

Γεωγραφική Ανάλυση

10 – Kriging

Δρ. Δημήτρης Καβρουδάκης

Μον. Επίκουρος Καθηγητής Γεωγραφικής Ανάλυσης

dimitrisk@aegean.gr

www.dimitrisk.gr



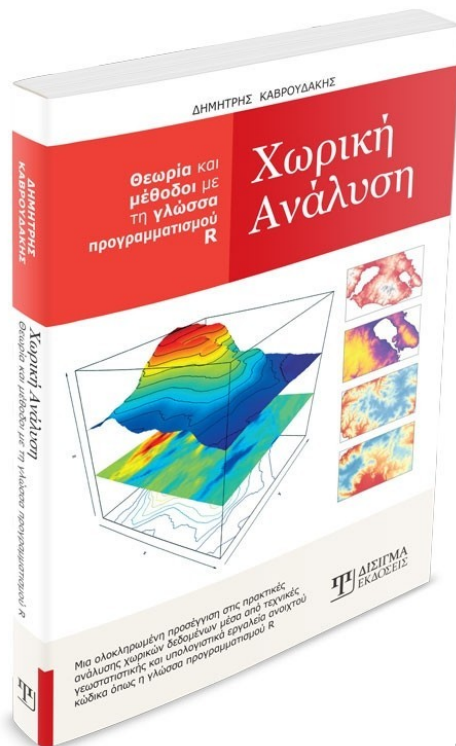
Πανεπιστήμιο Αιγαίου
Τμήμα Γεωγραφίας

SAG*i*SRS
ΧΑ-ΣΓΠ-ΤΗ

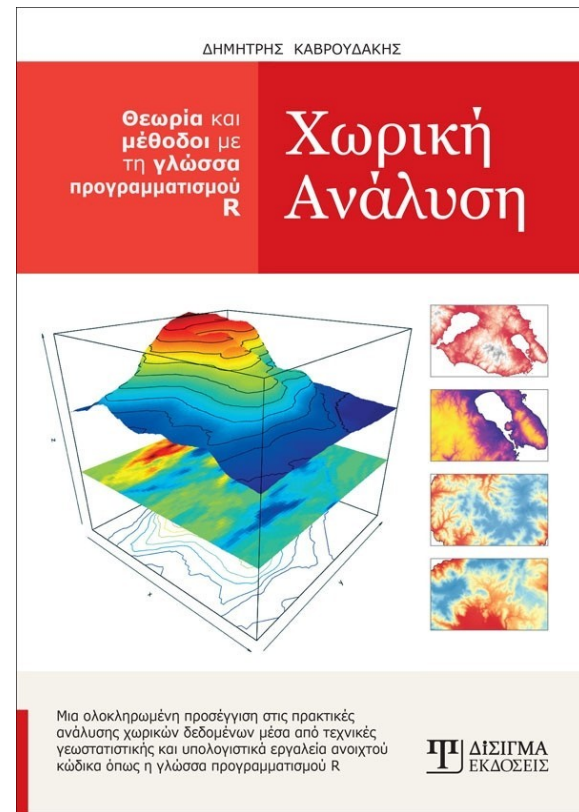
Spatial Analysis, Geographical Information Systems and Remote Sensing
Ερευνητική ομάδα Χωρικής Ανάλυσης, Συστημάτων Γεωγραφικών Πληροφοριών και Τηλεπισκόπησης

Δημήτρης Καβρουδάκης (2020) Χωρική Ανάλυση

Εκδόσεις ΔΙΣΙΓΜΑ, ISBN13: 978-618-202-021-0



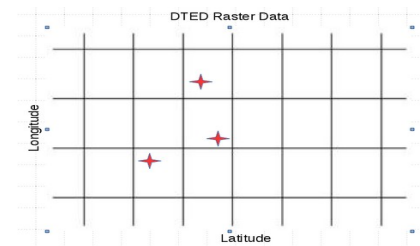
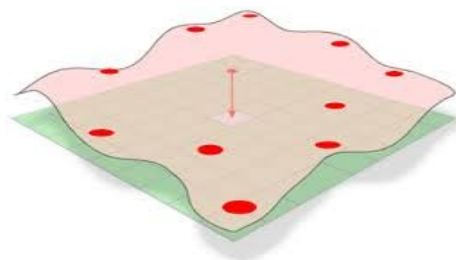
Κεφάλαιο: 10
Σελίδες: 267 - ...



