) = f_c + k_f m(t)$$

όπου  $k_f$  είναι η ευαισθησία συχνότητας του διαμορφωτή σε Hz/Volt.

- ◆ Ολοκληρώνοντας ως προς το χρόνο και πολλαπλασιάζοντας με  $2\pi$

$$\theta_i(t) = 2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$$

# Θεωρία FM

- ♦ Άρα το διαμορφωμένο σήμα

$$s(t) = A_c \cos[\theta_i(t)] = A_c \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau\right]$$

- ♦ Το σήμα είναι μη γραμμική συνάρτηση του σήματος πληροφορίας, δηλαδή η διαμόρφωση FM είναι **μη – γραμμική διαδικασία**.
- ♦ Η ανάλυση συνήθως γίνεται με το απλό σήμα

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

- ♦ Η στιγμιαία συχνότητα του FM σήματος θα είναι

$$f_i(t) = f_c + k_f A_m \cos(2\pi f_m t) = f_c + \Delta f \cos(2\pi f_m t)$$

# Θεωρία FM

- ◆ Η ποσότητα  $\Delta f$  καλείται απόκλιση συχνότητας και αναπαριστά τη μέγιστη απόκλιση της στιγμιαίας συχνότητας του FM σήματος από τη συχνότητα του φέροντος.

$$\Delta f = k_f A_m$$

- ◆ Η απόκλιση συχνότητας είναι ανάλογη του πλάτους του σήματος διαμόρφωσης και όχι της συχνότητας.
- ◆ Η γωνία  $\theta$  είναι

$$\theta_i(t) = 2\pi \int_0^t f_i(\tau) d\tau = 2\pi f_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin(2\pi f_m t)$$

# Θεωρία FM

- ◆ Δείκτης Διαμόρφωσης  $\beta$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$$

- ◆ Αναπαριστά τη μέγιστη απόκλιση της γωνίας  $\theta_i(t)$  από τη γωνία  $(2\pi f_c t)$  του αδιαμόρφωτου φέροντος.

- ◆ Άρα

$$\theta_i(t) = 2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)$$

- ◆ Και το διαμορφωμένο σήμα

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)]$$

- ◆ Ανάλογα με την τιμή του  $\beta$  μπορούμε να διακρίνουμε δύο είδη FM διαμόρφωσης, την **στενής ζώνης ( $\beta < 0.5$ )** και την **ευρείας ζώνης ( $\beta > 0.5$ )**.



# Θεωρία FM

- ◆ Το φάσμα του διαμορφωμένου FM σήματος είναι αρκετά πολύπλοκο.
- ◆ Για τον υπολογισμό του χρησιμοποιούμε τις συναρτήσεις Bessel n-οστής τάξης πρώτου είδους, για τις οποίες γράφουμε

$$\begin{aligned} J_n(\beta) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[j(\beta \sin x - nx)] dx \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(\beta \sin x - nx) dx \end{aligned}$$

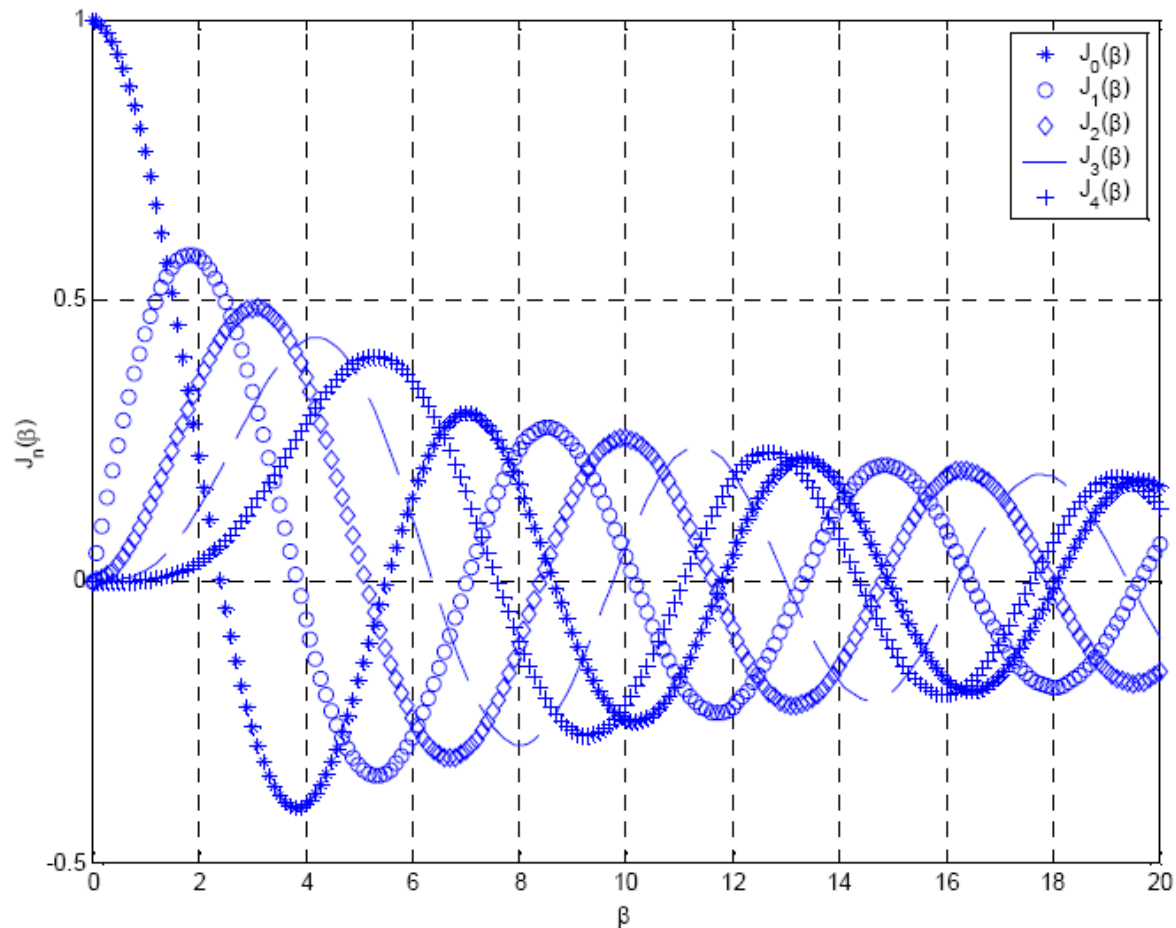
# Θεωρία FM

- ♦ Το διαμορφωμένο σήμα γράφεται

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + nf_m)t] \\ &= A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + nf_m)t] \\ &= A_c J_0(\beta) \cos(2\pi f_c t) + \\ &\quad + A_c \sum_{n=1}^{\infty} J_n(\beta) \left\{ \cos[2\pi(f_c + nf_m)t] + (-1)^n \cos[2\pi(f_c - nf_m)t] \right\} \end{aligned}$$

- ♦ Η εξίσωση θυμίζει ανάπτυξη σε σειρές Fourier
- ♦ Το φάσμα του σήματος προκύπτει με μετασχηματισμό Fourier της παραπάνω εξίσωσης.

# Θεωρία FM



# Θεωρία FM

- ◆ Το φάσμα λοιπόν είναι

$$S(f) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(f - f_c - n f_m) + \delta(f + f_c + n f_m)]$$

- ◆ Δηλαδή περιέχει μια συνιστώσα φέροντος και μια άπειρη ακολουθία από συχνότητες τοποθετημένες συμμετρικά ως προς το φέρον σε αποστάσεις  $f_m, 2f_m, 3f_m, \dots$
- ◆ Άρα **ακόμη και ένα σήμα πληροφορίας με μία μόνο συχνότητα όπως αυτό που χρησιμοποιήσαμε, όταν διαμορφωθεί κατά FM θα καταλαμβάνει άπειρες συχνότητες.**

# Θεωρία FM

- ♦ Το εύρος ζώνης του διαμορφωμένου σήματος στην πράξη περιορίζεται πριν τη μετάδοση.
- ♦ Το απαιτούμενο εύρος ζώνης δίνεται από τον κανόνα του Carson :

$$B = 2f_m(\beta + 1) = 2(\Delta f + f_m)$$

- ♦ Η ενέργεια που βρίσκεται εκτός του εύρους B είναι μικρή και η παραμόρφωση που εισάγεται είναι μικρή.
- ♦ Για σήμα πληροφορίας με μέγιστη συχνότητα  $f_{max}$  ο κανόνας του Carson ισχύει

$$B = 2(\Delta f + f_{max})$$

# Θεωρία FM

- ♦ Ο λόγος C/N για το διαμορφωμένο φέρον υπολογίζεται ως

$$\frac{C}{N} = \frac{A_c^2}{2BN_o}$$

όπου  $B$  το εύρος που καταλαμβάνει το διαμορφωμένο σήμα.

- ♦ Ο λόγος αυτός θεωρείται και στην είσοδο του αποδιαμορφωτή, ώστε να συγκριθεί με το σηματοθορυβικό λόγο S/N στην έξοδο του αποδιαμορφωτή.

# Θεωρία FM Αποδιαμόρφωσης

- ◆ Ένας αποδιαμορφωτής FM παράγει μια τάση της οποίας η τιμή είναι ανάλογη της διαφοράς μεταξύ της στιγμιαίας συχνότητας του εισερχόμενου σήματος και μιας συχνότητας αναφοράς (του φέροντος)

$$\begin{aligned}u(t) &\simeq k_f m(t) + noise = \frac{\Delta f}{A_m} m(t) + noise \\ &= \Delta f \cos(2\pi f_m t) + noise\end{aligned}$$

- ◆ Άρα υπό κανονικές συνθήκες παράγει το σήμα πληροφορίας.
- ◆ Οι συνθήκες αυτές είναι : **C/N > Κατώφλι**

# Θεωρία FM Αποδιαμόρφωσης

- ◆ Το εύρος ζώνης του διαμορφωμένου σήματος είναι πολύ μεγαλύτερο από εκείνο του σήματος πληροφορίας.
- ◆ Άρα το εύρος ζώνης του σήματος εισόδου στον αποδιαμορφωτή FM είναι πολύ μεγαλύτερο από το εύρος του σήματος εξόδου.
- ◆ Άρα προκύπτει μια “συμπίεση” φάσματος (**bandwidth compression**), η οποία συνοδεύεται από μια βελτίωση του σηματοθορυβικού λόγου S/N (**FM improvement**), αν ο λόγος εισόδου C/N είναι μεγαλύτερος από μια τιμή κατωφλίου.



# Θεωρία FM Αποδιαμόρφωσης

- ◆ Για την εξήγηση του φαινομένου απαιτείται μελέτη του θορύβου στη διάταξη του αποδιαμορφωτή FM.
- ◆ Θεωρούμε λοιπόν λευκό Gaussian προσθετικό θόρυβο με μηδενική μέση τιμή και φασματική πυκνότητα ισχύος  $N_0/2$  στην είσοδο του αποδιαμορφωτή FM.

# Θεωρία FM Αποδιαμόρφωσης

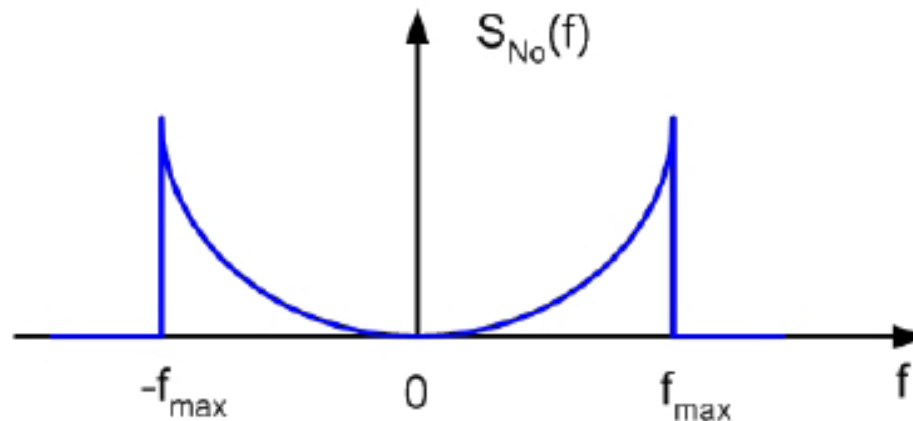
- ◆ Η φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου στην έξοδο του αποδιαμορφωτή δίνεται από τον τύπο

$$S_{N_o}(f) = \begin{cases} \frac{N_o f^2}{A_c^2} & |f| \leq f_{\max} \\ 0 & \text{αλλου} \end{cases}$$

- ◆  $f_{\max}$  το εύρος ζώνης του αποδιαμορφωτή, που ισούται με εκείνο του σήματος πληροφορίας.
- ◆  $A_c$  είναι το πλάτος του φέροντος, που ισούται με το πλάτος του διαμορφωμένου, για το οποίο η rms τιμή είναι  $A_c/\sqrt{2}$ , και η ισχύς είναι  $(A_c)^2/2$ .

# Θεωρία FM Αποδιαμόρφωσης

- ◆ Η φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου στην έξοδο απεικονίζεται στο σχήμα



- ◆ Παρατηρούμε ότι είναι ανάλογη του τετραγώνου της συχνότητας.

# Θεωρία FM Αποδιαμόρφωσης

- ♦ Η μέση ισχύς του θορύβου **εξόδου** υπολογίζεται αν ολοκληρώσουμε τη φασματική πυκνότητα ισχύος στο διάστημα  $-f_{max}$  ως  $f_{max}$ .

$$N = \frac{N_o}{A_c^2} \int_{-f_{max}}^{f_{max}} f^2 df = \frac{2N_o f_{max}^3}{3A_c^2} = \frac{N_o f_{max}^3}{3 \frac{A_c^2}{2}}$$

- ♦ Άρα η μέση ισχύς θορύβου στην έξοδο του αποδιαμορφωτή είναι αντίστροφα ανάλογη της μέσης ισχύος του φέροντος. Άρα **αυξάνοντας την ισχύ του φέροντος μειώνουμε το θόρυβο!!!!**

# Θεωρία FM Αποδιαμόρφωσης

- ♦ Η μέση ισχύς του σήματος εξόδου του αποδιαμορφωτή μπορεί να υπολογιστεί από το συνολικό σήμα εξόδου

$$u(t) \simeq k_f m(t) + noise = \Delta f \cos(2\pi f_m t) + noise$$

- ♦ Η ισχύς του επιθυμητού σήματος είναι

$$k_f^2 P = k_f^2 \frac{A_m^2}{2} = \frac{\Delta f^2}{A_m^2} \frac{A_m^2}{2} = \frac{\Delta f^2}{2} = \Delta f_{rms}^2$$

όπου P η ισχύς του σήματος πληροφορίας (ημιτονοειδές)

# Θεωρία FM Αποδιαμόρφωσης

- ♦ Άρα ο σηματοθυρβικός λόγος στην έξοδο του αποδιαμορφωτή είναι

$$\begin{aligned}\frac{S}{N} &= \frac{\Delta f^2}{2 \frac{2N_o f_{\max}^3}{3A_c^2}} = \frac{3A_c^2 \Delta f^2}{4N_o f_{\max}^3} \\ &= \frac{A_c^2}{2BN_o} \frac{B}{f_{\max}} \frac{3\Delta f^2}{2f_{\max}^2} = \left( \frac{C}{N} \right)_{in} \frac{B}{f_{\max}} \frac{3\Delta f^2}{2f_{\max}^2}\end{aligned}$$

$$(S/N)_{out} = C/N + 10 \log_{10}(B_{RF}/f_{\max}) + 20 \log_{10}(\Delta f_{peak}/f_{\max}) + 1.8 \text{ dB}$$

# Θεωρία FM Αποδιαμόρφωσης

- ◆ Θεωρούμε ότι ο δέκτης έχει ισοδύναμο εύρος ζώνης θορύβου  $B_N$  προσαρμοσμένο στο εύρος  $B$  του διαμορφωμένου σήματος που υπολογίζεται από τον κανόνα του Carson.

$$B = B = 2(\beta + 1) f_{\max} \Rightarrow \frac{B}{2f_{\max}} = (\beta + 1)$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_{\max}}$$

όπου ο δείκτης διαμόρφωσης είναι, δηλαδή θεωρήσαμε ότι το σήμα πληροφορίας δεν είναι ημιτονοειδές αλλά καταλαμβάνει ένα εύρος ζώνης από 0 ως  $f_{\max}$

# Θεωρία FM Αποδιαμόρφωσης

- ♦ Άρα

$$\frac{S}{N} = \left(\frac{C}{N}\right)_{in} \frac{B}{2f_{\max}} \frac{3\Delta f^2}{f_{\max}^2} = 3 \left(\frac{C}{N}\right)_{in} (\beta + 1) \beta^2$$

- ♦ Αν  $\beta \gg 1$

$$\frac{S}{N} \approx \left(\frac{C}{N}\right)_{in} 3\beta^3$$

- ♦ Αν  $\beta \ll 1$

$$\frac{S}{N} \approx \left(\frac{C}{N}\right)_{in} 3\beta^2$$



# Θεωρία FM Αποδιαμόρφωσης

- ♦ Άρα για μεγάλες τιμές του δείκτη διαμόρφωσης  $\beta$  προκύπτει S/N μεγαλύτερος από τον C/N. Δηλαδή αν  $\Delta f > f_{max}$  (το εύρος ζώνης του διαμορφωμένου μεγαλύτερο του εύρους ζώνης του σήματος πληροφορίας) τότε **έχουμε απολαβή διαμόρφωσης (FM improvement)**.
- ♦ Συνεπώς αν σε μια ζεύξη έχουμε μικρή τιμή του λόγου C/N μπορούμε να αυξήσουμε το εύρος ζώνης που θα καταλάβει το διαμορφωμένο, ώστε να προκύψει μεγάλος λόγος S/N.
- ♦ Δηλαδή **ανταλλάσσουμε εύρος ζώνης με ισχύ**.
- ♦ Για το λόγο αυτό είναι επιθυμητή η χρήση FM διαμόρφωσης στις δορυφορικές επικοινωνίες.

# Θεωρία FM Αποδιαμόρφωσης

- ◆ Προσοχή : Το όλο κέρδος προκύπτει μόνον όταν ο λόγος  $C/N >$  κατώφλι.
- ◆ Συνήθως το κατώφλι αυτό είναι τα 10dB.
- ◆ Υπάρχουν και βελτιωμένοι αποδιαμορφωτές με κατώφλι 6dB.

# Τεχνικές για Τηλεφωνική Μετάδοση FM

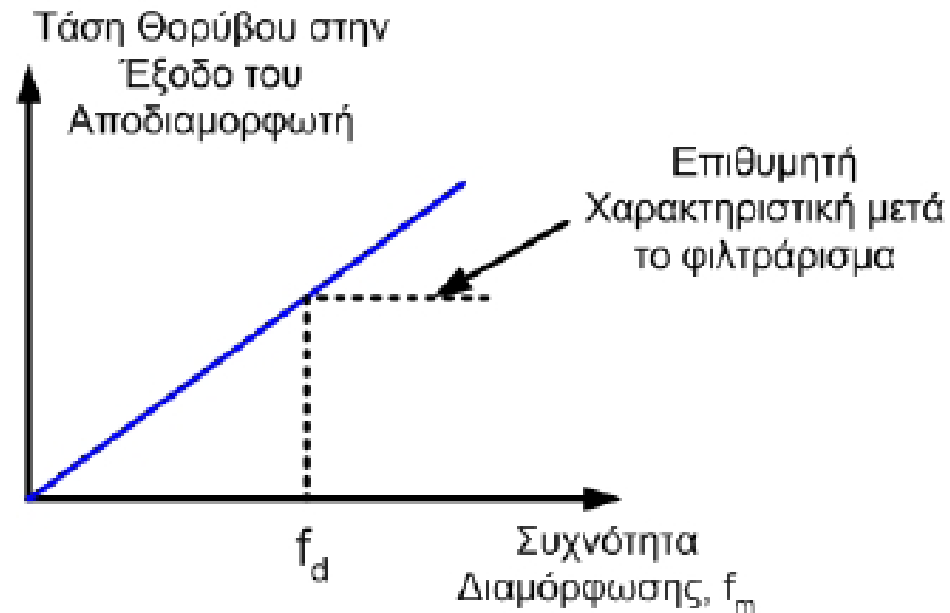
- ◆ Οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται στην αναλογική μετάδοση τηλεφωνικών σημάτων με διαμόρφωση FM είναι οι εξής
  - Ψοφομετρική αντιστάθμιση
  - Προέμφαση και αποέμφαση
  - Συμπίεση και αποσυμπίεση (companding)
  - Πολυπλεξία με διαίρεση συχνότητας

# Ψοφομετρική Αντιστάθμιση

- ◆ Ο συντελεστής ψοφομετρικής αντιστάθμισης  $w$  είναι ίσος με **1.78 (2.5dB)** και είναι πολλαπλασιαστικός (προσθετικός σε dB) στο σηματοθορυβικό λόγο S/N.
- ◆ Το κέρδος που προκύπτει οφείλεται στην χαρακτηριστική της απόκρισης του ανθρώπινου αυτιού στο θόρυβο. Δηλαδή επειδή η απόκριση δεν είναι επίπεδη, αλλά είναι επιλεκτική ως προς τη συχνότητα, η εφαρμογή ενός ψοφομετρικού φίλτρου στο σύστημα έχει σαν αποτέλεσμα τον περιορισμό του θορύβου ως προς την ισχύ του ωφέλιμου σήματος.