- Χωρική Παρεμβολή
 - ανάγκη εκτίμησης τιμών
 - μονάδες παρατήρησης: λίγες, διεσπαρμένες
- στόχος ΧΠ:
 - εκτίμηση άγνωστων τιμών της μεταβλητής σε τυχαία σημεία στο χώρο
 - και η ποσοτικοποίηση της σχετικής αβεβαιότητας
- ορισμός μιας “επιφάνειας” παρεμβαλλόμενων τιμών
 - και μιας “επιφάνειας” αβεβαιότητας της παρεμβολής
- Σκοπός του κεφαλαίου
 - εισαγωγή στη γεωστατιστική μέθοδο χωρικής παρεμβολής Kriging
 - έμφαση στο Απλό Kriging
 - όπου η αναμενόμενη τιμή της μεταβλητής σε κάθε σημείο (παρατήρησης ή εκτίμησης) θεωρείται γνωστή



- Αρχικά δεδομένα σύνολο N μετρήσεων μιας μεταβλητής $\{z(s_n), n=1, \dots, N\}$
- s_n το σημείο παρατήρησης $\{n=1, \dots, N\}$ σε N μονάδες παρατήρησης
- Γενικός σκοπός: εκτίμηση M άγνωστων τιμών $\{z(t_m), m=1, \dots, M\}$ σε ένα σύνολο M σημείων $\{t_m, m=1, \dots, M\}$
 - με βάση μόνο τις N γνωστές αρχικές μετρήσεις
- M σημεία: διατεταγμένα στους κόμβους ενός καννάβου
 - ώστε αφού παραχθούν τα αποτελέσματα, να είναι δυνατή η οπτικοποίηση υπό μορφή επιφάνειας για μια μεταβλητή



- Στα πλαίσια αυτού του κεφαλαίου, θα χρειαστεί να κάνουμε δυο παραδοχές:
 - 1) Τα δεδομένα πηγής και οι τιμές στόχου αφορούν μόνο μια μεταβλητή Z καθώς επίσης πως οι μονάδες παρατήρησης είναι σημειακές
 - 2) Όλες οι N μετρήσεις συνεισφέρουν στην εκτίμηση της άγνωστης τιμής $z(t_m)$
 - Θα χρησιμοποιηθεί δηλαδή η μορφή της καθολικής χωρικής παρεμβολής
- Έστω μια Χωρική Στοχαστική Διεργασία $Z(s), s \in A$ η οποία μεταβάλλεται συνεχώς στην περιοχή μελέτης A .
- Έχουμε ένα σύνολο παρατηρήσεων $Z_i, i=1, \dots, n$ για μια χωρικά συνεχής μεταβλητή, οι οποίες έχουν καταγραφεί σε λίγες συγκεκριμένες θέσεις s της περιοχής μελέτης A
 - Σκοπός της Χωρικής Παρεμβολής είναι να ποσοτικοποιηθεί η χωρική διαφοροποίηση της μεταβλητής σε ολόκληρη την περιοχή μελέτης A
 - χρησιμοποιώντας μόνο τις τιμές στα γνωστά σημεία του δείγματος μας
- Για εκτίμηση τιμών σε όλη την περιοχή μελέτης, είναι αναγκαία η κατανόηση της μεταβλητότητας των δεδομένων μας
 - Η μοντελοποίηση της χωρικής μεταβλητότητας των τιμών της μεταβλητής Z στην περιοχή μελέτης A βοηθάει να εκτιμήσουμε τιμές σε θέσεις οι οποίες δεν ανήκουν στο αρχικό χωρικό δείγμα

- Γενικώς, η συμπεριφορά των χωρικών φαινομένων είναι συχνά αποτέλεσμα του συνδυασμού των επιπτώσεων δύο διαδικασιών:
- Επιπτώσεις Πρώτης Τάξης (first order):
 - σχετίζονται με τη μεταβλητότητα στη μέση τιμή της χωρικής διαδικασίας και εκπροσωπούν μεγάλης κλίμακας τάσεις-διαφοροποιήσεις
- Επιπτώσεις Δεύτερης Τάξης (second order):
 - είναι αποτέλεσμα της δομής της χωρικής συσχέτισης στη διαδικασία. Είναι δηλαδή, η ροπή για αποκλίσεις από τη μέση τιμή σε γειτονικές θέσεις και εκπροσωπούν τοπικές επιπτώσεις



- Στάσιμη Χωρική Διεργασία (stationary)
 - αυτή της οποίας οι τιμές είναι ανεξάρτητες από την απόλυτη θέση στην περιοχή μελέτης **A**
- Οι τιμές **$Z(s)$** και η διακύμανση **$var(Z(s))$** είναι σταθερές στην περιοχή μελέτης **A**
- Σε μια στάσιμη χωρική διεργασία
 - η συνδιασπορά των τιμών μεταξύ δυο σημείων **$cov(S_i, S_j)$** εξαρτάται από τη μεταξύ τους σχετική θέση (απόσταση, κατεύθυνση)
 - αλλά όχι από την απόλυτη γενική θέση τους στην περιοχή μελέτης **A**
- Μια στάσιμη διαδικασία ορίζεται ως ισοτροπική
 - εάν η συνδιασπορά εξαρτάται μόνο από την απόσταση μεταξύ των σημείων **s_i** και **s_j** και όχι από την κατεύθυνση κατά την οποία διαχωρίζονται
- Αντιθέτως, μη-στάσιμη (ετερογενής) θεωρείται η διαδικασία
 - αν η μέση τιμή και η διασπορά (ή η συνδιασπορά) διαφοροποιούνται εντός της περιοχής μελέτης.

10.3 Μειονεκτήματα γενικευμένων μεθόδων χωρικής παρεμβολής

- Οι γενικευμένες μέθοδοι χωρικής παρεμβολής που έχουμε εξετάσει μέχρι τώρα, παρουσιάζουν κάποια μειονεκτήματα:
 - 1)δεν μπορούν να δώσουν άμεση εκτίμηση για την ποιότητα των τιμών της μεταβλητής που εκτιμήθηκε.
 - 2)οι επιλεγείσες τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν, δεν μπορεί να αξιολογηθεί αν είναι πραγματικά οι βέλτιστες.
 - 3)αναφέρονται αποκλειστικά μόνο σε χωρικές διαφοροποιήσεις πρώτης τάξης εκπροσωπώντας μεγάλης κλίμακας τάσεις.
 - 4)δεν υπάρχει ένας αντικειμενικός τρόπος επιλογής του πλήθους γειτονικών σημείων που είναι αναγκαία για την εφαρμογή των τοπικών εκτιμήσεων
 - 5)δεν είναι γνωστά τα λάθη (αβεβαιότητα) που σχετίζονται με τις εκτιμώμενες τιμές των αποτελεσμάτων.

10.4 Βήματα Γεωστατιστικής Χωρικής Παρεμβολής

- **Βήμα 1:** Διερεύνηση αν οι αναμενόμενες τιμές της μεταβλητής, μεταβάλλονται χωρικά (υπάρχει πληροφορία ικανή να διαφοροποιήσει χωρικά τις αναμενόμενες τιμές της μεταβλητής)
 - Αν ναι, τότε υπολογίζουμε τις διαταράξεις στα σημεία παρατήρησης με βάση τις γνωστές αναμενόμενες τιμές
 - Αν όχι, τότε θεωρούμε ότι όλες οι αναμενόμενες τιμές είναι ίσες (μ = χωρικά σταθερή, κοινή αναμενόμενη τιμή).
- **Βήμα 2:** Υπολογισμός του εμπειρικού ημιβαριογράμματος της μεταβλητής βασισμένο σε όλα τα ζεύγη μετρήσεων
- **Βήμα 3:** Προσαρμογή ενός μοντέλου ημιβαριογράμματος στο εμπειρικό ημιβαριόγραμμα.
 - Δηλαδή, εκτίμηση των παραμέτρων (επίδραση κόκκου, οροφή και εύρος) ενός θεωρητικού μοντέλου ημιβαριογράμματος.
- **Βήμα 4:** Εφαρμογή της μεθόδου Απλού Kriging για εκτίμηση των άγνωστων διαταράξεων και της σχετικής αβεβαιότητας.
- **Βήμα 5:** Πρόσθεση των αναμενόμενων τιμών σε κάθε σημείο εκτίμησης για να μετασχηματιστούν οι εκτιμώμενες διαταράξεις σε εκτιμώμενες τιμές της μεταβλητής