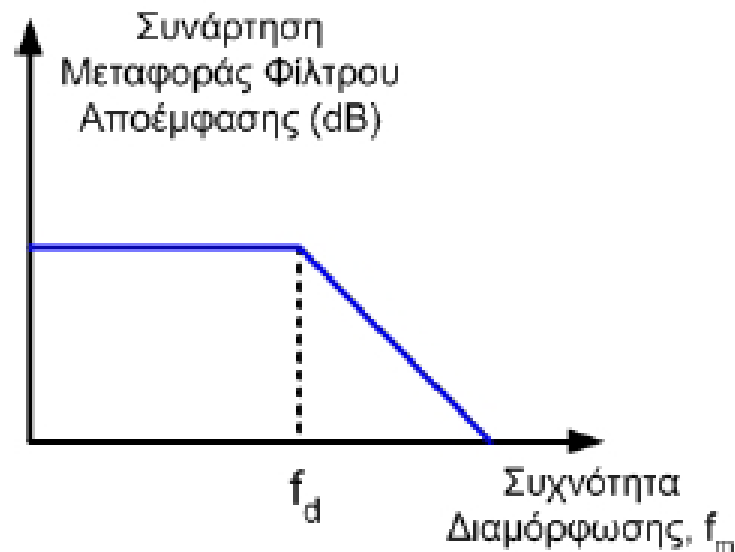
# Προέμφαση & Αποέμφαση

- ♦ Η απόκριση ενός αποδιαμορφωτή FM στο θόρυβο είναι τέτοια ώστε ο θόρυβος στις υψηλές συχνότητες λειτουργίας να έχει μεγαλύτερο πλάτος απ'ό,τι ο θόρυβος στις χαμηλές συχνότητες.



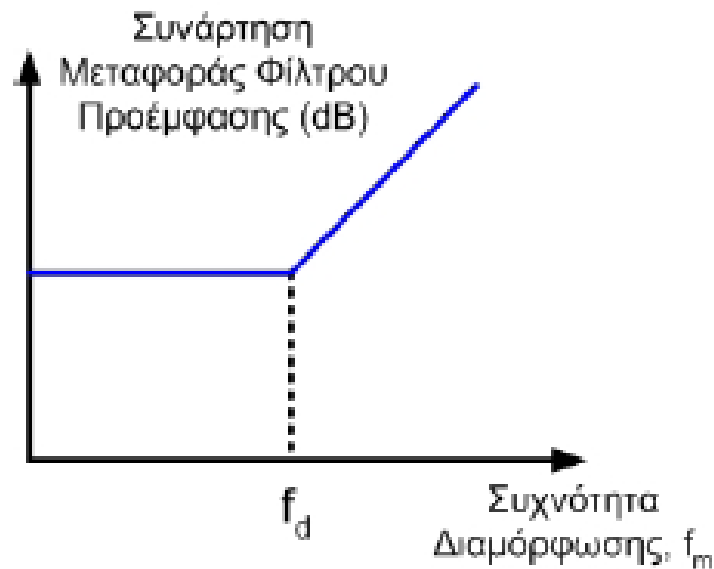
# Προέμφαση & Αποέμφαση

- ♦ Ο αυξανόμενος θόρυβος στην έξοδο του αποδιαμορφωτή πάνω από μια συχνότητα  $f_d$ , μπορεί να καταπιεστεί αν εφαρμόσουμε ένα **φίλτρο αποέμφασης** με την χαρακτηριστική του παρακάτω σχήματος, στην **έξοδο του αποδιαμορφωτή**.

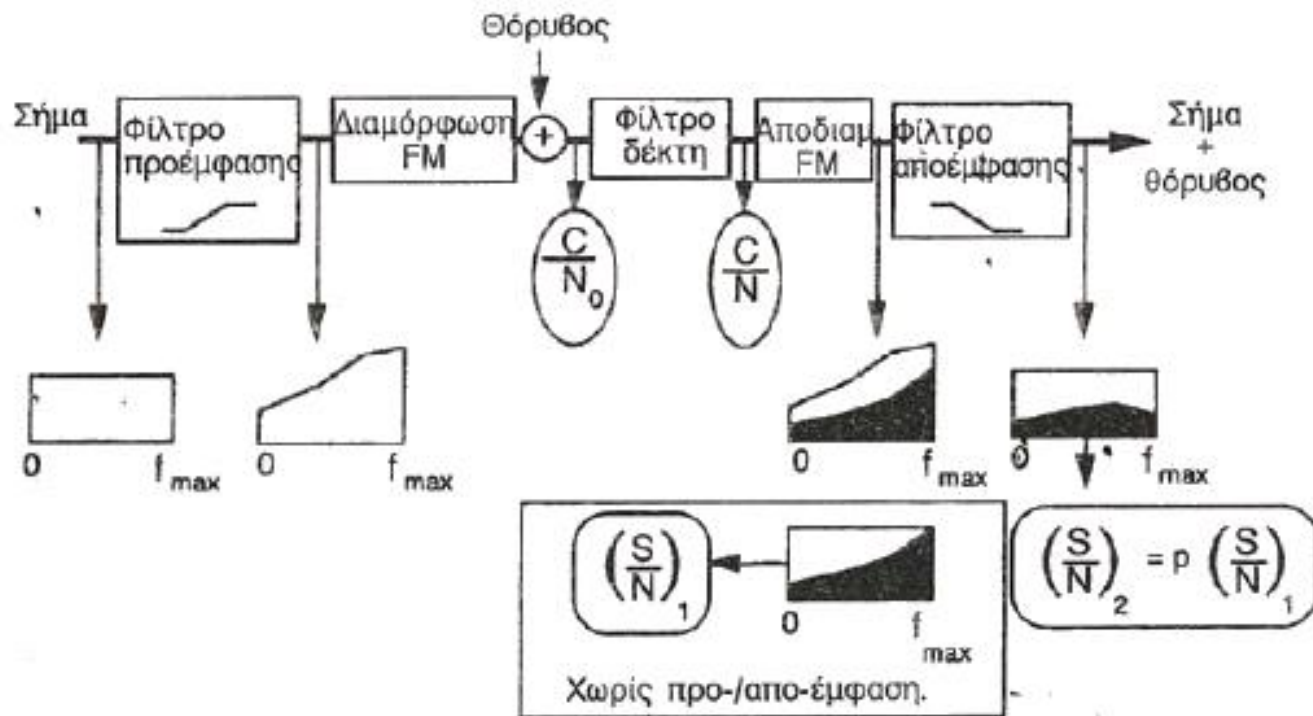


# Προέμφαση & Αποέμφαση

- ◆ Όμως το φίλτρο αποέμφασης θα περιορίσει και τις συνιστώσες υψηλών συχνοτήτων του επιθυμητού σήματος. Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό εφαρμόζουμε ένα φίλτρο προέμφασης στην είσοδο του διαμορφωτή στον πομπό!!!



# Προέμφαση & Αποέμφαση



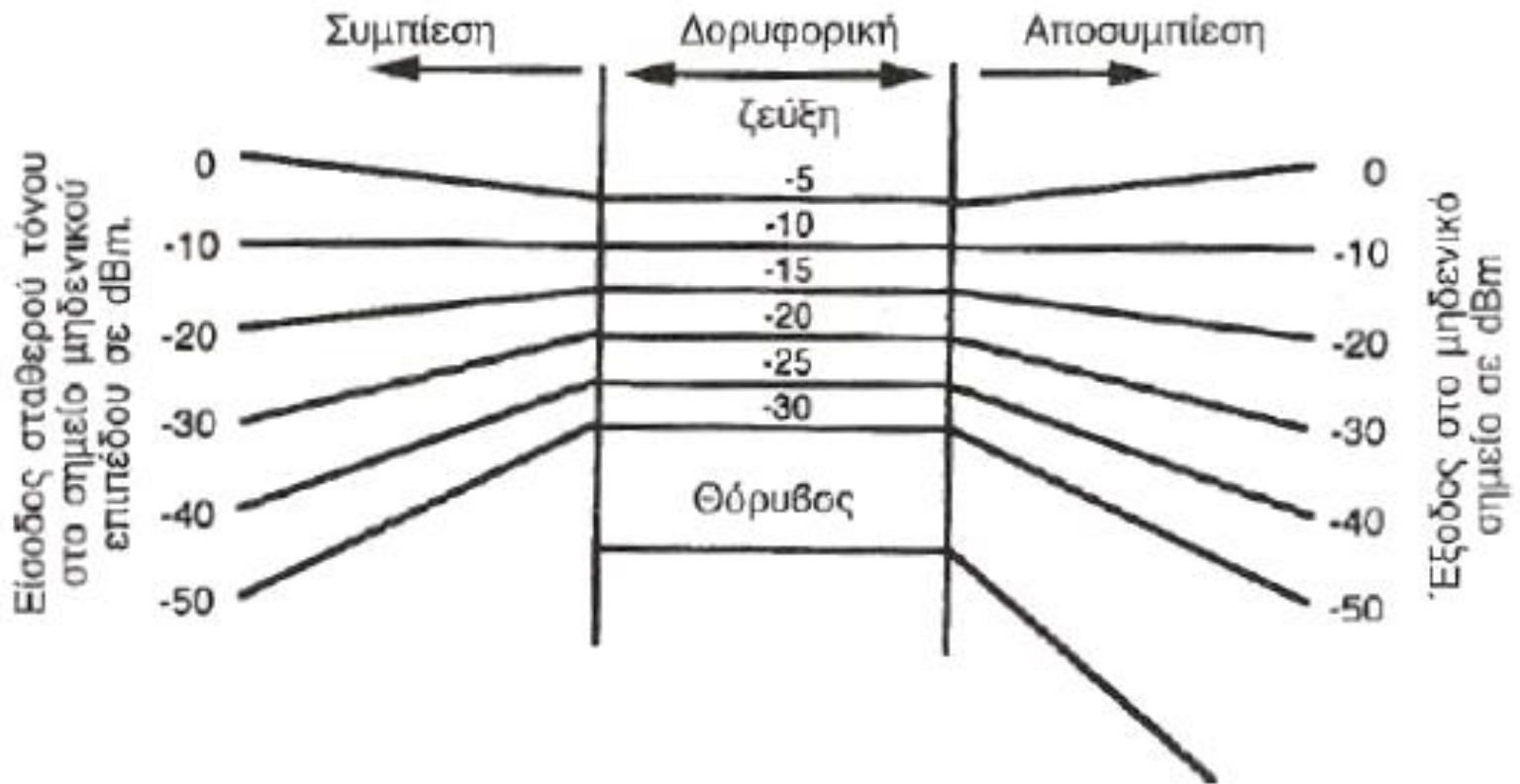
Το κέρδος είναι περίπου 2.5 (4dB) και είναι πολλαπλασιαστικό (προσθετικό σε dB) για το λόγο S/N.



# Συμπίεση & Αποσυμπίεση (Comranding)

- ◆ Επιτυγχάνεται βελτίωση του λόγου S/N στην έξοδο του αποδιαμορφωτή αν ελαττώσουμε τη δυναμική περιοχή του σήματος πριν τη διαμόρφωση (συμπίεση) και εκτελέσουμε την αντίστροφη διαδικασία μετά την αποδιαμόρφωση.
- ◆ Η βελτίωση στο σηματοθορυβικό λόγο S/N είναι της τάξης των 15dB.
- ◆ Η αρχή της συμπίεσης φαίνεται στο επόμενο σχήμα.
- ◆ Η συμπίεση ελαττώνει στο ήμισυ τη δυναμική περιοχή.

# Συμπίεση & Αποσυμπίεση (Comranding)



# SCPC/FM για Τηλεφωνικό Κανάλι

- ♦ Στην περίπτωση αυτή έχουμε ένα τηλεφωνικό κανάλι που διαμορφώνει το φέρον και  $f_{max}=3.4\text{KHz}$ .
- ♦ Ισχύει

$$\frac{S}{N} = \left( \frac{C}{N_o} \right)_T \frac{\Delta f^2}{2} \frac{3}{f_{max}^3} P_w = \left( \frac{C}{N_o} \right)_T \Delta f_{rms}^2 \frac{3}{f_{max}^3} P_w$$

- ♦ Για την αξιολόγηση μιας ζεύξης χρησιμοποιείται η rms απόκλιση συχνότητας  $\Delta f_{rms}$ , η οποία τίθεται ίση με την απόκλιση συχνότητας ενός φέροντος στην έξοδο ενός διαμορφωτή, που θα προκαλούσε ένας τόνος 1-KHz ισχύος 0dBm στην είσοδό του. Αυτός ο τόνος ονομάζεται και **τόνος ελέγχου**.

# SCPC/FM για Τηλεφωνικό Κανάλι

- ♦ Για τον υπολογισμό του απαιτούμενου εύρους ζώνης του δέκτη ισχύει

$$B_N = B = 2(\Delta f_p + f_{\max}) \quad (Hz)$$

όπου  $\Delta f_p$  είναι η μέγιστη απόκλιση συχνότητας και η οποία υπολογίζεται από την rms απόκλιση συχνότητας, τον παράγοντα φορτίου  $l$ , και τον συντελεστή  $g$ , ως εξής

$$\Delta f_p = lg \Delta f_{rms}$$

- ♦ Ο συντελεστής  $g$  είναι συνάρτηση του επιτρεπού ορίου ψαλιδισμού και θεωρούμε  $g=12.6$ .

# SCPC/FM για Τηλεφωνικό Κανάλι

- ♦ Ο παράγοντας φορτίου  $l$ , είναι ο λόγος των rms τιμών του πλάτους του ενεργού σήματος ομιλίας και του τόνου ελέγχου.
- ♦ Επειδή η ισχύς του σήματος ομιλίας είναι

$$P_m = P_a + 0.115\sigma^2 + 10 \log \tau \quad (dBm0)$$

$$P_a = -12.9dBm0 \quad \sigma = 5.8dB \quad \tau = 0.25$$

και επειδή θέλουμε ενεργό σήμα ομιλίας,  $\tau=1$

- ♦ Ο παράγοντας φορτίου είναι

$$l = 10^{(P_a + 0.115\sigma^2)/20} = 0.35 \quad \text{χωρίς συμπίεση}$$

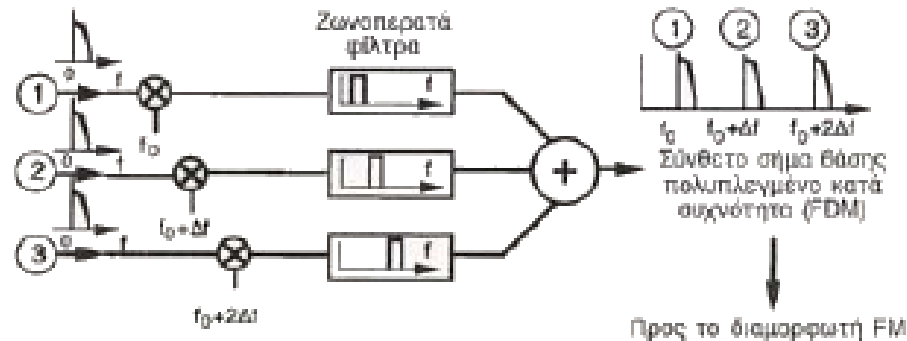
$$l = 10^{(P_a/2 + 0.115(\sigma/2)^2)/20} = 0.53 \quad \text{με συμπίεση}$$

# SCPC/FM για Τηλεφωνικό Κανάλι

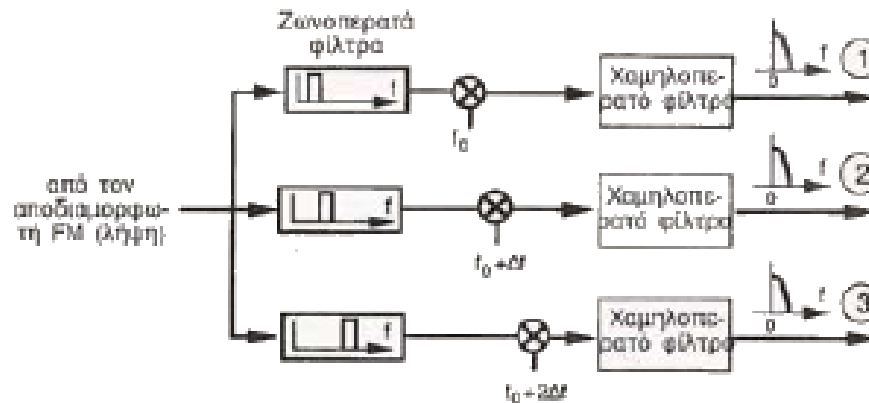
- ◆ Στην περίπτωση αυτή θεωρούμε ότι ο συντελεστής βελτίωσης λόγω προέμφασης και αποέμφασης  $p$  είναι 6.3dB, και συμπίεσης (αν υπάρχει) 15dB.
- ◆ Επιπλέον ο ψοφομετρικός συντελεστής αντιστάθμισης  $w$  είναι 2.5dB.

# Πολυπλεξία με Διαίρεση Συχνότητας (FDM)

Πολύπλεξη συχνότητας (εκπομπή) (Πλευρά Tx)



Αποπολύπλεξη (πλευρά Rx)



# Πολυπλεξία Τηλεφωνικών Διαύλων FDM

Αριθμός Καναλιών, n	$f_{\max}$ KHz	Αριθμός Καναλιών, n	$f_{\max}$ KHz
12	60	372	1548
24	108	432	1796
36	156	492	2044
48	204	552	2292
60	252	612	2540
72	300	792	3284
96	408	972	4028
132	552	1092	4892
192	804	1200	5340
252	1052	1332	5884
312	1300	1872	8120



# Πολυπλεξία Τηλεφωνικών Διαύλων FDM

- ◆ Τα τηλεφωνικά κανάλια του πολυπλεγμένου σήματος είναι ασυσχέτιστα.
- ◆ Όταν  $n > 240$  το πολυπλεγμένο σήμα θεωρείται λευκός θόρυβος με κατανομή Gauss.
- ◆ Η μέση ισχύς  $S_m$  είναι το γινόμενο του  $n$  με τη μέση ισχύ ανά κανάλι ( $P_m = -15 \text{ dBm0}$ ).
- ◆ Άρα

$$S_m \text{ (dB)} = -15 + 10 \log n \text{ (dBm0)} \quad \text{για } n > 240$$

$$S_m \text{ (dB)} = -1 + 4 \log n \text{ (dBm0)} \quad \text{για } n < 240$$

# Πολυπλεξία Τηλεφωνικών Διαύλων FDM

- ◆ Ο χειρότερος S/N είναι του ανώτερου τηλεφωνικού καναλιού στο πολυπλεγμένο σήμα

- ◆ Ισχύει

$$\frac{S}{N} = \left( \frac{C}{N_o} \right)_T \frac{\Delta f_{rms}^2}{f_{max}^2} \frac{1}{b} p w$$

όπου  $b$  το εύρος του τηλεφωνικού διαύλου,  $b=3.1\text{KHz}$ .

- ◆ Στην περίπτωση αυτή θεωρούμε ότι ο συντελεστής βελτίωσης λόγω προέμφασης και αποέμφασης  $p$  είναι 4dB, και συμπίεσης (αν υπάρχει) 17dB.
- ◆ Επιπλέον ο ψοφομετρικός συντελεστής αντιστάθμισης  $w$  είναι 2.5dB.

# Πολυπλεξία Τηλεφωνικών Διαύλων FDM

- ♦ Για τον υπολογισμό του απαιτούμενου εύρους ζώνης του δέκτη ισχύει

$$B_N = B = 2(\Delta f_p + f_{\max}) \quad (Hz)$$

- ♦ όπου  $\Delta f_p$  είναι η μέγιστη απόκλιση συχνότητας και η οποία υπολογίζεται από την rms απόκλιση συχνότητας, τον παράγοντα φορτίου  $l$ , και τον συντελεστή  $g$ , ως εξής

$$\Delta f_p = lg \Delta f_{rms}$$

- ♦ όπου  $g = 3.16 = 5dB$

# Πολυπλεξία Τηλεφωνικών Διαύλων FDM

- ♦ Η rms απόκλιση συχνότητας που θα προκαλούσε ένα πολυπλεγμένο τηλεφωνικό σήμα υπολογίζεται με βάση τον παράγοντα φορτίου  $l$ , δηλαδή

$$20 \log l = S_m \text{ (dB)}$$

$$l = 10^{(-15+10 \log n)/20} \quad \text{για } n > 240 \quad \text{χωρίς συμπίεση}$$

$$l = 10^{(-1+4 \log n)/20} \quad \text{για } n < 240$$

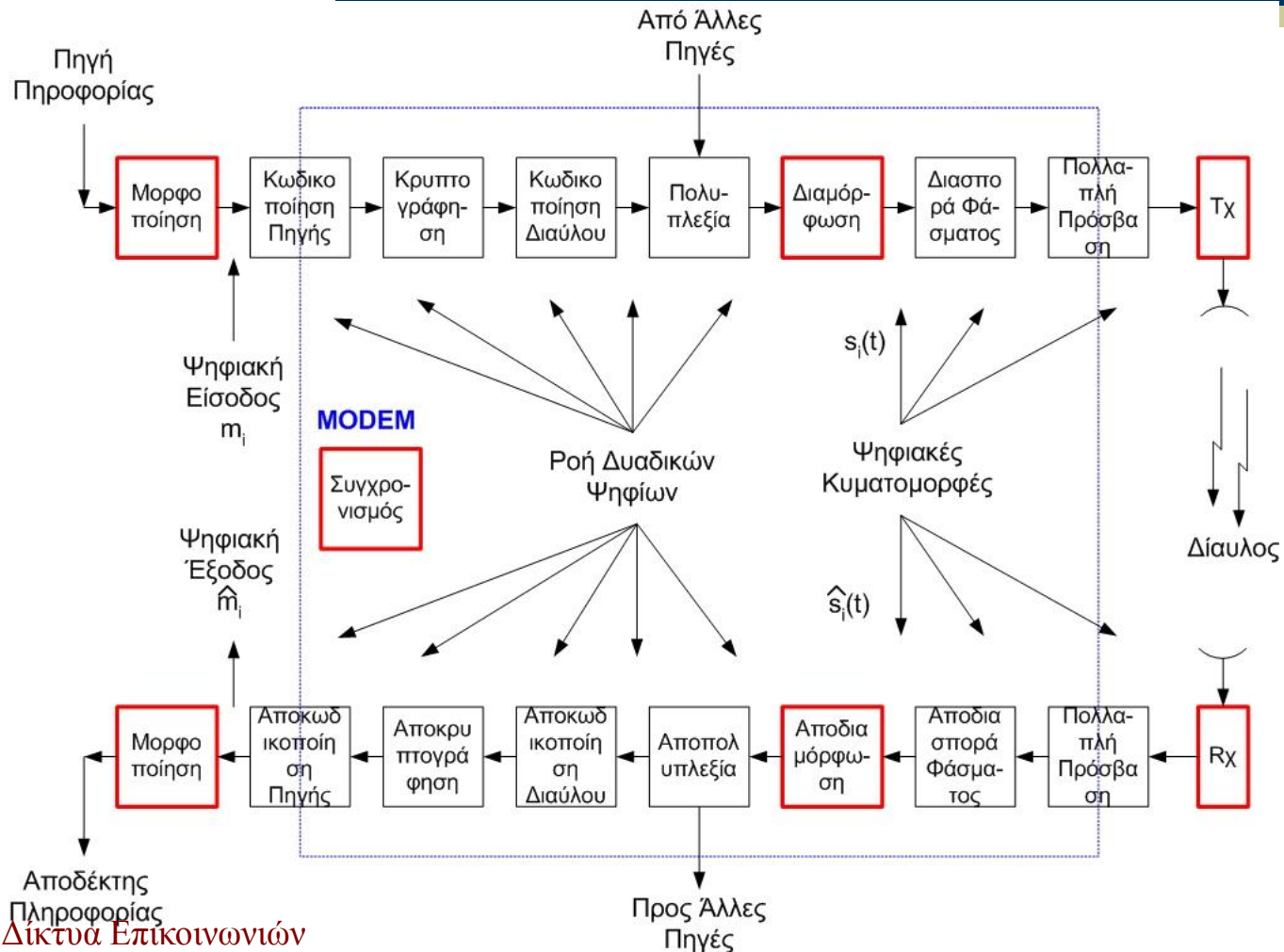
$$l = 10^{(-11.2+10 \log n)/20} \quad \text{για } n > 240 \quad \text{με συμπίεση}$$

$$l = 10^{(2.8+4 \log n)/20} \quad \text{για } n < 240$$

# Κριτήρια Επίδοσης

- ◆ Στα αναλογικά συστήματα επικοινωνιών επειδή οι κυματομορφές που μπορεί να λάβει ο δέκτης είναι ουσιαστικά άπειρες, το κριτήριο επίδοσης είναι ένα κριτήριο ευκρίνειας (όπως είναι ο σηματοθορυβικός λόγος, SNR, η ποσοστιαία παραμόρφωση, ή το αναμενόμενο μέσο τετραγωνικό σφάλμα μεταξύ εκπεμπόμενων και λαμβανομένων κυματομορφών).
- ◆ Στα ψηφιακά συστήματα τα μεταδιδόμενα σήματα είναι από ένα πεπερασμένο σύνολο, ή αλφάβητο, το οποίο είναι εκ των προτέρων γνωστό στο δέκτη. Το κριτήριο επίδοσης είναι η πιθανότητα λανθασμένης ανάκτησης ενός ψηφίου, ή η πιθανότητα σφάλματος.

# Μοντέλο Ψηφιακών Επικοινωνιών



# Μοντέλο Ψηφιακών Επικοινωνιών

- ◆ Το περίγραμμα οριοθετεί τις λειτουργίες ενός modem (modulator/demodulator).
- ◆ Τα πλαίσια που είναι πάνω στο περίγραμμα μπορεί να ανήκουν ή όχι στο modem.
- ◆ Οι λειτουργίες με κόκκινο πλαίσιο είναι απαραίτητες λειτουργίες σε ένα Ψηφιακό Σύστημα Επικοινωνιών.
- ◆ Η **μορφοποίηση** μετασχηματίζει την πληροφορία της πηγής σε ψηφιακά σύμβολα.
- ◆ Η **διαμόρφωση** μετασχηματίζει τη ροή των δυαδικών ψηφίων σε ψηφιακές κυματομορφές.

# Μοντέλο Ψηφιακών Επικοινωνιών

- ◆ Τα σήματα πληροφορίας όπως παράγονται από τις πηγές περιέχουν συνήθως περιττές επαναλήψεις (πλεονασμούς).
- ◆ Η **κωδικοποίηση πηγής** (source encoding/data compression) απαιτείται ώστε να αναπαραστήσουμε το σήμα πληροφορίας με όσο το δυνατόν λιγότερα δυαδικά ψηφία (bits) αφαιρώντας πιθανούς πλεονασμούς.
- ◆ Η έξοδος του κωδικοποιητή αποκαλείται συνήθως *ακολουθία πληροφορίας (information sequence)*.



# Μοντέλο Ψηφιακών Επικοινωνιών

- ◆ Ακολουθεί **κρυπτογράφηση**, δηλαδή κατάλληλος μετασχηματισμός της ακολουθίας πληροφορίας ώστε να εξασφαλιστεί το ιδιωτικό και το ασφαλές της μετάδοσης.
- ◆ Λόγω της παραμόρφωσης που εισάγει ο διάυλος είναι επιθυμητές κάποιες τεχνικές που θα αυξήσουν την αξιοπιστία και την ποιότητα της επικοινωνίας.
- ◆ Οι τεχνικές αυτές ονομάζονται **κωδικοποίηση διαύλου** και η βασική λειτουργία είναι η προσθήκη στον πομπό, ελεγχόμενου πλεονασμού στην ακολουθία της πληροφορίας, που χρησιμοποιείται στο δέκτη για την όσο το δυνατόν χωρίς σφάλματα ανάκτηση της αρχικής πληροφορίας.

# Μοντέλο Ψηφιακών Επικοινωνιών

- ◆ Πολυπλεξία / Τεχνικές Πολλαπλής πρόσβασης : Παρέχουν τον τρόπο του διαμοιρασμού του μέσου μετάδοσης.
- ◆ Η **πολυπλεξία** λαμβάνει χώρα σε κάποιο σημείο του δικτύου (συνήθως μέσα σε ένα κύκλωμα) και σκοπός είναι η χρήση ενός κοινού μέσου από πολλούς χρήστες, ή υπηρεσίες.
- ◆ Η **πολλαπλή πρόσβαση** λαμβάνει χώρα αποκεντρωμένα σε κάθε χρήστη που πιθανώς ζητά πρόσβαση σε ένα δίαυλο. Είναι συνήθως προσαρμοστική τεχνική.

# Μοντέλο Ψηφιακών Επικοινωνιών

- ◆ Η ψηφιακή διαμόρφωση αντιστοιχεί τα δυαδικά ψηφία της ακολουθίας πληροφορίας σε κυματομορφές σήματος, δηλαδή σε σήματα συνεχούς χρόνου με συγκεκριμένη δομή.
- ◆ Οι αντίστροφες διαδικασίες εκτελούνται στο δέκτη.
- ◆ Συνήθως ο δείκτης ποιότητας του ψηφιακού συστήματος είναι η συχνότητα των σφαλμάτων που συμβαίνουν στην έξοδο του αποκωδικοποιητή.
- ◆ Μετράται με την πιθανότητα εσφαλμένων δυαδικών ψηφίων, η οποία εξαρτάται από όλες τις τεχνικές που χρησιμοποιούνται σε πομπό και δέκτη καθώς και από τις συνθήκες διάδοσης στο δίαυλο.

# Χωρητικότητα Διαύλου

- ◆ Μέγιστη χωρητικότητα υπό μορφή ρυθμού μετάδοσης  $C$  (bits/sec), ενός διαύλου ιδανικού χωρίς σκιάσεις, διαλείψεις ή ISI με περιορισμένο εύρος ζώνης  $B$  (Hz) και υπό συνθήκες AWGN:

$$C = B \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{S}{B \cdot N_o} \right) = B \cdot \log_2 (1 + SNR)$$

- ◆ Για δεδομένο ρυθμό πληροφορίας  $R$ :
  - Αν  $R < C$ , αξιόπιστη μετάδοση χωρίς σφάλματα με κατάλληλη κωδικοποίηση
  - Αν  $R > C$ , μη αξιόπιστη μετάδοση ασχέτως της κωδικοποίησης στον πομπό ή δέκτη

# Χωρητικότητα Διαύλου

## ◆ Παράδειγμα:

- Αν θέλουμε να αποστείλουμε δεδομένα με ρυθμό 9kbps και έχουμε διάυλο 3kHz:

$$R < B \cdot \log_2(1 + SNR) \Rightarrow \frac{R}{B} < \log_2(1 + SNR) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{R}{B}} < (1 + SNR) \Rightarrow SNR > 2^{\frac{R}{B}} - 1 \cong 7$$

- Για διάυλο 9kHz θα απαιτούνταν SNR=1.

# Χωρητικότητα Διαύλου

- ♦ Ισχύει:

$$E_b = S \cdot T_b = S \cdot \frac{1}{R_b} \Rightarrow S = E_b \cdot R_b$$

όπου  $E_b$  η ενέργεια ανά bit και  $R_b$  ο ρυθμός πληροφορίας bit

$$R < B \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{E_b \cdot R_b}{N_o \cdot B} \right) \Rightarrow \frac{E_b}{N_o} > \frac{B}{R_b} \cdot \left( 2^{\frac{R}{B}} - 1 \right)$$

όπου  $R_b/B$  είναι η φασματική απόδοση  $\eta$  (bits/sec/Hz)

# Χωρητικότητα Διαύλου

- ♦ Η μέγιστη φασματική απόδοση  $\eta_{max}$  είναι

$$\eta_{max} = \log_2 \left( 1 + \frac{E_b \cdot R_b}{N_o \cdot B} \right) \Rightarrow \frac{E_b}{N_o} \geq \frac{(2^{\eta_{max}} - 1)}{\eta_{max}}$$

- ♦ και για άπειρο εύρος ζώνης

$$\frac{E_b}{N_o} \geq \lim_{\eta_{max} \rightarrow 0} \frac{(2^{\eta_{max}} - 1)}{\eta_{max}} = \ln 2 = 0.693 = -1.59dB$$

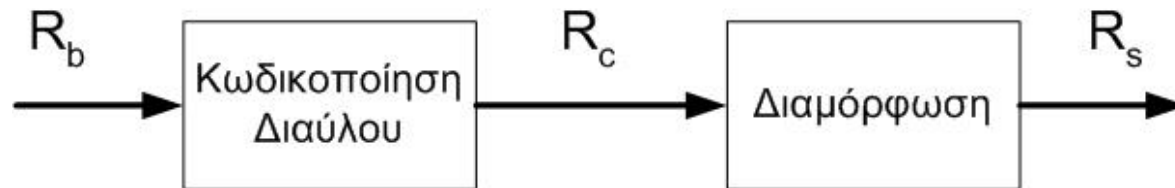
- ♦ Το θεωρητικό όριο της χωρητικότητας του διαύλου.

# Αποκωδικοποίηση και Αποσφαλμάτωση

- ◆ Ο αποκωδικοποιητής χρησιμοποιεί την πλεονάζουσα πληροφορία που εισάγεται στον κωδικοποιητή, για την ανίχνευση και διόρθωση σφαλμάτων.
- ◆ Υπάρχουν δύο τεχνικές που χρησιμοποιούνται ανεξάρτητα ή ταυτόχρονα
  - **Forward Error Correction (FEC)**. Διόρθωση σφαλμάτων χωρίς ανάδραση στον πομπό. Δεν υπάρχει επιπλέον καθυστέρηση παρά μόνο ο χρόνος επεξεργασίας.
  - **Automatic Repeat Request (ARQ)**. Ανίχνευση σφαλμάτων με χρήση ανάδρασης. Απαιτείται δηλαδή κανάλι επιστροφής στον πομπό. Επιπλέον εισάγεται μια μεταβλητή καθυστέρηση μετάδοσης.



# Διευκρίνιση στους Ρυθμούς



$$R_c = \frac{R_b}{\rho} \quad (\rho : \text{coding rate})$$

$$R_s = \frac{R_c}{k} = \frac{R_c}{\log_2 M} \quad (\text{bauds or symbols / sec})$$

$$\Rightarrow R_c = R_s \log_2 M \Rightarrow R_b = \rho R_s \log_2 M = R_{eff} R_s$$

# Διευκρίνιση στους Ρυθμούς

$$\frac{C}{N_o} = \frac{E_s R_s}{N_o} = \frac{k E_c \frac{R_c}{k}}{N_o} = \frac{E_c}{N_o} R_c$$

where ( $k = \log_2 M$ )

$$\frac{C}{N} = \frac{C}{N_o B} = \frac{E_c}{N_o} \frac{R_c}{B} = \frac{E_c}{N_o} \Gamma = \frac{E_b}{N_o} \Gamma \rho$$

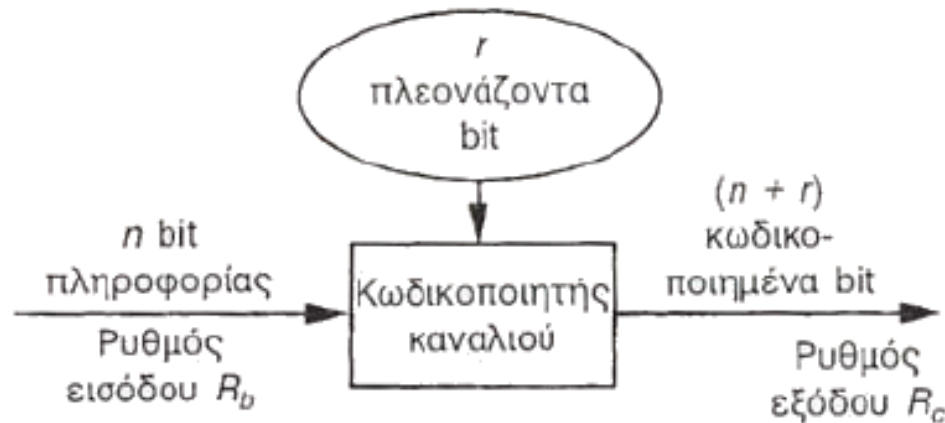
where ( $\Gamma$  : Bandwidth Efficiency in bits/sec/Hz)

$$\frac{C}{N_o} (dBHz) = 10 \log_{10} \left( \frac{E_c}{N_o} \right) + 10 \log_{10} (R_c)$$

$$\frac{C}{N} (dB) = 10 \log_{10} \left( \frac{E_c}{N_o} \right) + 10 \log_{10} (R_c) - 10 \log_{10} (B)$$

# Κωδικοποίηση Διαύλου (FEC)

- ◆ Εισαγωγή στον πομπό πλεονάζοντων bit στα bit πληροφορίας που θα χρησιμοποιηθούν στο δέκτη για την ανίχνευση και διόρθωση σφαλμάτων.

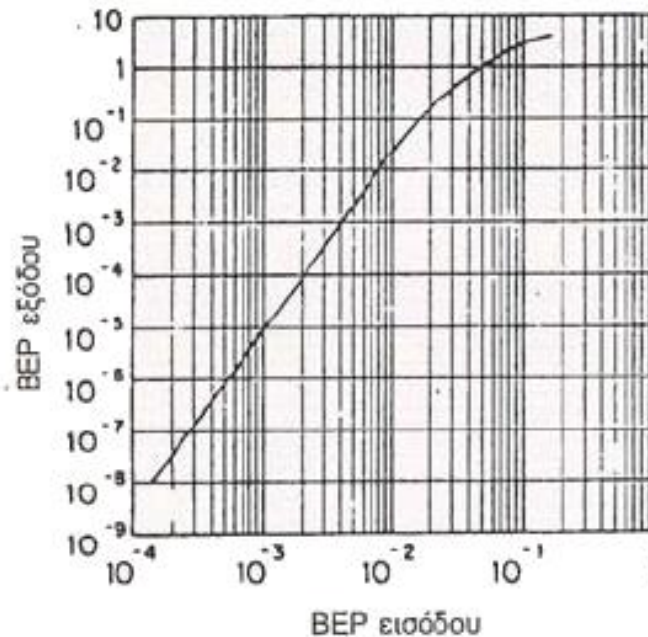


$$\text{Ρυθμός κωδικοποίησης} = \rho = \frac{n}{n+r}$$

# Κωδικοποίηση Διαύλου (FEC)

- ◆ Υπάρχουν 2 βασικοί τύποι κωδικοποίησης
  - **Κωδικοποίηση Τμήματος (Block Coding)** – ο κωδικοποιητής συσχετίζει  $r$  πλεονάζοντα bits με κάθε τμήμα  $n$  bits πληροφορίας. Κάθε τμήμα κωδικοποιείται ανεξάρτητα από τα άλλα.
  - **Συνελικτική Κωδικοποίηση (Convolutional Coding)** – παράγονται  $(n+r)$  bits από τα  $(N-1)$  προηγούμενα πακέτα των  $n$  bits πληροφορίας.

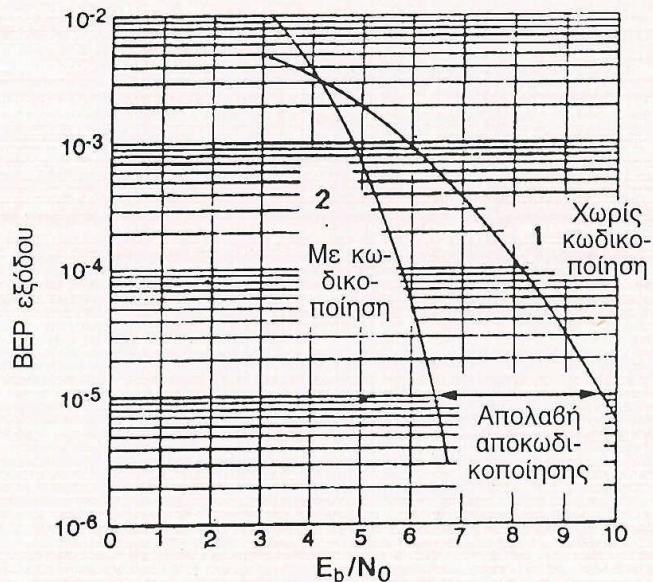
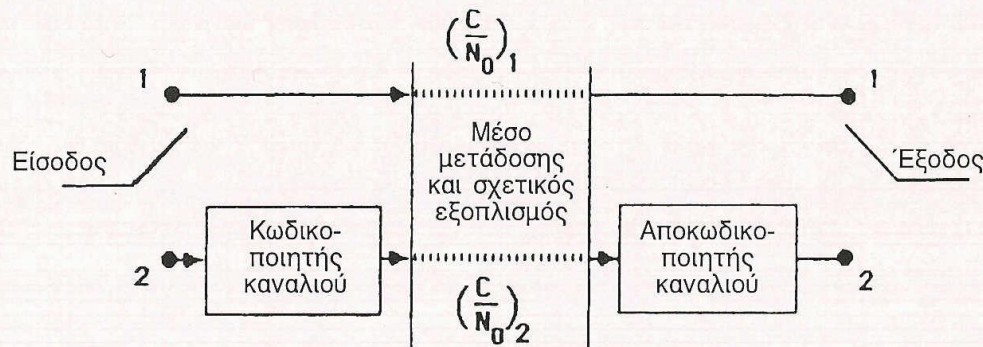
# Αποκωδικοποίηση Διαύλου (FEC)



# Αποκωδικοποίηση Διαύλου (FEC)

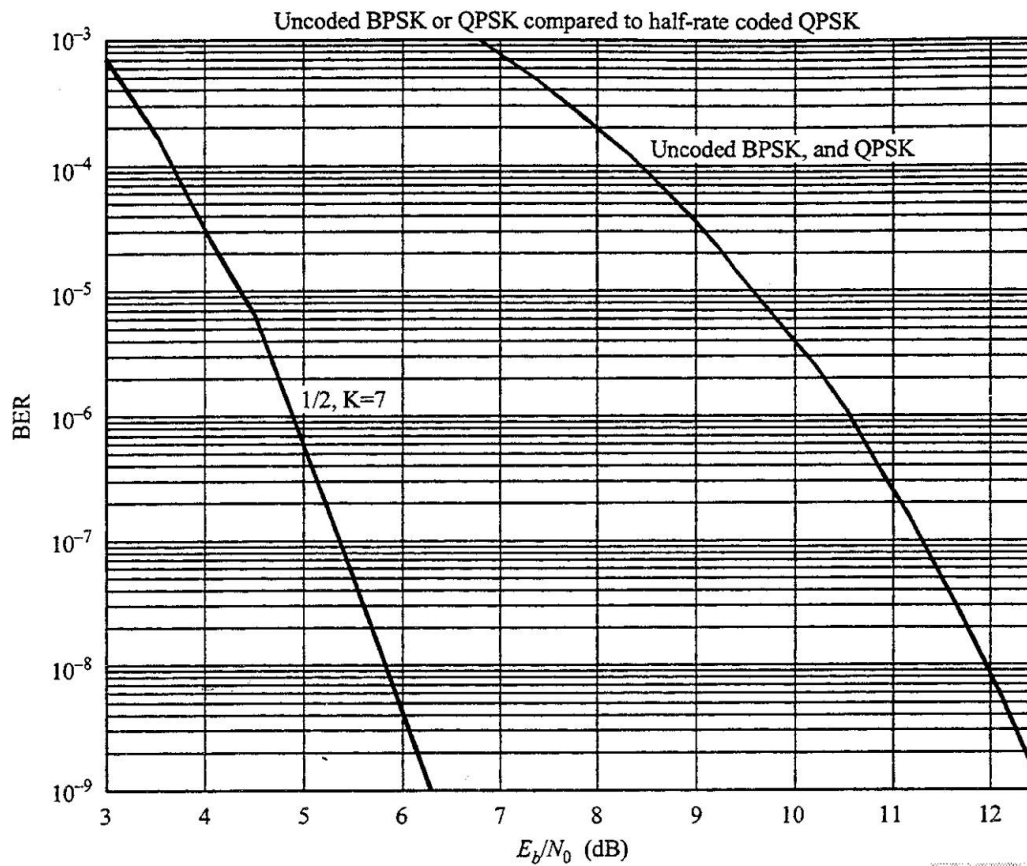
- ◆ Η χρήση FEC στο σύστημα βελτιώνει την ποιότητα της ψηφιακής μετάδοσης και η βελτίωση αυτή μπορεί να γίνει αντιληπτή με δύο τρόπους
  - Μείωση του BER
  - Κέρδος στο  $E_b/N_0$  ή στο  $C/N_0$
- ◆ Το κέρδος στο σηματοθορυβικό λόγο  $E_b/N_0$  καλείται **κέρδος κωδικοποίησης** και είναι η διαφορά στο λόγο σε dB σε σχέση με το σύστημα αναφοράς, δηλαδή χωρίς κωδικοποίηση.