10.5 Συνδιασπορά και συσχέτιση

- Ανάγκη για κάποιο μέτρο που να εκφράζει το βαθμό κάποιας μορφής εξάρτησης μεταξύ δύο τυχαίων μεταβλητών
- Έστω X και Y δύο τυχαίες μεταβλητές με μέσες τιμές μ_X και μ_Y
- συνδιακύμανση ή συνδιασπορά (covariance) των X και Y
 - $\sigma_{XY} = \text{Cov}(X, Y)$ ή $\text{Cov}(X, Y) = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]$
- Μέτρο του τρόπου με τον οποίο οι δύο μεταβλητές μεταβάλλονται από κοινού
- Μέση ταυτόχρονη μεταβλητότητα των X και Y γύρω από τις επιμέρους μέσες τιμές τους
- Αν πράγματι οι δυο μεταβλητές σχετίζονται, τότε θα μεταβάλλονται γύρω από τη μέση τιμή τους με παρόμοιο τρόπο
 - άθροισμα γινομένων το οποίο μεγιστοποιείται (σε απόλυτη τιμή) όταν ταυτόχρονα κάθε μεταβλητή παίρνει τιμές κοντά στη μέση τιμή της
- $\text{cov}(X, Y) < 0 \rightarrow$ Αρνητική συσχέτιση
 - (μια “μεγάλη” τιμή της X συνεπάγεται μια “μικρή” τιμή της Y)
- $\text{cov}(X, Y) = 0 \rightarrow$ Έλλειψη συσχέτισης
- $\text{cov}(X, Y) > 0 \rightarrow$ Θετική συσχέτιση

$$\text{cov}(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n - 1}$$

- χρειάζεται να ποσοτικοποιηθεί και το μέγεθος της συνδιασποράς μεταξύ των δυο μεταβλητών
- Συντελεστής Συσχέτισης (Pearson correlation coefficient) ο οποίος είναι μια τυποποίηση (standardization) της συνδιασποράς.
 - Ουσιαστικά είναι μια απαλλαγή του μέτρου από μονάδες μέτρησης, διαιρώντας με τις τυπικές αποκλίσεις των μεταβλητών
- (Εξίσωση 10.2) είναι ένα μέτρο ποσοτικοποίησης της κατεύθυνσης και του μεγέθους της σχέσης μεταξύ δυο μεταβλητών X και Y

$$\rho_{xy} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

Εξίσωση 10.2: Υπολογισμός του Συντελεστή Συσχέτισης μεταξύ δυο μεταβλητών

10.6 Θεωρία περιφερειοποιημένων Μεταβλητών

- Η θεωρία των περιφερειοποιημένων μεταβλητών (regionalized variable theory) υποθέτει ότι η χωρική διαφοροποίηση μιας οποιασδήποτε μεταβλητής μπορεί να θεωρηθεί ως το άθροισμα των εξής τριών βασικών συνισταμένων:
 - Συνισταμένη 1: Δομική συνισταμένη (Structural Part), η οποία έχει μια σταθερή μέση τιμή (“τάση” ή trend).
 - Συνισταμένη 2: Τυχαία συνισταμένη (αλλά χωρικά συσχετισμένη), γνωστής και ως περιφερειοποιημένη μεταβλητή
 - Συνισταμένη 3: Ένας μη χωρικά συσχετισμένος τυχαίου θόρυβος ή ένα υπόλοιπο τυχαίου σφάλματος
- Σύμφωνα με την παραπάνω θεωρία, η τιμή της μεταβλητής σε ένα σημείο δίνεται από την παρακάτω **Εξίσωση 10.3**:

$$Z(s_i) = m(s_i) + U(s_i) + \varepsilon$$

Εξίσωση 10.3: Συνισταμένες της θεωρίας περιφερειοποιημένων μεταβλητών

- **$m(s_i)$** : μια αιτιοκρατική συνάρτηση που περιγράφει τη γενική δομική συνισταμένη της z στο σημείο s_i .
- **$U(s_i)$** : ένας στοχαστικός όρος που εκφράζει τα υπόλοιπα από την $m(s_i)$ που μεταβάλλονται τοπικά αλλά είναι χωρικά συσχετισμένα
 - δηλαδή την περιφεραιοποιημένη μεταβλητή
- **ε** : τα χωρικά-ανεξάρτητα σφάλματα που ακολουθούν μια κανονική κατανομή με μέση τιμή μηδέν και διασπορά σ^2
- Αν η προηγούμενη **Εξίσωση 10.3** εκφράζει μια εσωτερική στάσιμη χωρική διαδικασία
 - και αν οι δομικές επιπτώσεις (π.χ. η μέση τιμή στην περιοχή μελέτης) μπορούν να εξηγηθούν (δηλαδή η εναπομείνασα διασπορά είναι ομοιογενής ως προς τη διαφοροποίησή της)
 - τότε οι διαφορές μεταξύ των σημείων είναι ουσιαστικά μια συνάρτηση της απόστασης μεταξύ τους
- Η προηγούμενη **Εξίσωση 10.3** μπορεί τότε να πάρει τη παρακάτω μορφή (**Εξίσωση 10.4**) για την κατανόηση της οποίας αρκεί μόνο η εκτίμηση της **$\gamma(h)$** :

$$Z(s_i) = m(s_i) + \gamma(h) + \varepsilon$$

Εξίσωση 10.4: Μετασχηματισμός της εξίσωσης των συνισταμένων της θεωρίας περιφεραιοποιημένων μεταβλητών