# Αποκωδικοποίηση Διαύλου (FEC)



$$\Delta G (dB) = \left( \frac{E_b}{N_o} \right)_{ref} - \left( \frac{E_b}{N_o} \right)_{coding}$$

# Αποκωδικοποίηση Διαύλου (FEC)



$$\Delta G = 5.2dB (BER = 10^{-5})$$

$$\Delta G = 6dB (BER = 10^{-7})$$

Sat/C3-10



# Αποκωδικοποίηση Διαύλου (FEC)

- ♦ Γενικά ένα κέρδος κωδικοποίησης στο  $E_b/N_o$  μεταφράζεται άμεσα σε κέρδος στο  $C/N$ .
- ♦ Το κέρδος όμως στο  $C/N$  εξαρτάται άμεσα από το εύρος ζώνης ή καλύτερα από την επέκταση στο φάσμα λόγω του ρυθμού  $\rho$ .
- ♦ Π.χ. Συγκρίνοντας coded ( $\rho=1/2$ ) QPSK και uncoded BPSK όπου το φάσμα είναι ίδιο, τα κέρδη σε  $E_b/N_o$  και  $C/N$  είναι ίδια.
- ♦ Με αναφορά όμως το uncoded QPSK όπου έχουμε επέκταση κατά 2 ( $\rho=1/2$ ), το κέρδος είναι 3dB επιπλέον.  
Υπενθυμίζουμε:

$$\frac{C}{N} = \frac{E_b}{N_o} \Gamma \rho$$

# Ψηφιακές Διαμορφώσεις

- ◆ Όπως στις αναλογικές διαμορφώσεις έτσι και στις ψηφιακές η διαδικασία της διαμόρφωσης είναι η μεταβολή ενός από τα τρία χαρακτηριστικά (πλάτος, φάση, συχνότητα) ενός φέροντος σήματος από το σήμα πληροφορίας.
- ◆ Το σήμα πληροφορίας πλέον είναι η ροή δυαδικών ψηφίων όπως ουσιαστικά εξέρχεται από τη διαδικασία της μορφοποίησης ή της κωδικοποίησης.
- ◆ Στη γενική περίπτωση ο ψηφιακός διαμορφωτής επεξεργάζεται  $k$  συνεχόμενα δυαδικά ψηφία και παράγει μία από τις διαθέσιμες κυματομορφές (αλφάβητο  $M=2^k$ ).

# Ψηφιακές Διαμορφώσεις

- ♦ Μια ψηφιακά διαμορφωμένη κυματομορφή είναι ένα ημιτονοειδές σήμα, διάρκειας  $T_s$  sec που κάποιο ή κάποια από τα χαρακτηριστικά του έχουν μεταβληθεί ανάλογα με το ψηφιακό σύμβολο πληροφορίας.
- ♦ Η γενική μορφή της διαμορφωμένης κυματομορφής

$$s(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{s,i}}{T_s}} \cdot \cos[2\pi f_i t + \phi_i], \quad 0 \leq t < T_s$$

- ♦ Εναλλακτικά  $s(t) = A_i \cdot g_{T_s}(t) \cdot \cos[2\pi f_i t + \phi_i]$

- ♦ όπου  $g_{T_s}(t)$  η κρουστική απόκριση του φίλτρου στον πομπό, διάρκειας  $T_s$ .

$$\text{Τετραγωνικός παλμός} \quad g_{T_s}(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2 \cdot E_s}{T_s}} & 0 \leq t \leq T_s \\ 0 & \text{αλλου} \end{cases}$$

# Αναλογική μετάδοση ψηφιακής πληροφορίας

- ◆ Amplitude-Shift keying (ASK)
- ◆ Frequency-Shift keying (FSK)
- ◆ Phase-Shift keying (PSK)

# Ψηφιακές Διαμορφώσεις

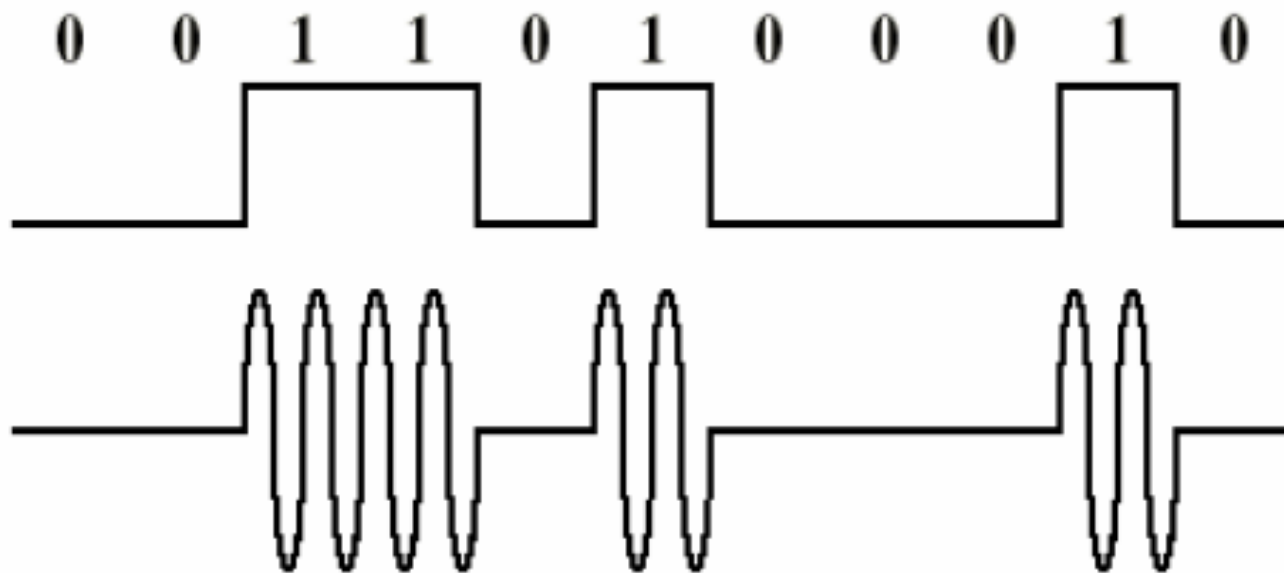
- ◆ Βασικές Τεχνικές Ψηφιακής Κωδικοποίησης
  - Κωδικοποίηση Amplitude Shift Keying (ASK)

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_i(t)}{T}} \cos(\omega_c t + \phi)$$
$$0 \leq t \leq T \quad \text{και} \quad i = 1, 2, \dots, M$$

όπου το πλάτος μπορεί να πάρει  $M$  διακριτές τιμές και η φάση είναι μια αυθαίρετη σταθερά. Αν  $M=2$  τότε καλείται **Binary ASK** ή **On-Off Keying** και συνήθως είναι 0 για το δυαδικό ψηφίο 0 και μια σταθερά για το ψηφίο 1.

# Binary Amplitude Shift Keying (ASK)

- ♦ Αν  $M=2$  τότε καλείται **Binary ASK** ή **On-Off Keying** και συνήθως είναι 0 για το δυαδικό ψηφίο 0 και μια σταθερά για το ψηφίο 1.



(a) Amplitude-shift keying

# Ψηφιακές Διαμορφώσεις

- Κωδικοποίηση Phase Shift Keying (PSK)

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_c t + \phi_i(t))$$

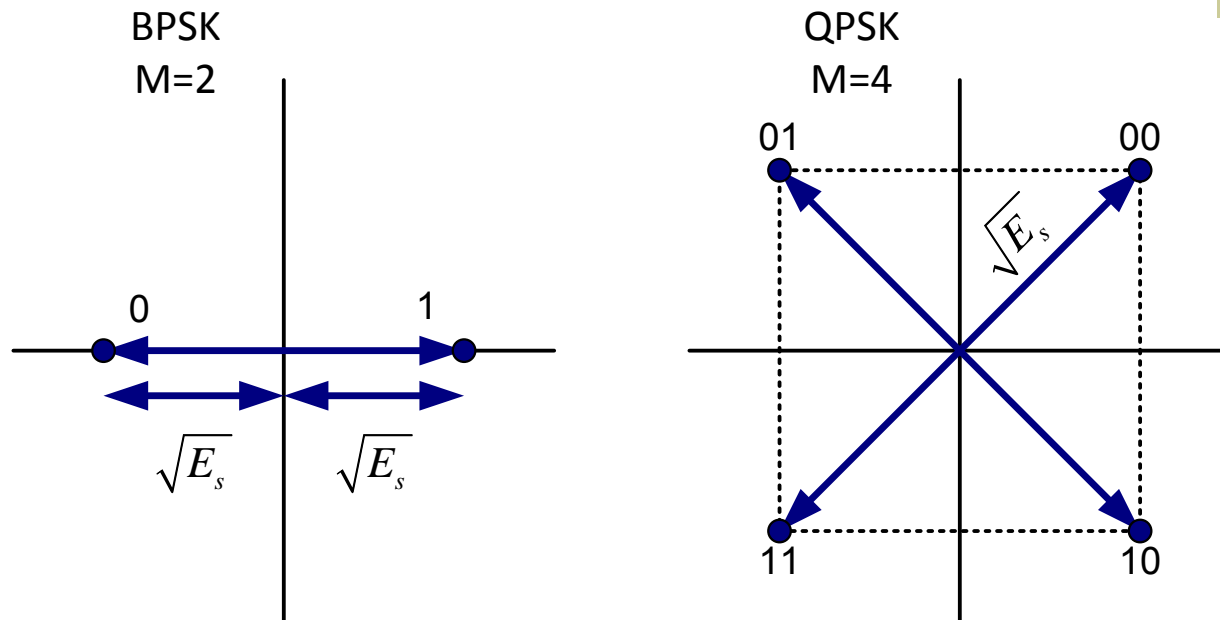
$$0 \leq t \leq T \quad \text{και} \quad i = 1, 2, \dots, M$$

όπου η φάση παίρνει  $M$  διακριτές τιμές συνήθως ως εξής

$$\phi_i(t) = \frac{2\pi i}{M} \quad i = 1, 2, \dots, M$$

$T$  είναι η διάρκεια του συμβόλου, και  $E$  η ενέργεια του συμβόλου.

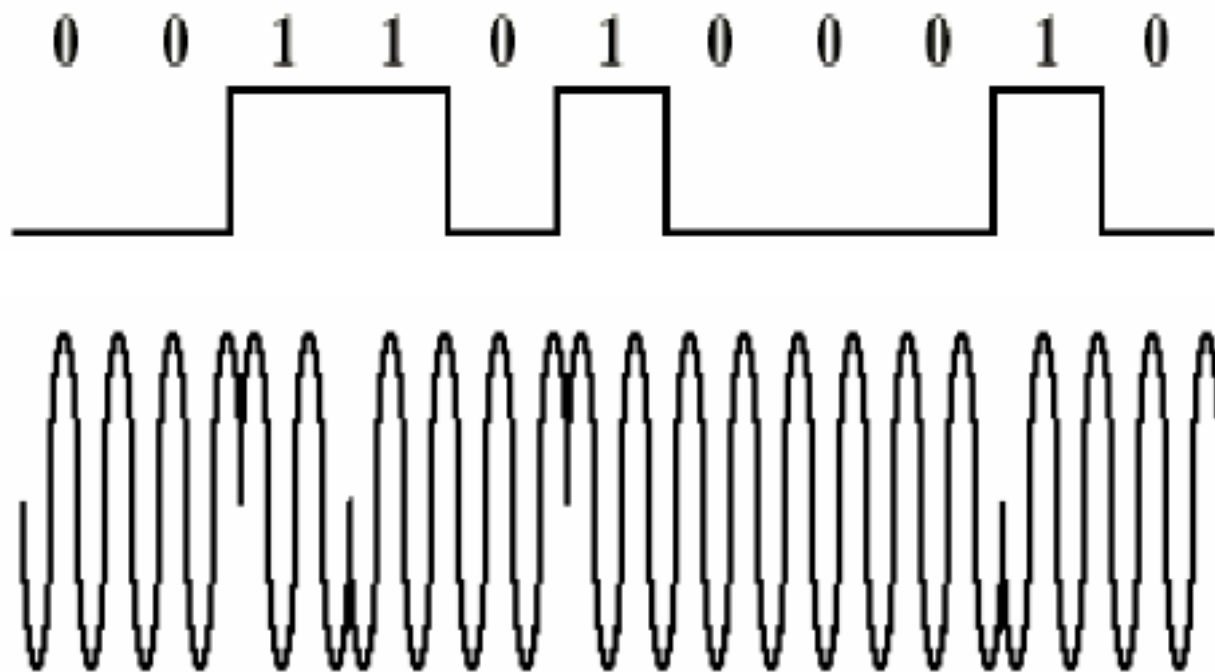
# Ψηφιακές Διαμορφώσεις



- Η επιλογή της κυματομορφής για κάθε ομάδα bits, είναι αυθαίρετη. Συνήθως γίνεται έτσι ώστε όσο περισσότερο διαφέρουν δυο ομάδες από bits, τόσο περισσότερο να διαφέρουν και τα αντίστοιχα διανύσματα, ώστε να μειώνεται η πιθανότητα σφάλματος κατά τη λήψη. Αυτή καλείται *κωδικοποίηση Gray*.



# Binary Phase Shift Keying (BPSK)

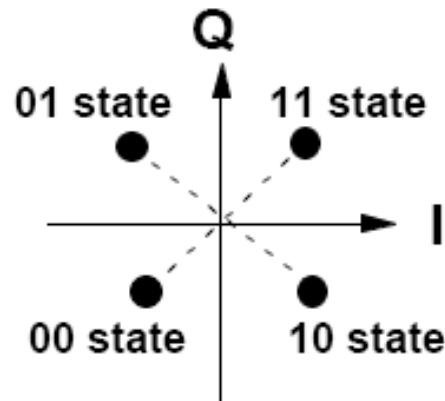


(c) Phase-shift keying

# Quadrature Phase Shift Keying (QPSK)

- **Quadrature Phase Shift Keying (QPSK)**

- Multilevel modulation technique: 2 bits per symbol
- More spectrally efficient, more complex receiver

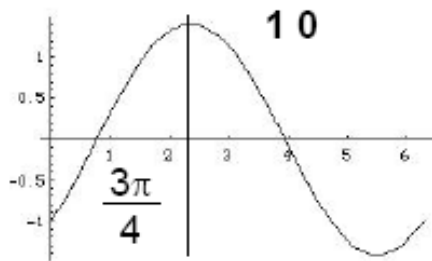


Phase of carrier:  
 $\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$

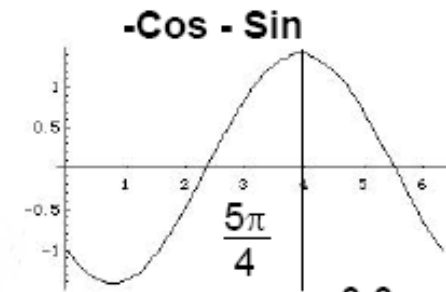
Output waveform is  
sum of modulated  $\pm$   
Cosine and  $\pm$ Sine wave

2x bandwidth efficiency of BPSK

# Quadrature Phase Shift Keying (QPSK)

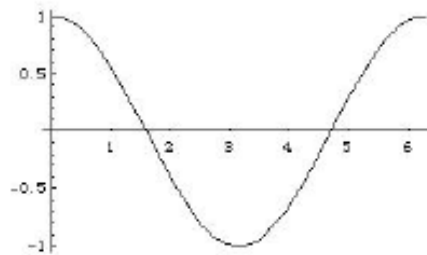


**-Cos + Sin**

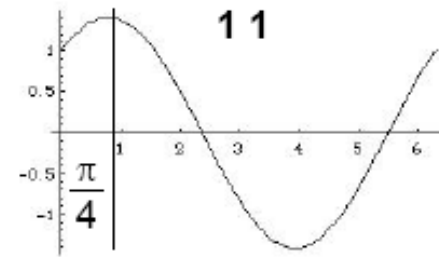


**-Cos - Sin**

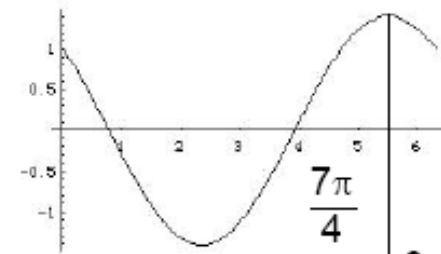
**0 0**



**Cosine Carrier Wave**



**Cos + Sin**



**Cos - Sin**

**0 1**

# Ψηφιακές Διαμορφώσεις

- Κωδικοποίηση Frequency Shift Keying (FSK)

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_i t + \phi)$$

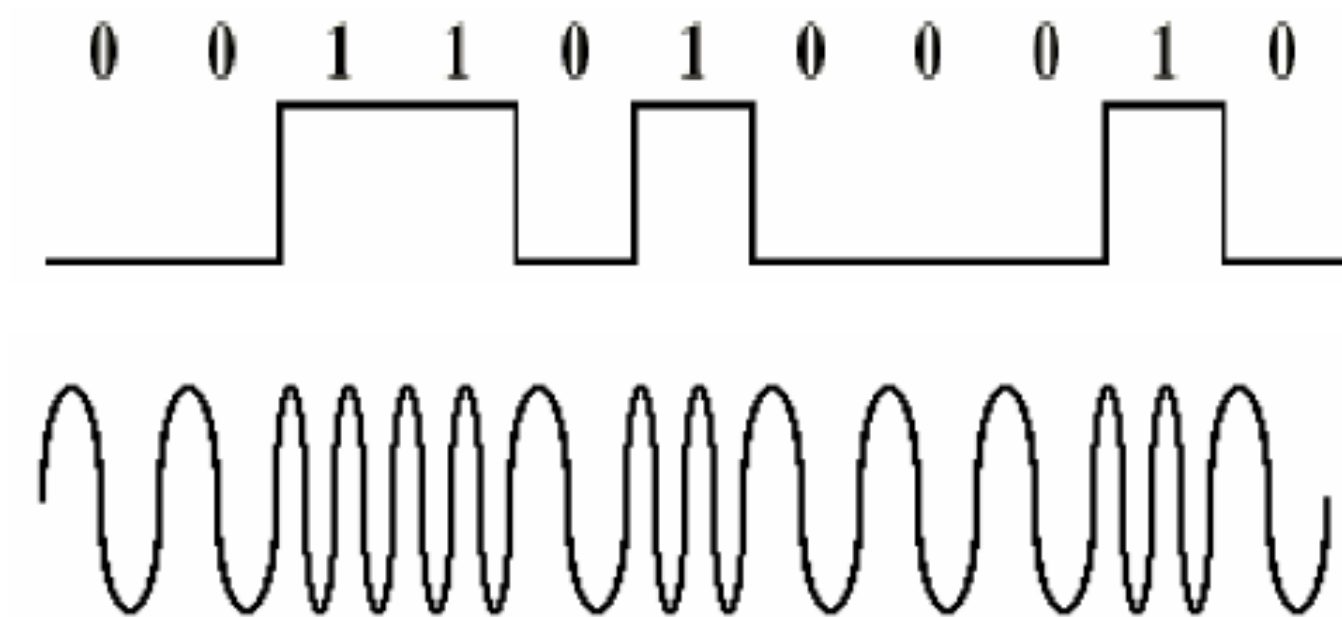
$$0 \leq t \leq T \quad \text{και} \quad i = 1, 2, \dots, M$$

όπου η συχνότητα μπορεί να πάρει  $M$  διακριτές τιμές και η φάση είναι μια αυθαίρετη σταθερά. Για  $M=2$  μπορούμε να γράψουμε ότι

$$\omega_i = \omega_c + \Delta\omega \quad \text{για δυαδικό ψηφίο 1}$$

$$\omega_i = \omega_c - \Delta\omega \quad \text{για δυαδικό ψηφίο 0}$$

# Binary Frequency Shift Keying (FSK)

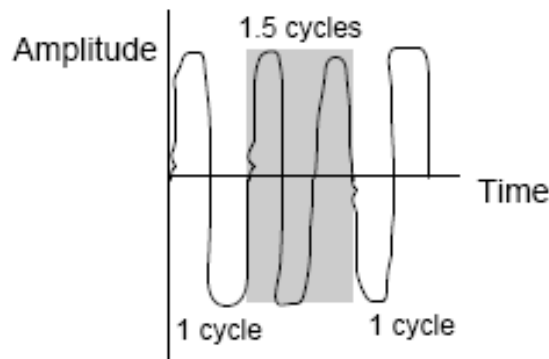


(b) Frequency-shift keying

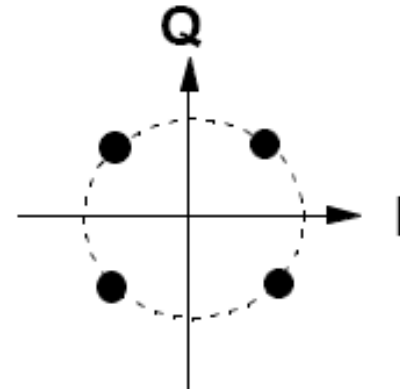
# Minimum Shift Keying (MSK)