- Όπως είδαμε στο υποκεφάλαιο 9.12 (εμπειρικό ημιβαριόγραμμα), μεταβλητές οι οποίες μετριοούνται σε χωρικά υποστηρίγματα εμφανίζουν “χωρική εξάρτηση”
- Ανάγκη μελέτης του τρόπου με τον οποίο συµµεταβάλλονται (ή συσχετίζονται) οι αποκλίσεις των παρατηρούµενων τιµών από τη µέση τιμή
 - σε διαφορετικά σηµεία στο χώρο
- πχ, η απόκλιση από τη µέση υγρασία σε μια θέση
 - είναι πιθανότερο να είναι παρόμοια με την τιμή σε μια κοντινή θέση (5 μέτρα)
 - ή σε μια μακρινότερη θέση (1χλμ) ;
- Για μια χωρική στοχαστική διαδικασία $\{Z(s), s \in A\}$
 - η συνδιασπορά αυτής της διαδικασίας σε δύο σηµεία **S_i** και **S_j** (Εξίσωση 10.5)
 - η συσχέτιση αυτής της διαδικασίας σε δύο σηµεία **S_i** και **S_j** (Εξίσωση 10.6)

$$\text{cov}(s_i, s_j) = \frac{\sum (Z_{(s_i)} - \mu_{(s_i)})(Z_{(s_j)} - \mu_{(s_j)})}{n-1}$$

Εξίσωση 10.5: Υπολογισµός συνδιασποράς
μεταξύ δυο σηµείων S_i και S_j

$$\rho(s_i, s_j) = \frac{\text{cov}(s_i, s_j)}{\sigma(s_i) \sigma(s_j)}$$

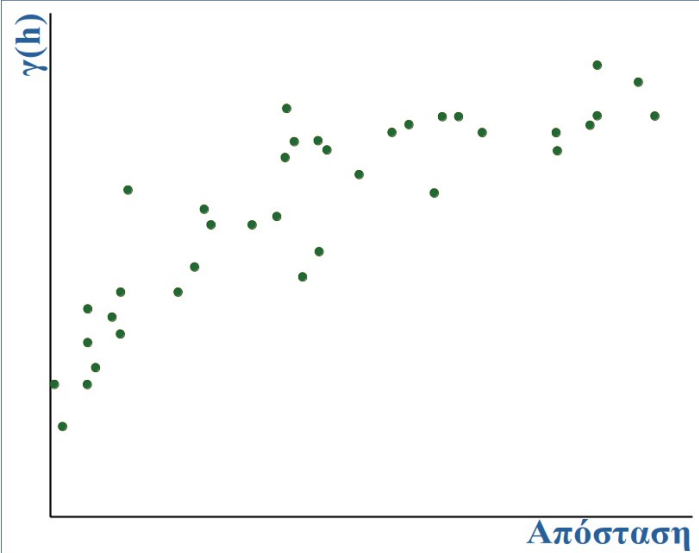
Εξίσωση 10.6: Υπολογισµός **συσχέτισης** μεταξύ δυο
σηµείων S_i και S_j

- Το βαριόγραμμα είναι μια προσέγγιση ποσοτικοποίησης της διακύμανσης των τιμών μιας μεταβλητής, ανά ζεύγος σημείων
- Υπολογίζει δηλαδή για όλα τα πιθανά ζεύγη σημείων
 - τη διαφορά των τιμών τους, για μια μεταβλητή
- διάγραμμα βαριογράμματος
 - οριζόντιο άξονα την απόσταση (μεταξύ των σημείων)
 - κάθετο άξονα ένα μέτρο διαφοράς μεταξύ δυο τιμών
 - Αν χρησιμοποιηθεί ως μέτρο συνάφειας η τετραγωνική ημι-διαφορά, το ονομάζουμε ημι-βαριόγραμμα
- Εμπειρικό βαριόγραμμα: διάγραμμα που σχετίζει τη διακύμανση των τιμών ζευγαριών σημείων που απέχουν μεταξύ του συγκεκριμένη απόσταση
 - προέρχεται από τα πειραματικά (εμπειρικά) δεδομένα μας
- Θεωρητικό βαριόγραμμα: μαθηματική συνάρτηση η οποία μοντελοποιεί τη γενική τάση μεταβολής της διακύμανσης με βάση την απόσταση
 -