- **Special form of (continuous phase) frequency shift keying**
  - Minimum spacing that allows two frequencies states to be orthogonal
  - Spectrally efficient, easily generated

## Minimum Shift Keying (MSK)



Phase continuity at the bit transitions

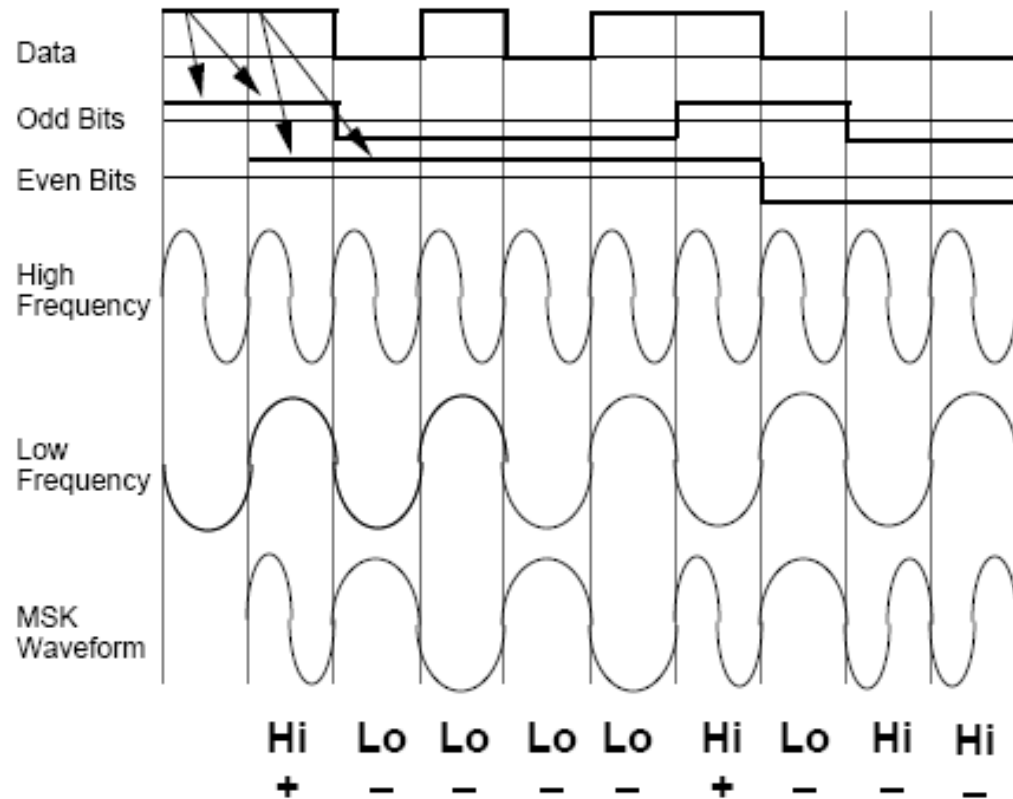


# Generating Minimum Shift Keying

**Odd, Even Bits stretched to 2 bit times**

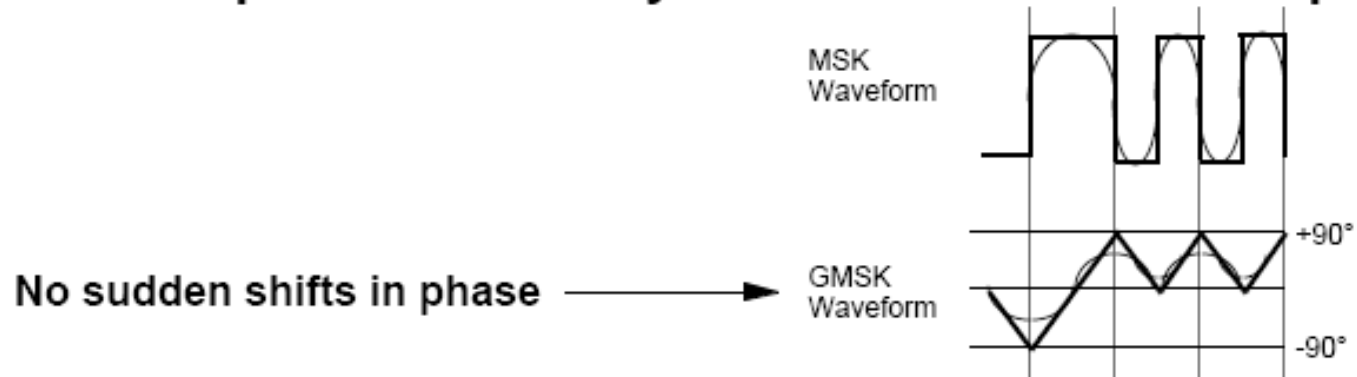
Bit Value		MSK Output	
Odd	Even	Freq	Sense
1	1	Hi	+
-1	1	Lo	-
1	-1	Lo	+
-1	-1	Hi	-

**Notice smooth phase transitions!**



# Gaussian Minimum Shift Keying (GMSK)

- MSK + premodulation Gaussian low pass filter
- Increases spectral efficiency with sharper cutoff, excellent power efficiency due to constant envelope

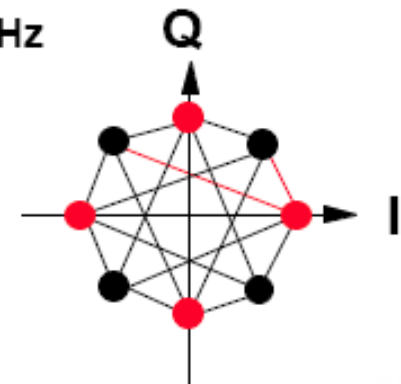


- Used extensively in second generation digital cellular and cordless telephone applications
  - GSM digital cellular: 1.35 bps/Hz
  - DECT cordless telephone: 0.67 bps/Hz
  - RAM Mobile Data



# $\pi/4$ -Shifted QPSK

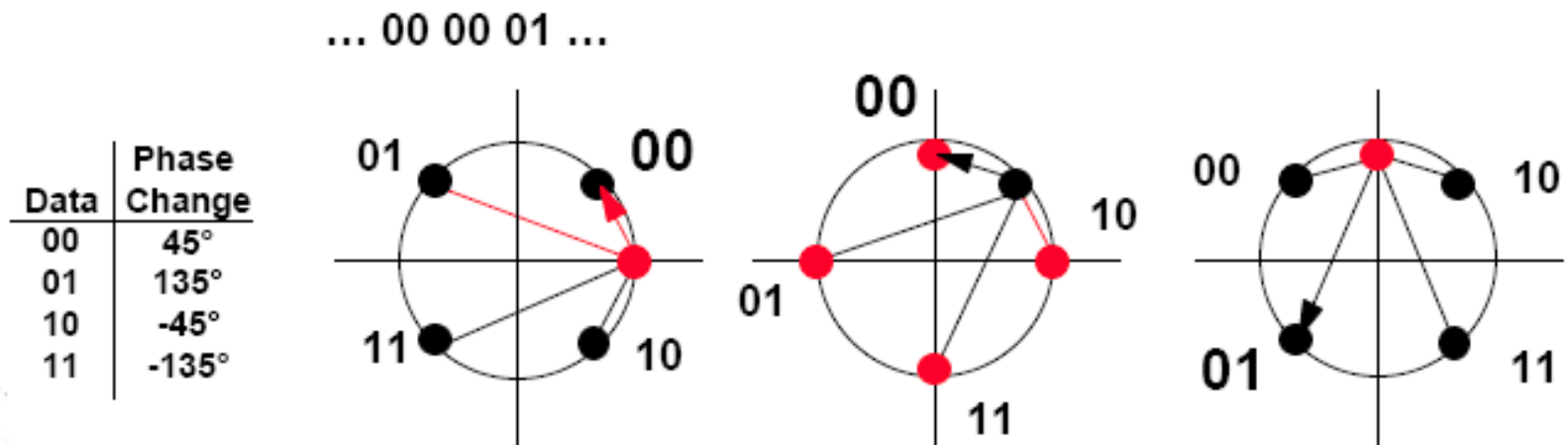
- **Variation on QPSK**
  - Restricted carrier phase transition to  $\pm \pi/4$  and  $\pm 3\pi/4$
  - Signaling elements selected in turn from two QPSK constellations, each shifted by  $\pi/4$
  - Maximum phase change is  $\pm 135^\circ$  vs.  $180^\circ$  for QPSK, thus maintaining constant envelope (i.e., amplitude of QPSK signal not constant for short interval during  $180^\circ$  phase changes)
- **Popular in Second Generation Systems**
  - North American Digital Cellular (IS-54): 1.62 bps/Hz
  - Japanese Digital Cellular System: 1.68 bps/Hz
  - European TETRA System: 1.44 bps/Hz
  - Japanese Personal Handy Phone (PHP)



# $\pi/4$ -Shifted QPSK

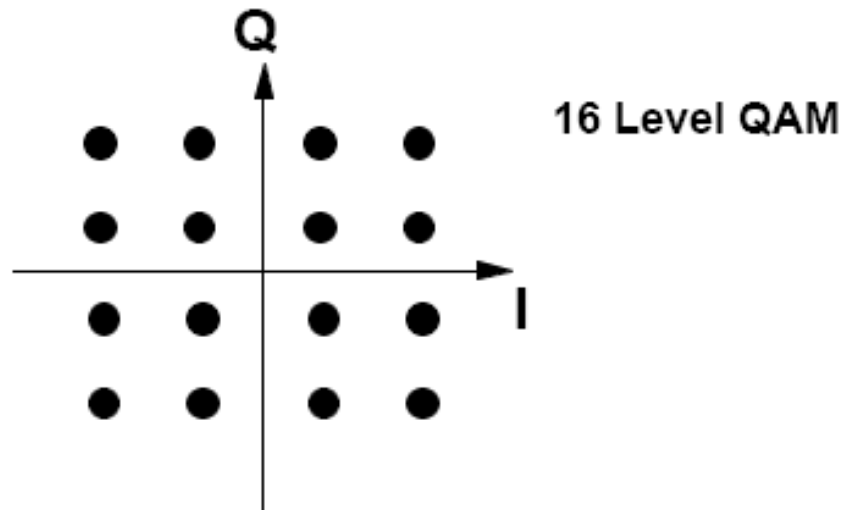
- **Advantages:**

- Two bits per symbol, twice as efficient as GMSK
- Phase transitions avoid center of diagram, remove some design constraints on amplifier
- Always a phase change between symbols, leading to self clocking



# Quadrature Amplitude Modulation (QAM)

- **Quadrature Amplitude Modulation (QAM)**
  - Amplitude modulation on both quadrature carriers
  - $2^n$  discrete levels,  $n = 2$  same as QPSK
- **Extensive use in digital microwave radio links**



# Τεχνικές Ψηφιακής Διαμόρφωσης

## Coherent

Phase shift keying (PSK)  
Frequency shift keying (FSK)  
Amplitude shift keying (ASK)  
Continuous phase modulation (CPM)  
Hybrids

## Noncoherent

FSK  
ASK  
Differential PSK (DPSK)  
CPM  
Hybrids

*Coherent (aka synchronous) detection:* process received signal with a local carrier of same frequency and phase

*Noncoherent (aka envelope) detection:* requires no reference wave

# Παράμετροι Ψηφιακής Διαμόρφωσης

- **Power Efficiency**
  - Ability of a modulation technique to preserve the fidelity of the digital message at low power levels
  - Designer can increase noise immunity by increasing signal power
  - Power efficiency is a measure of how much signal power should be increased to achieve a particular **BER** for a given modulation scheme
  - Signal energy per bit / noise power spectral density:  $E_b / N_0$
- **Bandwidth Efficiency**
  - Ability to accommodate data within a limited bandwidth
  - Tradeoff between data rate and pulse width
  - Thruput data rate per hertz:  $R/B$  bps per Hz
- **Shannon Limit: Channel capacity / bandwidth**
  - $C/B = \log_2(1 + S/N)$

# Πλάτος Κυματομορφών

- ◆ Το πλάτος των κυματομορφών για όλες τις ψηφιακές διαμορφώσεις έχει μια γενική μορφή

$$\sqrt{2E/T}$$

- ◆ Ας δούμε πως προκύπτει. Θεωρούμε το φέρον

$$s(t) = A \cos \omega t = \sqrt{2} A_{rms} \cos \omega t = \sqrt{2 A_{rms}^2} \cos \omega t$$

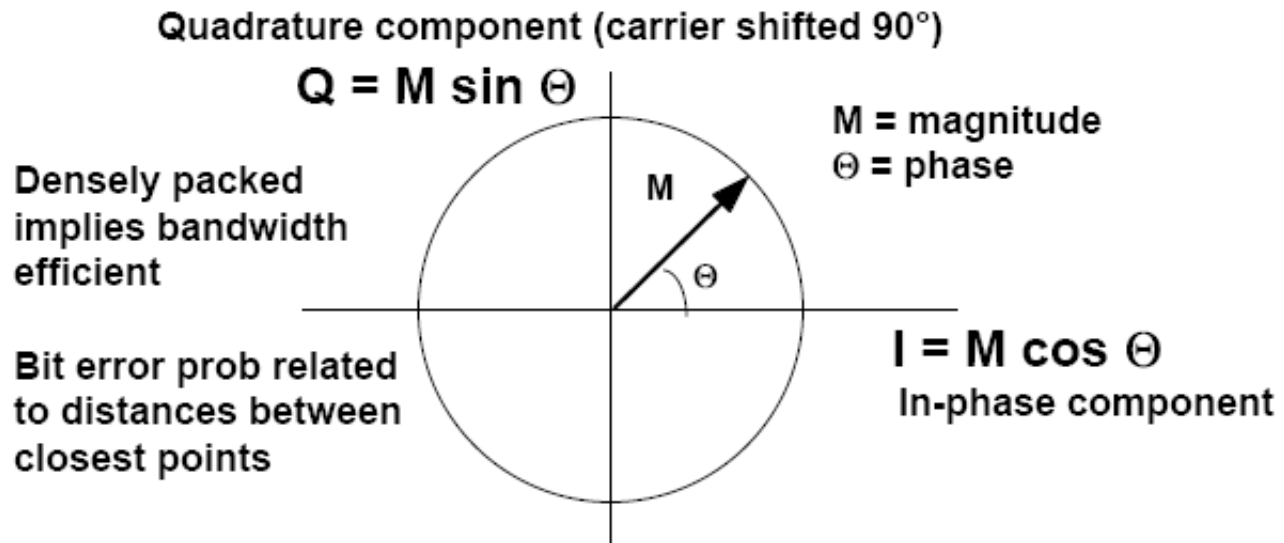
- ◆ Όμως  $A_{rms}^2$  είναι η μέση ισχύς  $P$  κανονικοποιημένη σε 1 Ohm.

- ◆ Άρα

$$s(t) = \sqrt{2 A_{rms}^2} \cos \omega t = \sqrt{2P} \cos \omega t = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \omega t$$

# Digital Modulation Techniques

- Modify carrier's amplitude and/or phase (and frequency)
- Constellation: Vector notation/polar coordinates



# Considerations in Choice of Modulation Scheme

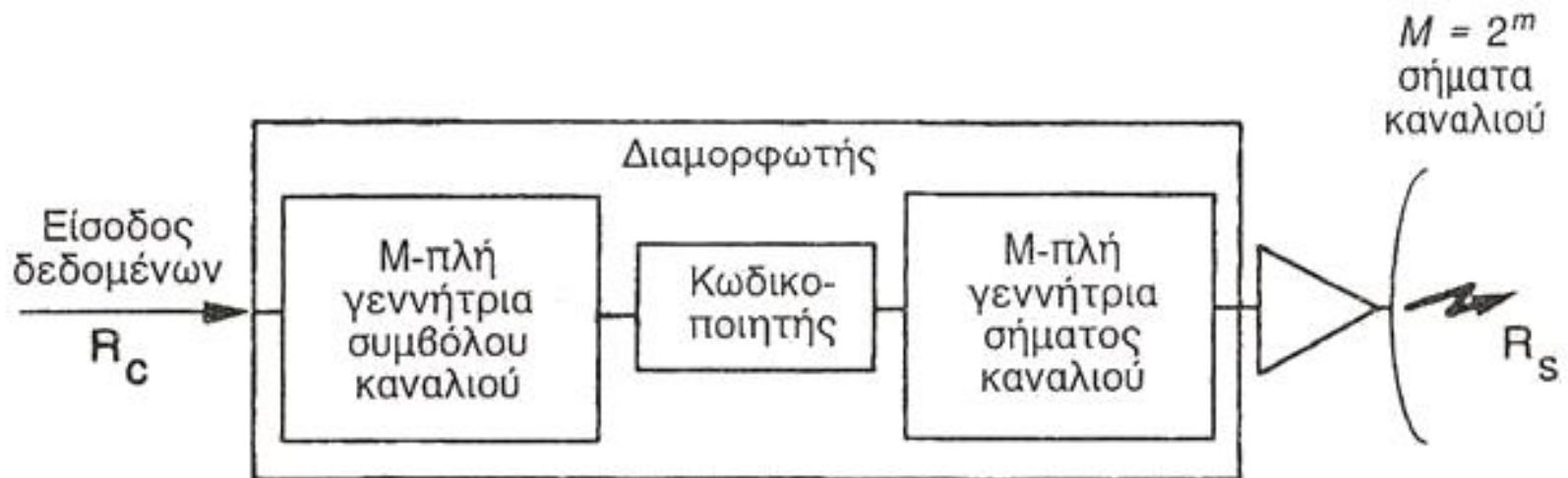
- **High spectral efficiency**
- **High power efficiency**
- **Robust to multipath effects**
- **Low cost and ease of implementation**
- **Low carrier-to-cochannel interference ratio**
- **Low out-of-band radiation**
- **Constant or near constant envelope**
  - **Constant: only phase is modulated**
  - **Non-constant: phase and amplitude modulated**



# Επιλογή Διαμόρφωσης

- ◆ Συνήθως στις Δορυφορικές Επικοινωνίες απαιτείται διαμόρφωση σταθερής περιβάλλουσας, ώστε να ελαχιστοποιούνται τα φαινόμενα μη-γραμμικής ενίσχυσης στους HPA.
- ◆ Η κλασική FSK τεχνική έχει πολύ μικρή φασματική απόδοση, συνεπώς προτιμώνται οι PSK τεχνικές.
- ◆ Το πρόβλημα των PSK τεχνικών είναι η ασυνεχής μετάβαση της φάσης από σύμβολο σε σύμβολο. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται ευρέως και οι Continuous Phase Modulation (CPM) τεχνικές (OQPSK, MSK,  $\pi/4$ -QPSK) οι οποίες παρουσιάζουν λιγότερη ενέργεια στους πλευρικούς λοβούς του φάσματος.

# Ψηφιακές Διαμορφώσεις



# Κωδικοποίηση στις Ψηφιακές Διαμορφώσεις

- ◆ Υπάρχουν 2 είδη κωδικοποίησης
  - **Απευθείας κωδικοποίηση** : Μια κατάσταση συμβόλου ορίζει μια κατάσταση του φέροντος.
  - **Διαφορική κωδικοποίηση** (Differential Encoding, DE) : μια κατάσταση του συμβόλου καθορίζει μια μετάβαση μεταξύ δύο διαδοχικών καταστάσεων του φέροντος.
- ◆ Αντίστοιχα υπάρχει DE-BPSK, DE-QPSK.
- ◆ Στην διαφορική κωδικοποίηση ουσιαστικά η παρουσία του 1 ή του 0 υποδεικνύεται από την ομοιότητα ή τη διαφορά του συμβόλου από το προηγούμενο σύμβολο.

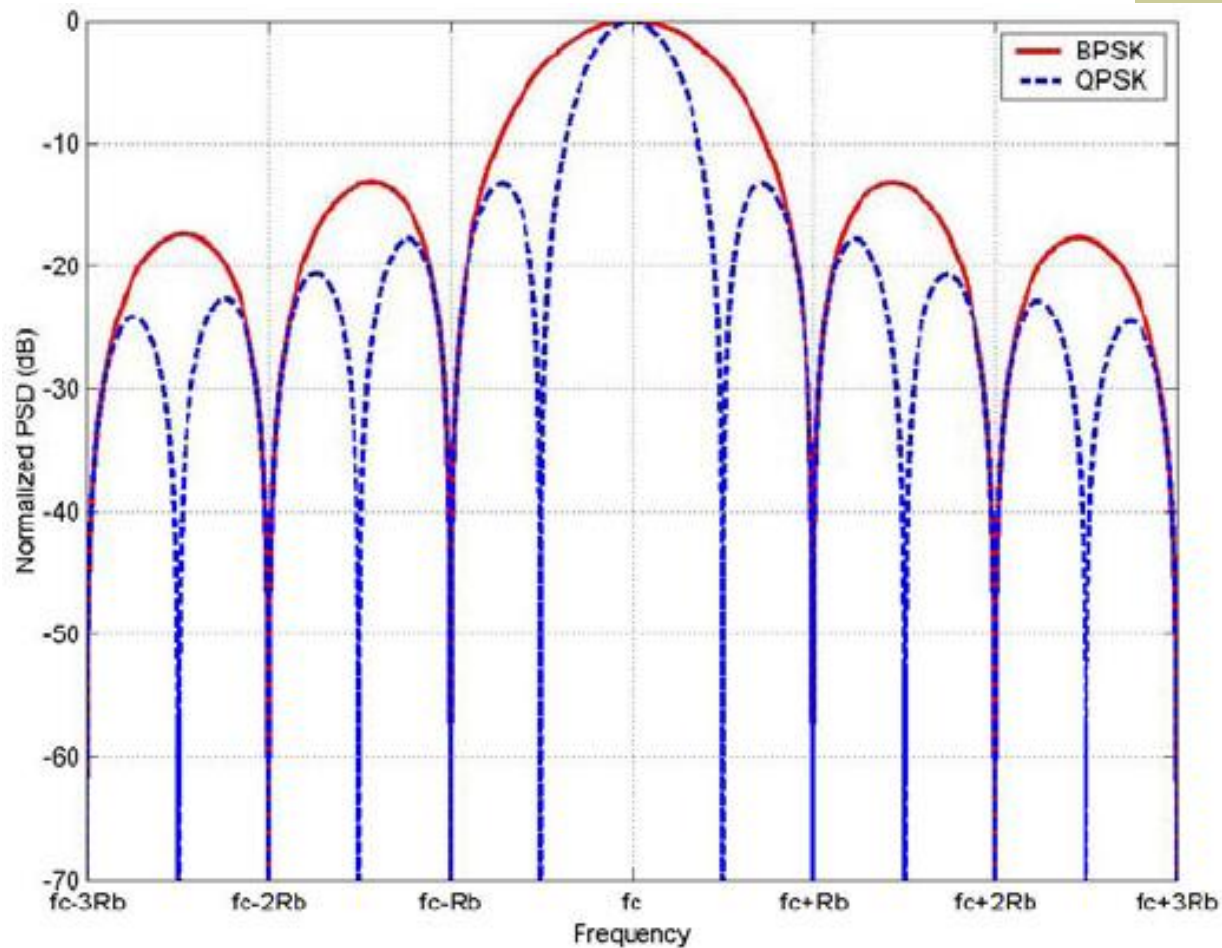
# Φασματική Πυκνότητα Ισχύος

- ◆ Οι τύποι που δίνουν τη Φασματική Πυκνότητα Ισχύος για BPSK και QPSK είναι

$$PSD_{BPSK} = \frac{E_b}{2} \left[ \left( \frac{\sin \pi (f - f_c) T_b}{\pi (f - f_c) T_b} \right)^2 + \left( \frac{\sin \pi (-f - f_c) T_b}{\pi (-f - f_c) T_b} \right)^2 \right]$$

$$PSD_{QPSK} = E_b \left[ \left( \frac{\sin \pi (f - f_c) 2T_b}{\pi (f - f_c) 2T_b} \right)^2 + \left( \frac{\sin \pi (-f - f_c) 2T_b}{\pi (-f - f_c) 2T_b} \right)^2 \right]$$

# Φασματική Πυκνότητα Ισχύος



# Φασματική Απόδοση

- ◆ Ο λόγος του ρυθμού μετάδοσης bit του καναλιού  $R_c$  (*bits/sec*) ενός φέροντος, προς το καταλαμβανόμενο εύρος ζώνης λειτουργίας  $B$  (*Hz*)

$$\Gamma = \frac{R_c}{B} \quad (\text{bits / sec / Hz})$$

- ◆ Από τον παραπάνω ορισμό προκύπτει ότι το μεν BPSK έχει φασματική απόδοση  $1 \text{ bit/sec/Hz}$ , το δε QPSK έχει  $2 \text{ bit/sec/Hz}$ .
- ◆ Βέβαια στην πράξη η φασματική απόδοση που επιτυγχάνεται είναι για το μεν BPSK  $0.7-0.8 \text{ bit/sec/Hz}$ , για το δε QPSK  $1.4-1.6 \text{ bit/sec/Hz}$ .

# Αποδιαμόρφωση PSK

- ◆ Για τις PSK διαμορφώσεις υπάρχουν δύο τρόποι αποδιαμόρφωσης
  - **Σύγχρονη Αποδιαμόρφωση** (coherent) : Ο δέκτης εκμεταλλεύεται τη γνώση της φάσης του φέροντος για την ανάκτηση της πληροφορίας
  - **Διαφορική Αποδιαμόρφωση** (non-coherent) : Ο δέκτης δεν χρησιμοποιεί κάποια φάση αναφοράς, αλλά συγκρίνει τη φάση του λαμβανόμενου φέροντος για τη διάρκεια μετάδοσης ενός συμβόλου με τη φάση του στη διάρκεια του προηγούμενου συμβόλου. Άρα ο δέκτης ανιχνεύει μεταβολές φάσης. Η υλοποίηση σε σχέση με τη σύγχρονη αποδιαμόρφωση είναι απλούστερη, αλλά απαιτεί διαφορική κωδικοποίηση στον πομπό και έχουμε επιδείνωση του BER κατά ένα παράγοντα περίπου 2, για την ίδια τιμή  $E_b/N_0$ .

# Αποδιαμόρφωση

- ◆ Η σύγχρονη αποδιαμόρφωση έχει υψηλή απόδοση σε διαύλους με AWGN. Είναι όμως προβληματική σε διαύλους με διαλείψεις λόγω πολυδιαδρομικής διάδοσης, σκίαση, ολίσθηση Doppler, ή θόρυβο φάσης.
- ◆ Η εναλλακτική διαφορική αποδιαμόρφωση είναι πιο αποδοτική σε αυτές τις συνθήκες γιατί δεν απαιτείται ανάκτηση φέροντος και επιτυγχάνει γρήγορο συγχρονισμό.



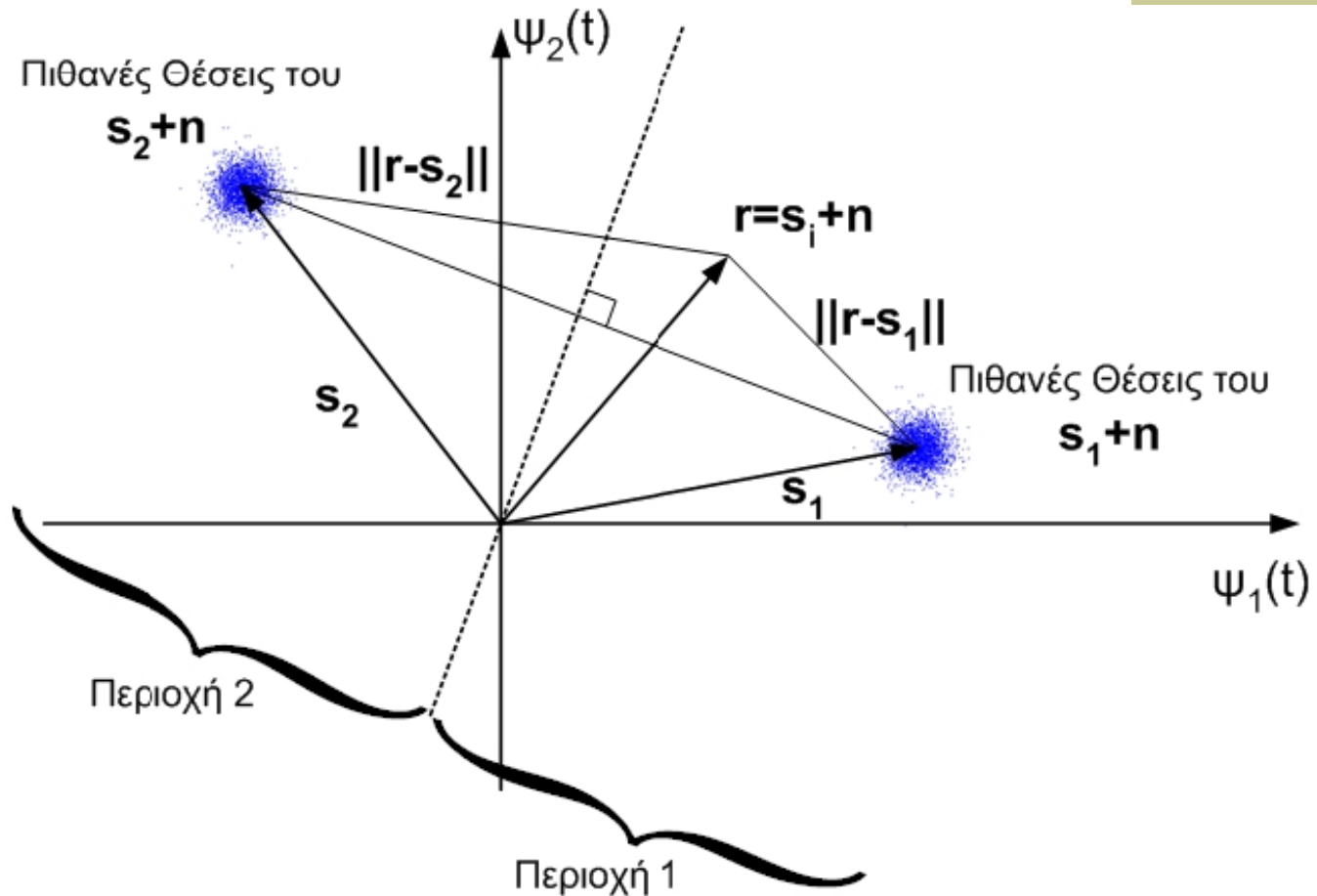
# Διευκρίνιση στο Συμβολισμό

- ◆ Με BPSK, QPSK κλπ. εννοούμε απευθείας κωδικοποίηση και σύγχρονη αποδιαμόρφωση
- ◆ Με DE-BPSK, DE-QPSK εννοούμε διαφορική κωδικοποίηση και σύγχρονη αποδιαμόρφωση.
- ◆ Με DPSK (DBPSK), DQPSK, DMSK, κλπ. εννοούμε διαφορική κωδικοποίηση και διαφορική αποδιαμόρφωση.

# Ανάκτηση Πληροφορίας με Θόρυβο

- ◆ Θεωρούμε ότι ο δισδιάστατος χώρος του παρακάτω σχήματος είναι ο γεωμετρικός τύπος των πρωτότυπων διανυσμάτων (σήματα αναφοράς) που έχουν αλλοιωθεί από λευκό προσθετικό Gaussian θόρυβο.
- ◆ Η κατανομή των πιθανών λαμβανόμενων σημάτων είναι μια ομάδα ή σύννεφο σημείων γύρω από το πρωτότυπο σήμα. Το σύννεφο είναι πυκνό στο κέντρο και αραιώνει όσο απομακρυνόμαστε από το πρωτότυπο.
- ◆ Η θεώρηση είναι ισοδύναμη με την αναπαράσταση των σημάτων-διανυσμάτων με τη βοήθεια μιας ορθοκανονικής βάσης  $[\psi_1(t), \psi_2(t)]$ .

# Περιοχές Απόφασης



# Ανάκτηση Πληροφορίας με Θόρυβο

- ♦ Ο δέκτης όταν λάβει το διάνυσμα  $\mathbf{r}$  πρέπει να αποφασίσει ποιο από τα αρχικά σήματα  $\mathbf{s}_1$  ή  $\mathbf{s}_2$  είχε αποσταλεί.
- ♦ Για την περίπτωση μας όπου  $M=2$ , τα δύο αρχικά σήματα είναι ισοπίθανα, και ο θόρυβος είναι AWGN, ο κανόνας απόφασης είναι ισοδύναμος με την επιλογή του σήματος για το οποίο η απόσταση

$$d(\mathbf{r}, \mathbf{s}_i) = \|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|$$

είναι ελάχιστη.

- ♦ Η απόφαση λοιπόν παίρνεται με τον κανόνα : **Αν το λαμβανόμενο σήμα  $\mathbf{r}$  είναι στην περιοχή 1, διάλεξε το σήμα  $\mathbf{s}_1$ , αν είναι στην 2 διάλεξε το  $\mathbf{s}_2$ .**

# Δέκτης Συσχέτισης (Correlator)

- ◆ Θεωρούμε ότι η μόνη υποβάθμιση που δέχεται το σήμα είναι AWGN, δηλαδή

$$r(t) = s_i(t) + n(t) \quad 0 \leq t \leq T$$
$$i = 1, \dots, M$$

- ◆ Αναγνωρίζουμε **2 βασικά βήματα** για την ανάκτηση της πληροφορίας
  - Εκφυλισμός της κυματομορφής σε μια τυχαία μεταβλητή  $z(T)$  ή μια ομάδα από τυχαίες μεταβλητές  $z_i(T)$  ( $i=1, \dots, M$ ), στην έξοδο του συσχετιστή (ή συσχετιστών) τη χρονική στιγμή  $t=T$ .
  - Απόφαση για το σύμβολο είτε συγκρίνοντας την  $z(T)$  με ένα κατώφλι, είτε επιλέγοντας τη μέγιστη  $z_i(T)$ .

# Δέκτης Συσχέτισης (Correlator)

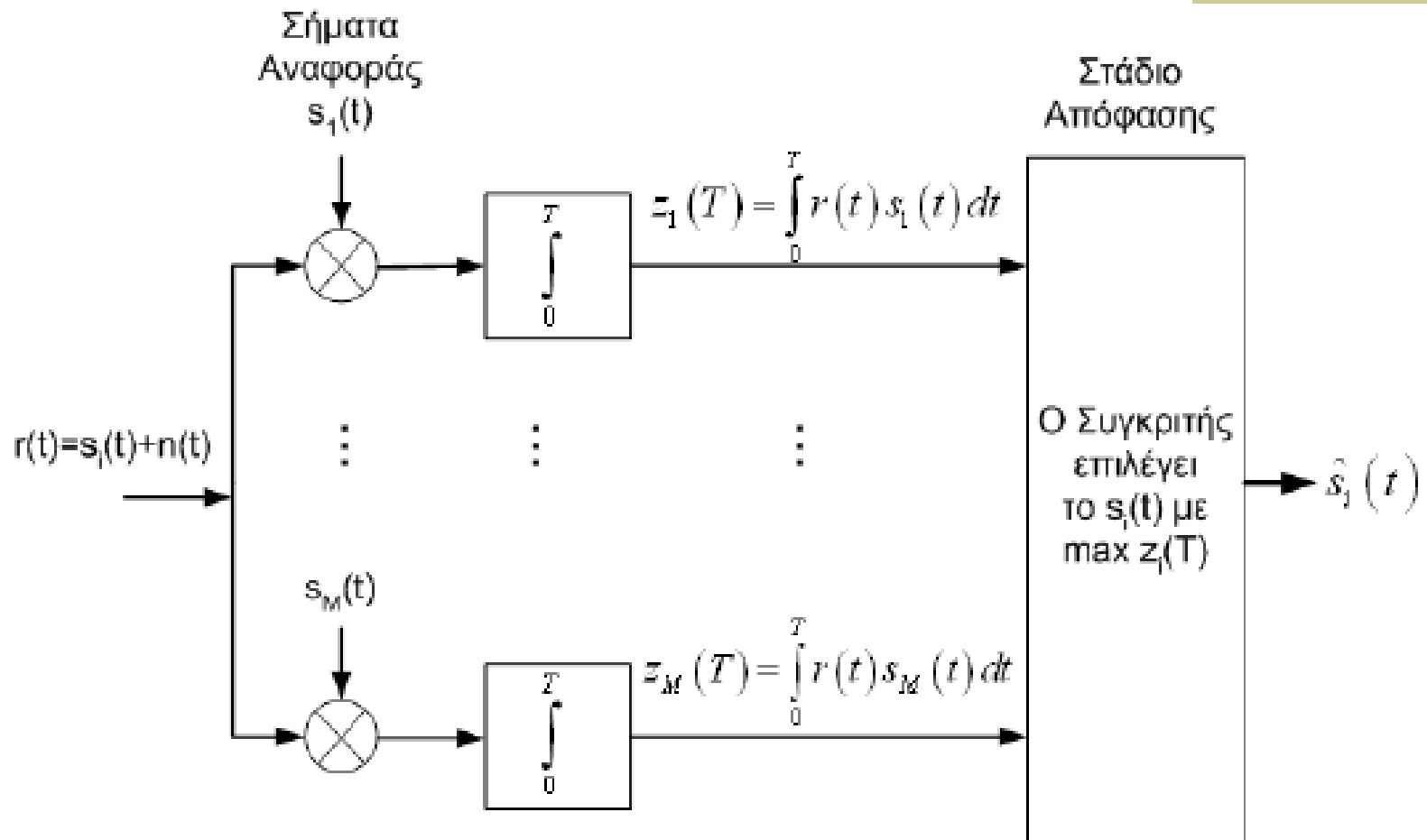
- ◆ Το πρώτο βήμα είναι ισοδύναμο με τον μετασχηματισμό της κυματομορφής σε ένα σημείο στο πεδίο απόφασης.
- ◆ Το δεύτερο βήμα ισοδυναμεί με την επιλογή της περιοχής απόφασης που βρίσκεται το σημείο.
- ◆ Ένας βέλτιστος δέκτης (με την έννοια της ελάχιστης πιθανότητας σφάλματος) πρέπει να βελτιστοποιήσει το μετασχηματισμό (χρησιμοποιώντας συσχετιστή ή άλλο προσαρμοσμένο φίλτρο στο πρώτο βήμα) και επιπλέον να βελτιστοποιήσει το κριτήριο απόφασης στο δεύτερο βήμα.

# Δέκτης Συσχέτισης (Correlator)

- ♦ Στο πρώτο βήμα η επιλογή του συσχετιστή (που είναι μια υλοποίηση προσαρμοσμένου φίλτρου) εξασφαλίζει το μέγιστο σηματοθορυβικό λόγο στην έξοδο τη χρονική στιγμή  $t=T$ .
- ♦ Θεωρούμε ότι ο δέκτης συσχέτισης αποτελείται από  $M$  συσχετιστές που μετασχηματίζουν τη λαμβανόμενη κυματομορφή  $r(t)$  σε μια ακολουθία από  $M$  αριθμούς, ή εξόδους  $z_i(T)$  ( $i=1, \dots, M$ ).
- ♦ Κάθε έξοδος χαρακτηρίζεται από την

$$z_i(T) = \int_0^T r(t) s_i(t) dt \quad i = 1, \dots, M, M$$

# Δέκτης Συσχέτισης (Correlator)





# Δέκτης Συσχέτισης (Correlator)

- ◆ Ουσιαστικά οι συσχετιστές προσπαθούν να ταιριάξουν, προσαρμόσουν την εισερχόμενη κυματομορφή  $r(t)$  με κάθε ένα από τα σήματα αναφοράς (πρωτότυπα)  $s_i(t)$ , τα οποία είναι εκ των προτέρων γνωστά στο δέκτη.
- ◆ Ένας λογικός κανόνας απόφασης είναι να επιλέξουμε την κυματομορφή  $s_i(t)$  που ταιριάζει περισσότερο, δηλαδή έχει τη μεγαλύτερη συσχέτιση με τη λαμβανόμενη  $r(t)$ . Άρα ο κανόνας απόφασης είναι :

Επέλεξε την  $s_i(t)$  της οποίας ο δείκτης  $i$  αντιστοιχεί στο μέγιστο  $z_i(T)$ .

# Δέκτης Συσχέτισης (Correlator)

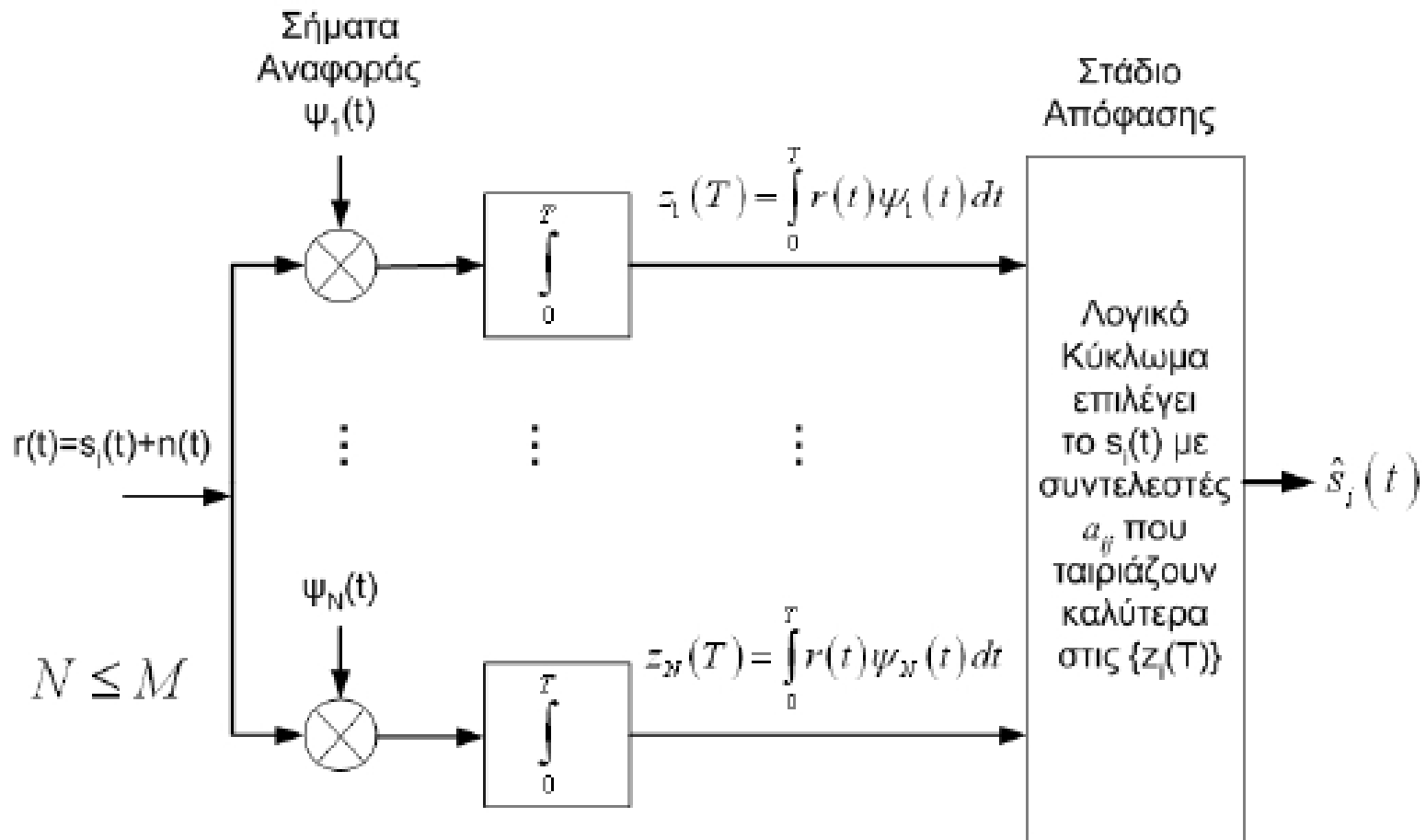
- ♦ Αν εκφράσουμε τα σήματα αναφοράς  $\{s_i(t)\}$ , ( $i=1, \dots, M$ ), με την ορθοκανονική βάση  $\{\psi_i(t)\}$ , ( $i=1, \dots, N$ ), όπου  $N \leq M$ , ως εξής

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij} \psi_j(t) \qquad a_{ij} = \int_0^T s_i(t) \psi_j(t) dt$$

τότε μπορούμε να αντικαταστήσουμε τους  $M$  συσχετιστές με  $N$  συσχετιστές, όπου τα σήματα αναφοράς δεν είναι πλέον οι κυματομορφές  $\{s_i(t)\}$  αλλά η βάση  $\{\psi_i(t)\}$ .

- ♦ Η επιλογή τώρα γίνεται σύμφωνα με την καλύτερη προσαρμογή των συντελεστών  $a_{ij}$  στις εξόδους των συσχετιστών  $\{z_i(T)\}$ .

# Δέκτης Συσχέτισης (Correlator)



# Συμπίεση & Αποσυμπίεση (Comranding)

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_c t + \phi) \quad 0 \leq t \leq T$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_c t + \phi + \pi) = -\sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_c t + \phi)$$

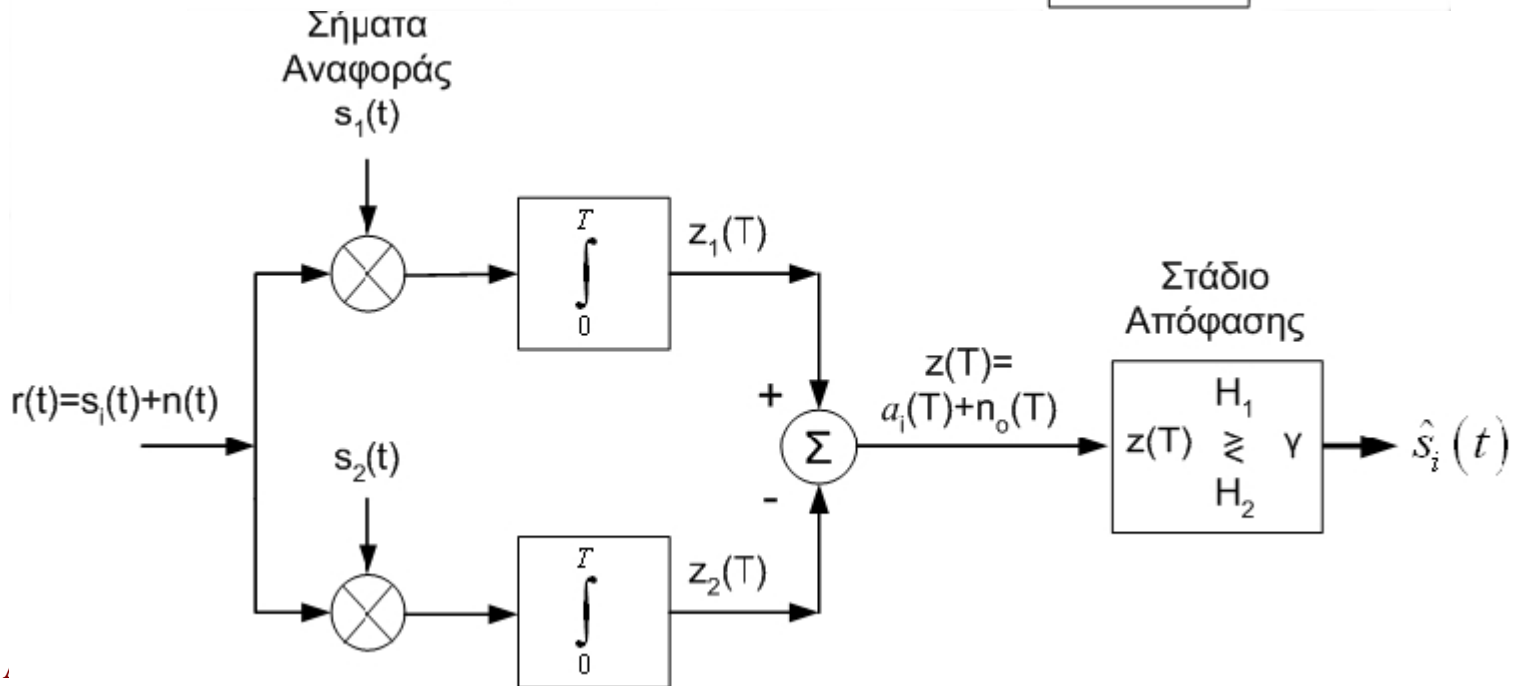
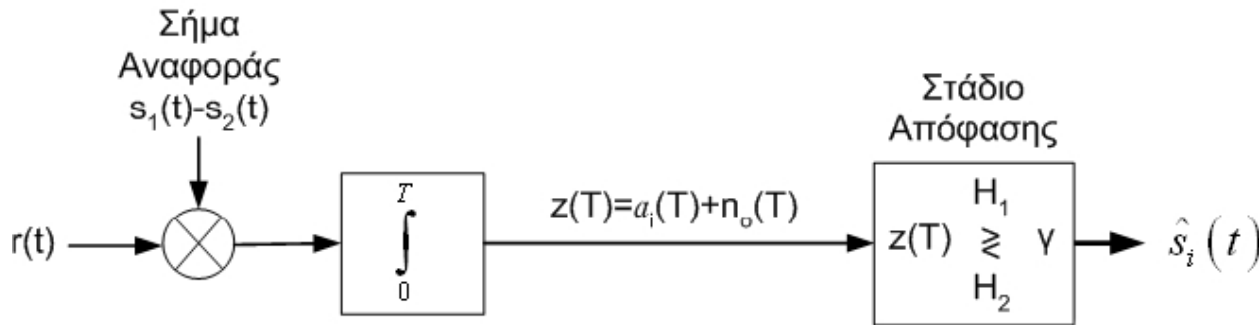
- ♦ Μόνο μια συνάρτηση αποτελεί την ορθοκανονική βάση

$$\psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(\omega_c t)$$

$$s_1 = a_1 \psi_1(t) = \sqrt{E} \psi_1(t)$$

$$s_2 = a_2 \psi_1(t) = -\sqrt{E} \psi_1(t)$$

# Εφαρμογή σε Δυναδικό Σύστημα



# Εφαρμογή σε Δυαδικό Σύστημα

- ◆ Έχουμε θεωρήσει ότι ο συσχετιστής είναι γραμμικός, και επειδή ο θόρυβος στην είσοδο είναι AWGN, η συνιστώσα  $n_o(T)$  του  $z(T)$ , είναι και αυτή Gaussian τυχαία μεταβλητή με μηδενική μέση τιμή.
- ◆ Άρα και η  $z(T)$  είναι Gaussian τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή  $a_1$ , ή  $a_2$  ανάλογα αν εστάλη δυαδικό 1 ή 0.
- ◆ Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του Gaussian θορύβου είναι

$$p(n_o) = \frac{1}{\sigma_o \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{n_o}{\sigma_o} \right)^2 \right]$$

# Εφαρμογή σε Δυαδικό Σύστημα

- ◆ Οι δεσμευμένες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας που εκφράζουν την πιθανότητα να έχω ως έξοδο του συσχετιστή την  $z(T)$ , με δεδομένο ότι έχει σταλεί η  $s_1(t)$ , ή αντίστοιχα η  $s_2(t)$ , γράφονται

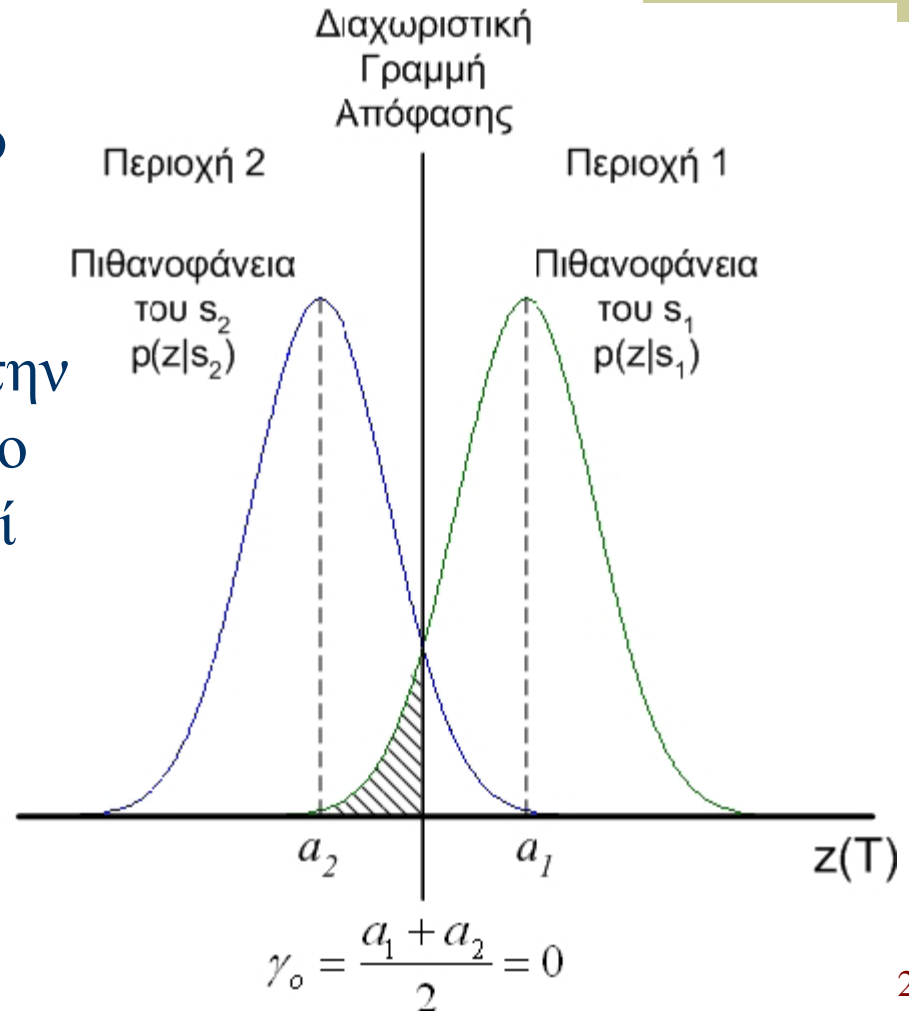
$$p(z|s_1) = \frac{1}{\sigma_o \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{z - a_1}{\sigma_o} \right)^2 \right]$$

$$p(z|s_2) = \frac{1}{\sigma_o \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{z - a_2}{\sigma_o} \right)^2 \right]$$

# Κατώφλι Απόφασης για Δυαδικό Σύστημα

Το κατώφλι  $\gamma_0$  αποδεικνύεται ότι είναι το βέλτιστο κατώφλι που ελαχιστοποιεί την πιθανότητα σφάλματος στην επιλογή του  $s_1$  ή  $s_2$ . Άρα το κριτήριο μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\begin{array}{l}
 H_1 \\
 z(T) > \frac{a_1 + a_2}{2} = \gamma_0 \\
 H_2 \\
 z(T) < \frac{a_1 + a_2}{2} = \gamma_0
 \end{array}$$





# Κατώφλι Απόφασης για Δυαδικό Σύστημα

- ♦ Για την περίπτωση που  $s_1(t) = -s_2(t)$  θα ισχύει και  $a_1 = -a_2$ , το κατώφλι γίνεται  $\gamma_o = 0$ . Οπότε το κριτήριο μπορεί να γραφεί  
Αν  $z_1(T) > z_2(T)$  Διάλεξε το  $s_1(t)$   
Διαφορετικά Διάλεξε το  $s_2(t)$
- ♦ Το κριτήριο ονομάζεται και Μέγιστης Πιθανοφάνειας επειδή το Στάδιο Απόφασης επιλέγει το σήμα με τη μέγιστη πιθανοφάνεια.
- ♦ Τέλος και ο δέκτης παίρνει το όνομά του από το κριτήριο αυτό (Δέκτης Μέγιστης Πιθανοφάνειας, **Maximum Likelihood Receiver**).
- ♦ Να σημειώσουμε ότι οι υποθέσεις που έχουμε κάνει είναι ότι οι δύο καταστάσεις είναι ισοπίθανες και ότι οι πιθανοφάνειες είναι συμμετρικές.

# Σύγχρονη Αποδιαμόρφωση MPSK

- ♦ Για τις περιπτώσεις MPSK μπορούμε να γράψουμε

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left(\omega_c t - \frac{2\pi i}{M}\right)$$
$$0 \leq t \leq T \quad \text{και} \quad i = 1, 2, \dots, M$$

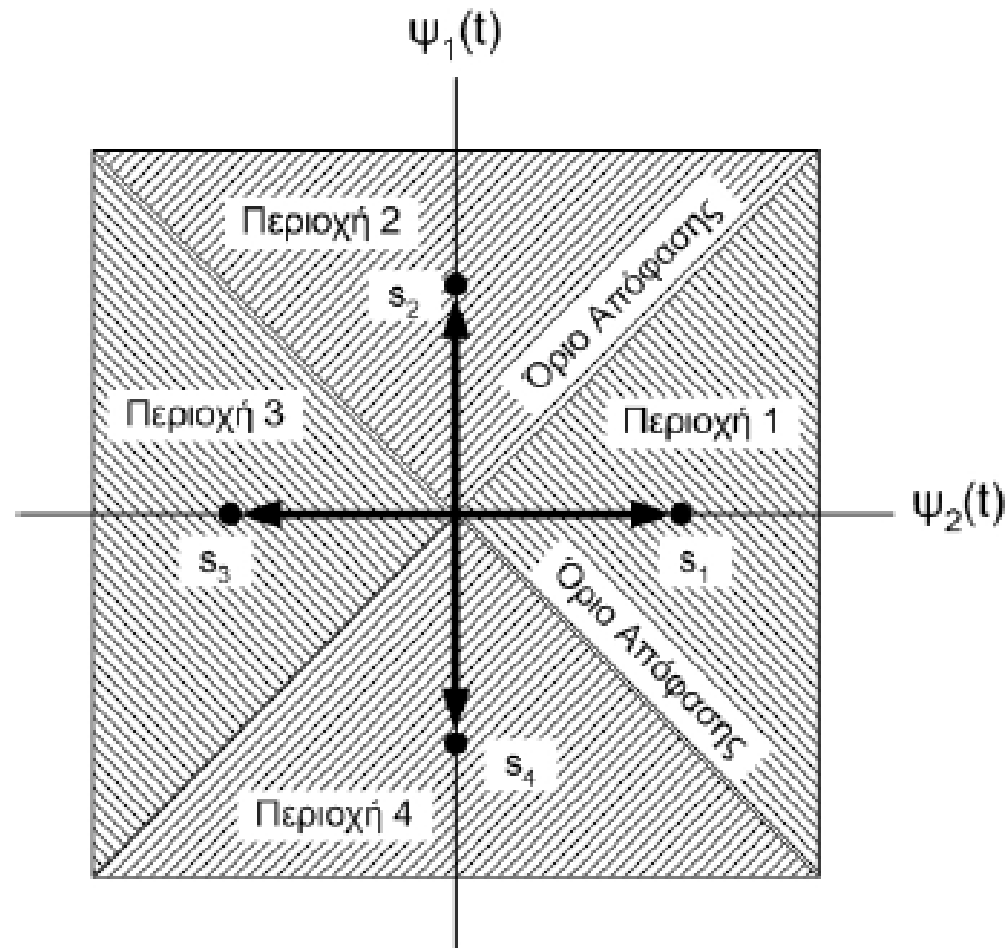
$$\psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(\omega_c t)$$

$$\psi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(\omega_c t)$$

$$s_i = a_{i1}\psi_1(t) + a_{i2}\psi_2(t)$$

$$= \sqrt{E} \cos\left(\frac{2\pi i}{M}\right)\psi_1(t) + \sqrt{E} \sin\left(\frac{2\pi i}{M}\right)\psi_2(t)$$

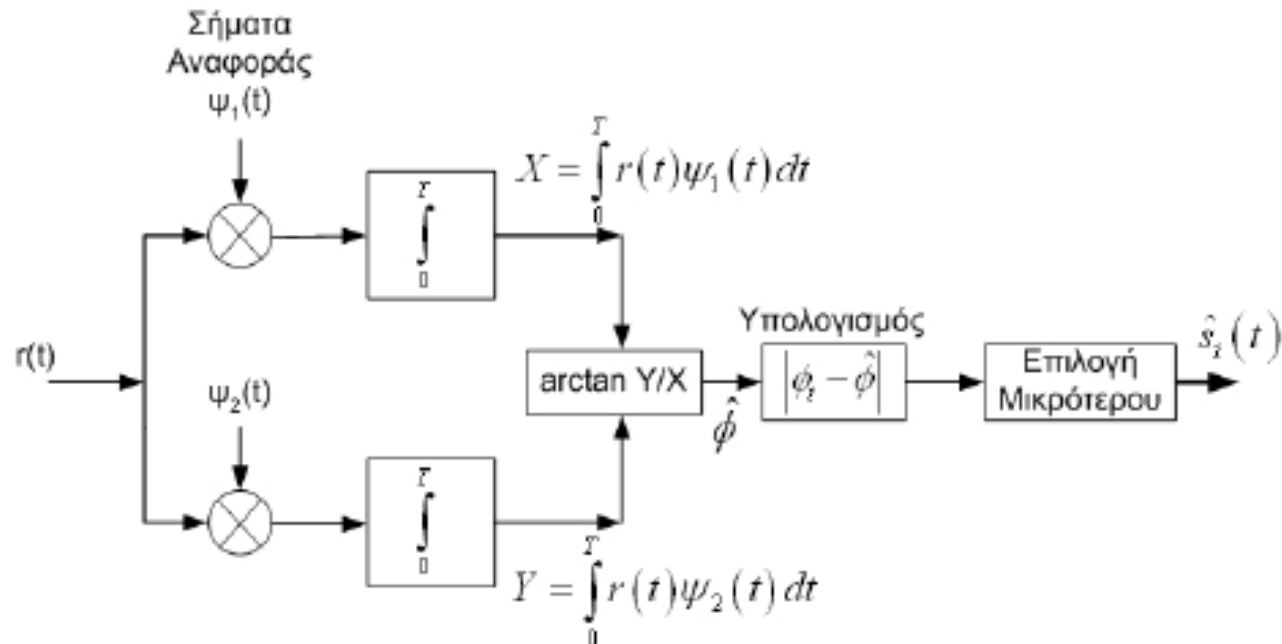
# Παράδειγμα Εφαρμογής στην QPSK



# Σύγχρονη Αποδιαμόρφωση MPSK

- ◆ Το λαμβανόμενο σήμα μπορεί να γραφεί

$$r(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} (\cos \phi_i \cos \omega_c t + \sin \phi_i \sin \omega_c t) + n(t)$$



# Πιθανότητα Σφάλματος Bit για Σύγχρονη Αποδιαμόρφωση BPSK

- ◆ Το πλέον σημαντικό μέτρο της απόδοσης των ψηφιακών διαμορφώσεων είναι η πιθανότητα σφάλματος  $P_E$ , ή πιθανότητα εσφαλμένου συμβόλου.
- ◆ Πολλές φορές όμως χρησιμοποιείται η πιθανότητα εσφαλμένου bit,  $P_B$ .
- ◆ Στην BPSK σύμβολο και bit ταυτίζονται, άρα και οι δύο πιθανότητες είναι ίσες.
- ◆ Θεωρούμε ότι τα δύο σήματα  $s_1(t)$  και  $s_2(t)$  είναι ισοπίθانا, και ότι η μόνη παραμόρφωση στο εκπεμπόμενο σήμα είναι λευκός προσθετικός θόρυβος Gauss.

# $P_B$ για BPSK

- ◆ Από το σχήμα με τις πιθανοφάνειες μπορούμε να διακρίνουμε ότι δύο ειδών σφάλματα μπορεί να προκύψουν.
  - Αν μεταδίδεται το  $s_1(t)$  αλλά ο θόρυβος είναι τέτοιος ώστε ο δέκτης επιλέγει την υπόθεση  $H_2$ .
  - Αν μεταδίδεται το  $s_2(t)$  αλλά ο θόρυβος είναι τέτοιος ώστε ο δέκτης επιλέγει την υπόθεση  $H_1$ .
- ◆ Η πιθανότητα σφάλματος γράφεται

$$P_B = P(H_2 | s_1)P(s_1) + P(H_1 | s_2)P(s_2)$$

- ◆ Έχουμε θεωρήσει ότι

$$P(s_1) = P(s_2) = \frac{1}{2} \quad P_B = \frac{1}{2}P(H_2 | s_1) + \frac{1}{2}P(H_1 | s_2)$$

# $P_B$ για BPSK

- ◆ Επιπλέον θεωρούμε συμμετρία των πιθανοφανειών

$$P(H_2 | s_1) = P(H_1 | s_2) = P_B$$

- ◆ Άρα

$$P_B = \int_{\gamma_o}^{\infty} p(z | s_2) dz = \int_{-\infty}^{\gamma_o} p(z | s_1) dz$$

$$p(z | s_1) = \frac{1}{\sigma_o \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{z - a_1}{\sigma_o} \right)^2 \right]$$

$$p(z | s_2) = \frac{1}{\sigma_o \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{z - a_2}{\sigma_o} \right)^2 \right]$$

# $P_B$ για BPSK

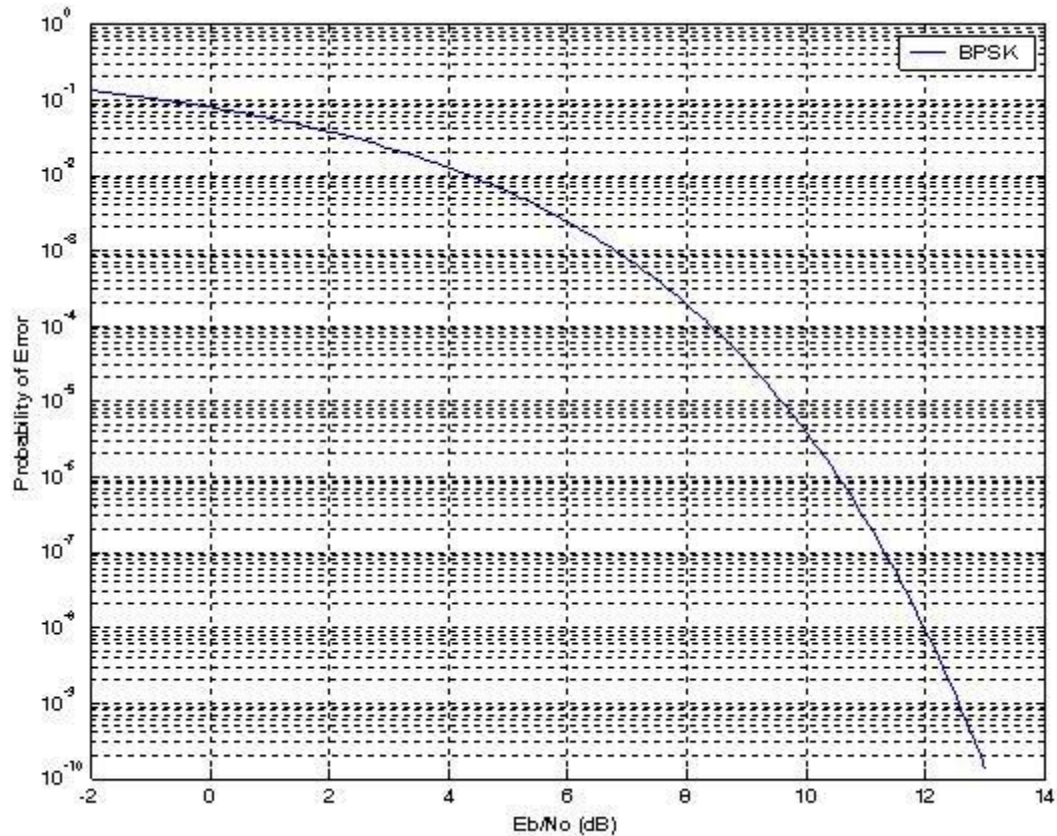
$$\begin{aligned} P_B &= \int_{\gamma_o}^{\infty} p(z|s_2) dz = \int_{\frac{(a_1+a_2)}{2}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_o \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z-a_2}{\sigma_o}\right)^2\right] dz \\ &= \int_{\frac{(a_1-a_2)}{2\sigma_o}}^{u=\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \\ &= Q\left(\frac{a_1-a_2}{2\sigma_o}\right) \end{aligned}$$

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_o}}\right)$$

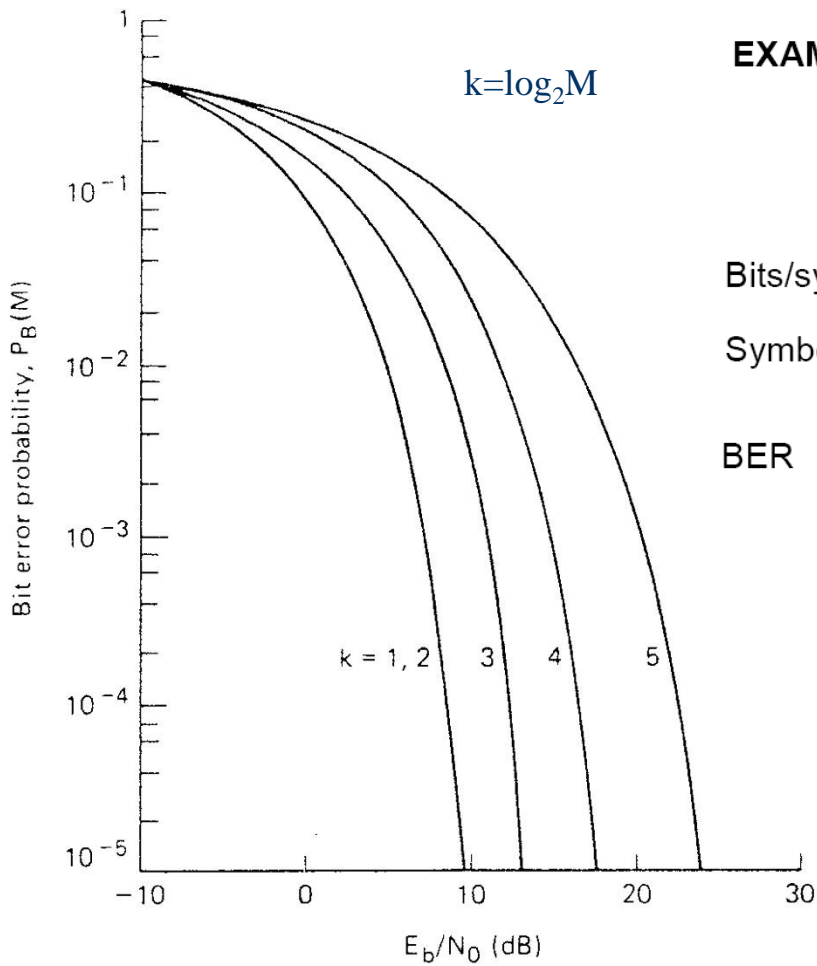
$$\frac{a_1 - a_2}{2\sigma_o} = \frac{\sqrt{E_b} - (-\sqrt{E_b})}{2\sqrt{\frac{N_o}{2}}} = \frac{2\sqrt{E_b}}{\sqrt{2}\sqrt{N_o}} = \sqrt{\frac{2E_b}{N_o}}$$



# $P_B$ για BPSK

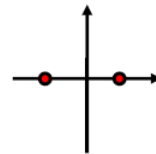


# Απόδοση των MPSK

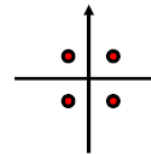


**EXAMPLES:**

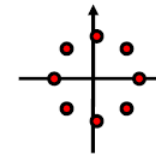
2PAM



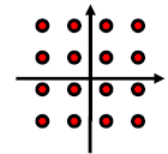
4QAM



8PSK



16QAM



Bits/symbol

1

2

3

4

Symbol energy

$E_b$

$2E_b$

$3E_b$

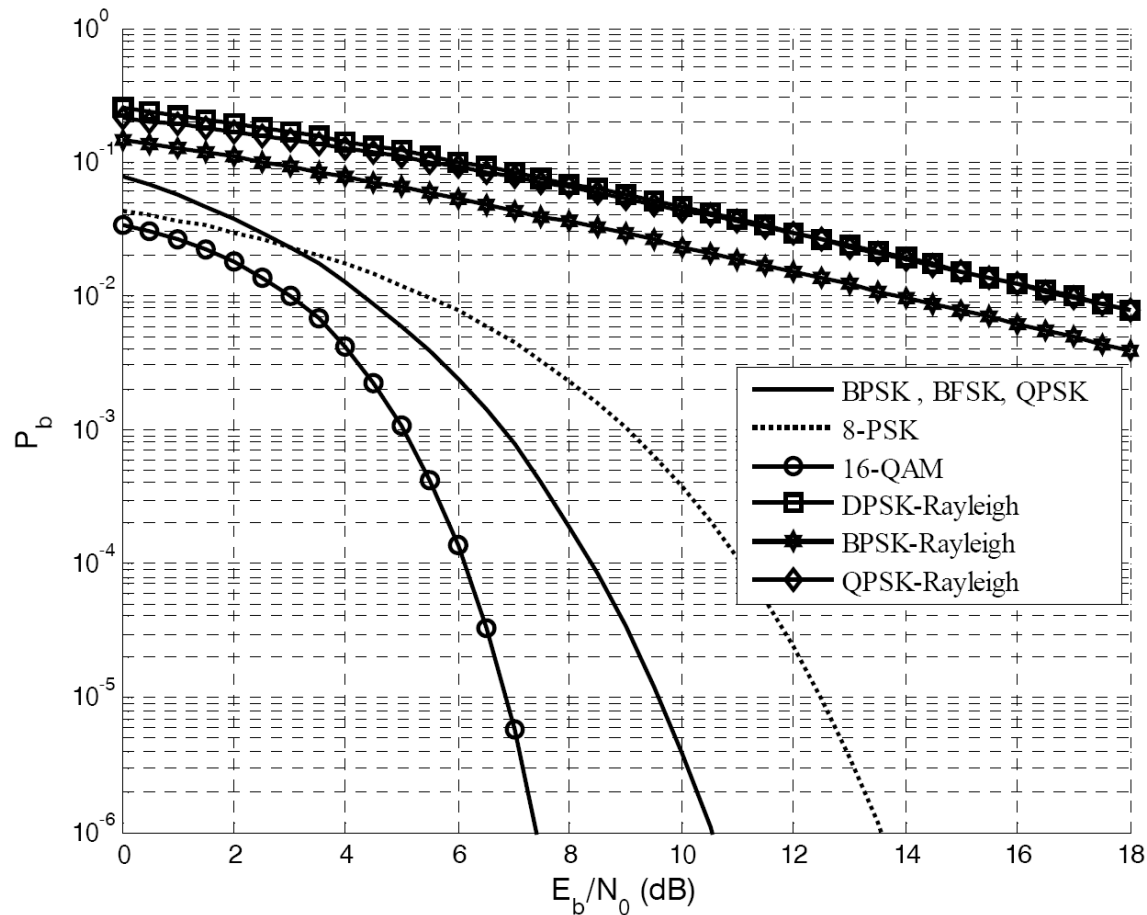
$4E_b$

BER

$$Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad \approx \frac{2}{3}Q\left(\sqrt{0.87\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad \approx \frac{3}{2}Q\left(\sqrt{\frac{E_{b,\max}}{2.25N_0}}\right)$$

Gray coding is used when calculating these BER.

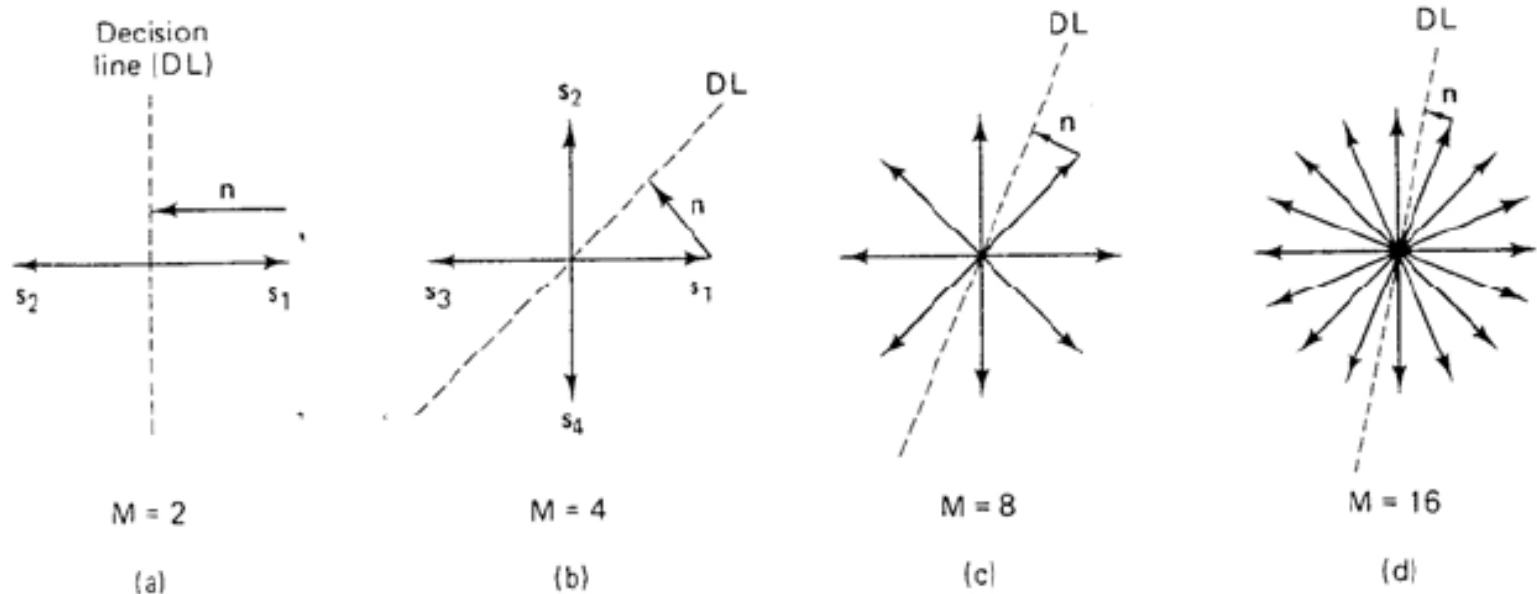
# Απόδοση των MPSK



# Απόδοση των MPSK

- ◆ Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνει ο αριθμός των bits/symbol τόσο επιδεινώνεται η απόδοση της διαμόρφωσης όσον αφορά στον απαιτούμενο λόγο  $E_b/N_0$  για δεδομένη πιθανότητα εσφαλμένου bit. Απαιτείται δηλαδή μεγαλύτερη ενέργεια ανά bit.
- ◆ Πρέπει όμως να θυμηθούμε ότι όσο αυξάνει ο αριθμός των bits/symbol τόσο μειώνεται το απαιτούμενο εύρος ζώνης.
- ◆ Υπάρχει συνεπώς μια ανταλλαγή εύρους ζώνης και ισχύος.
- ◆ Η τελευταία παρατήρηση δεν ισχύει για το BPSK και το QPSK, αφού έχουν την ίδια πιθανότητα εσφαλμένου bit.

# Απόδοση των MPSK



Με  $n$  συμβολίζουμε το ελάχιστο σε ενέργεια διάνυσμα θορύβου το οποίο θα προκαλούσε σφάλμα στην απόφαση του συμβόλου. Είναι κάθετο στη γραμμή απόφασης (διάκρισης των περιοχών απόφασης).

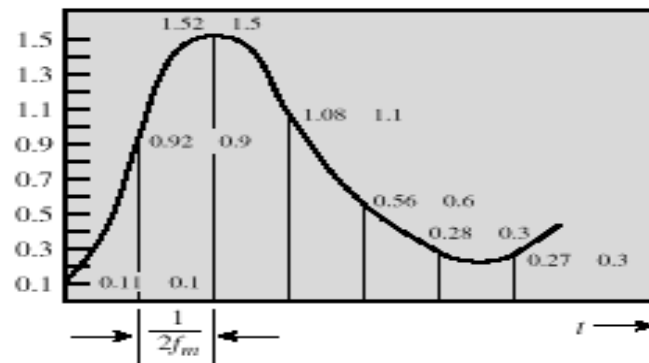
# Απόδοση των MPSK

- ♦ Από το προηγούμενο σχήμα επιβεβαιώνεται και η απαίτηση για μεγαλύτερη ισχύ όταν αυξάνεται ο αριθμός των bits/symbol για δεδομένη πιθανότητα σφάλματος. Όσο πυκνώνουμε τα διανύσματα στο χώρο, τόσο μειώνουμε την απαίτηση για εύρος ζώνης, αλλά και τόσο αυξάνουμε την απαίτηση για ισχύ, αφού για να επιτύχουμε την ίδια απόσταση μεταξύ των διανυσμάτων στα μεγάλα  $k$ , που υπάρχει σε μικρά  $k$ , πρέπει να αυξήσουμε το μέτρο τους, δηλαδή το πλάτος των σημάτων, μέχρι η απόσταση του άκρου των διανυσμάτων από τις γραμμές απόφασης (διάκρισης των περιοχών) να γίνει ίδια με εκείνη για  $k=1$ .

# Ψηφιακή μετάδοση αναλογικής πληροφορίας

- ◆ Pulse Code Modulation (PCM)
- ◆ Delta Modulation (DM)

# Pulse Code Modulation (PCM)



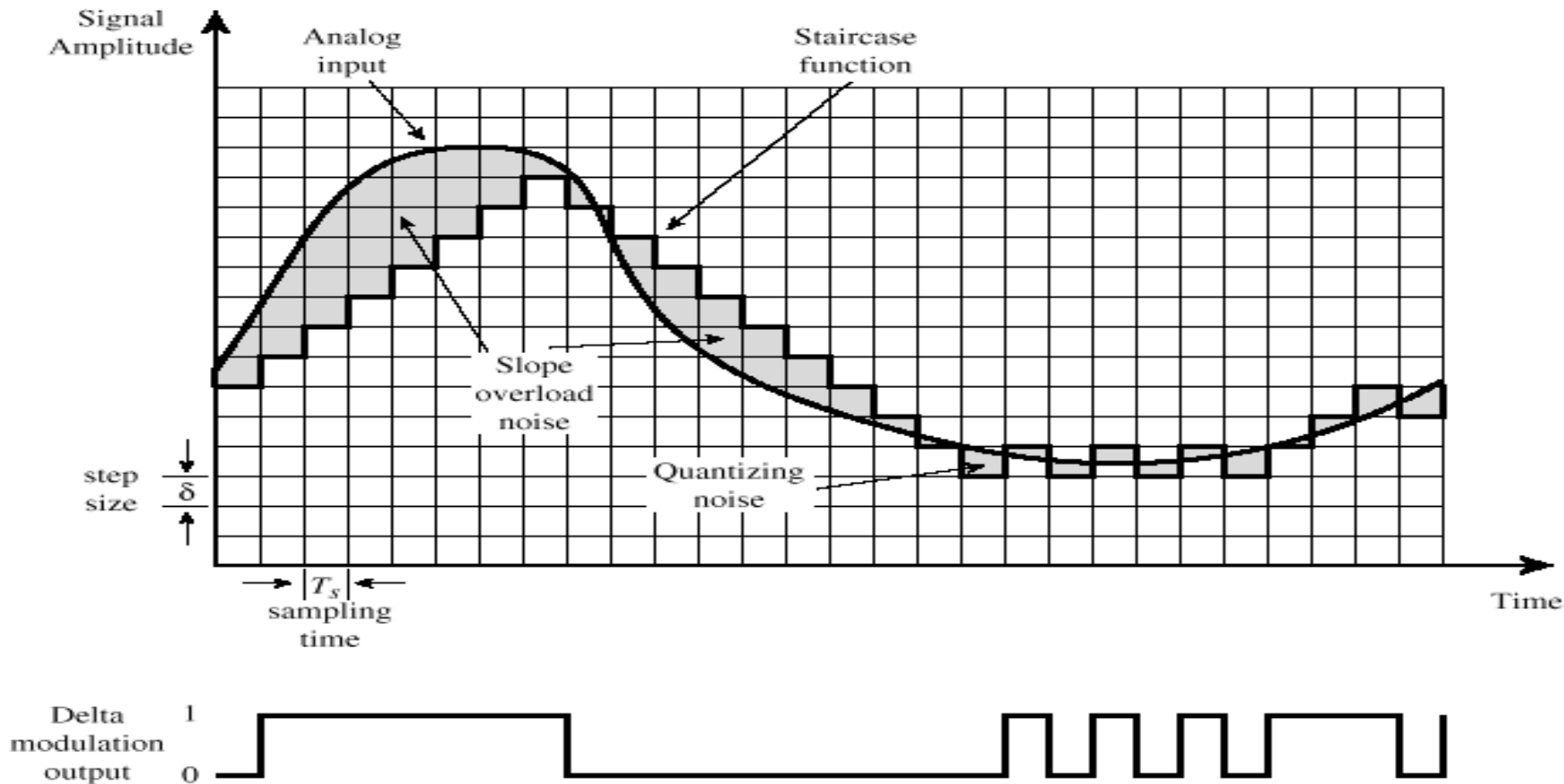
(a)

Digit	Binary Equivalent	PCM waveform
0	0000	—
1	0001	—
2	0010	—
3	0011	—
4	0100	—
5	0101	—
6	0110	—
7	0111	—

Digit	Binary Equivalent	PCM waveform
8	1000	—
9	1001	—
10	1010	—
11	1011	—
12	1100	—
13	1101	—
14	1110	—
15	1111	—



# Delta Modulation (DM)



# Ψηφιακή μετάδοση ψηφιακής πληροφορίας

- ◆ Μονοπολική NRZ (UniNRZ)
- ◆ Μονοπολική RZ (UniRZ)
- ◆ Διπολική RZ (BiRZ)
- ◆ Manchester