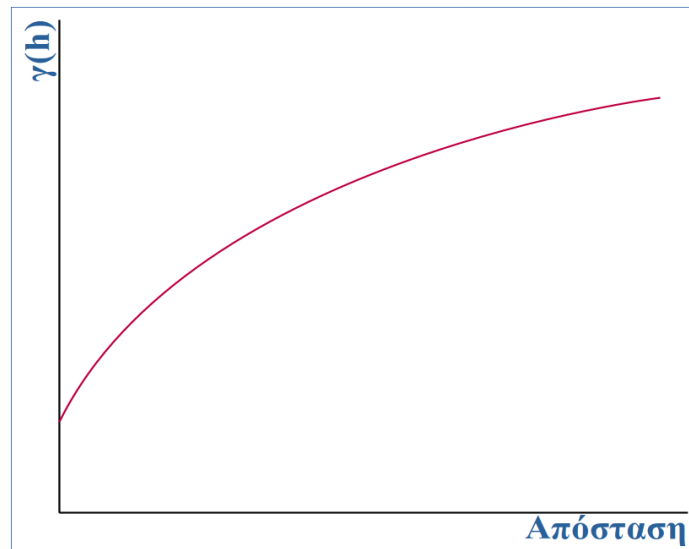
- Το βαριόγραμμα μπορεί να εκτιμηθεί από τα στοιχεία ενός δείγματος ως εξής:
 - $\gamma(h)$: ημι-διακύμανση μεταξύ των τιμών
 - $h(lag)$: τα εύρη αποστάσεων μεταξύ των ζευγαριών σημείων
 - $Z(x_i)$ και $Z(x_i+h)$: οι τιμές της μεταβλητής σε δυο θέσεις x_i και x_i+h στην περιοχής μελέτης
 - n : πλήθος των ζευγαριών σημείων για κάθε μπάντα απόστασης (lag)
 - $\sum_{dist(x_i, x_j)=h}^n$ είναι το άθροισμα για όλα τα ζευγάρια των παρατηρούμενων σημείων που απέχουν μεταξύ τους απόσταση h
 - n : το πλήθος των ζευγαριών σημείων που χρησιμοποιήθηκαν στις μετρήσεις μας
- Καθώς η απόσταση μεταβάλλεται, μια σειρά από τιμές γ εκτιμώνται, δημιουργώντας έτσι το εμπειρικό βαριόγραμμα (ή “δειγματικό” ή “πειραματικό”)

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2n(h)} \sum_{dist(x_i, x_j)=h}^n \{Z(x_i) - Z(x_{i+h})\}^2$$

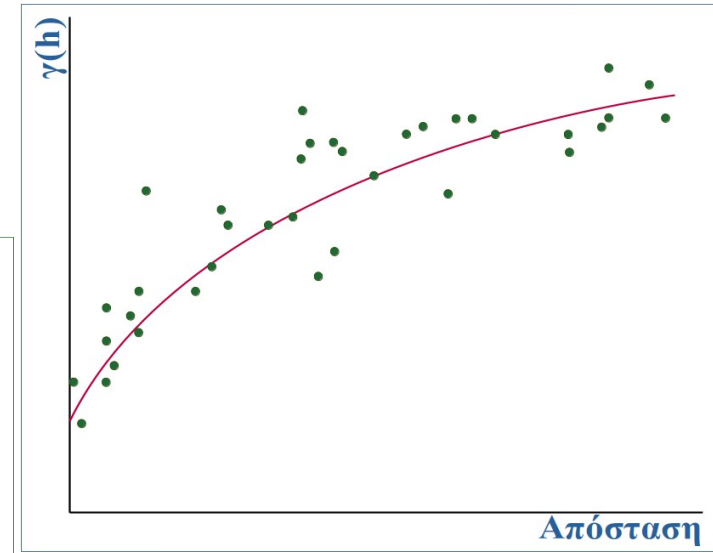
Εξίσωση 10.7: Υπολογισμός τιμών βαριογράμματος για δυο σημεία που απέχουν απόσταση h



(α) Εμπειρικό βαριόγραμμα

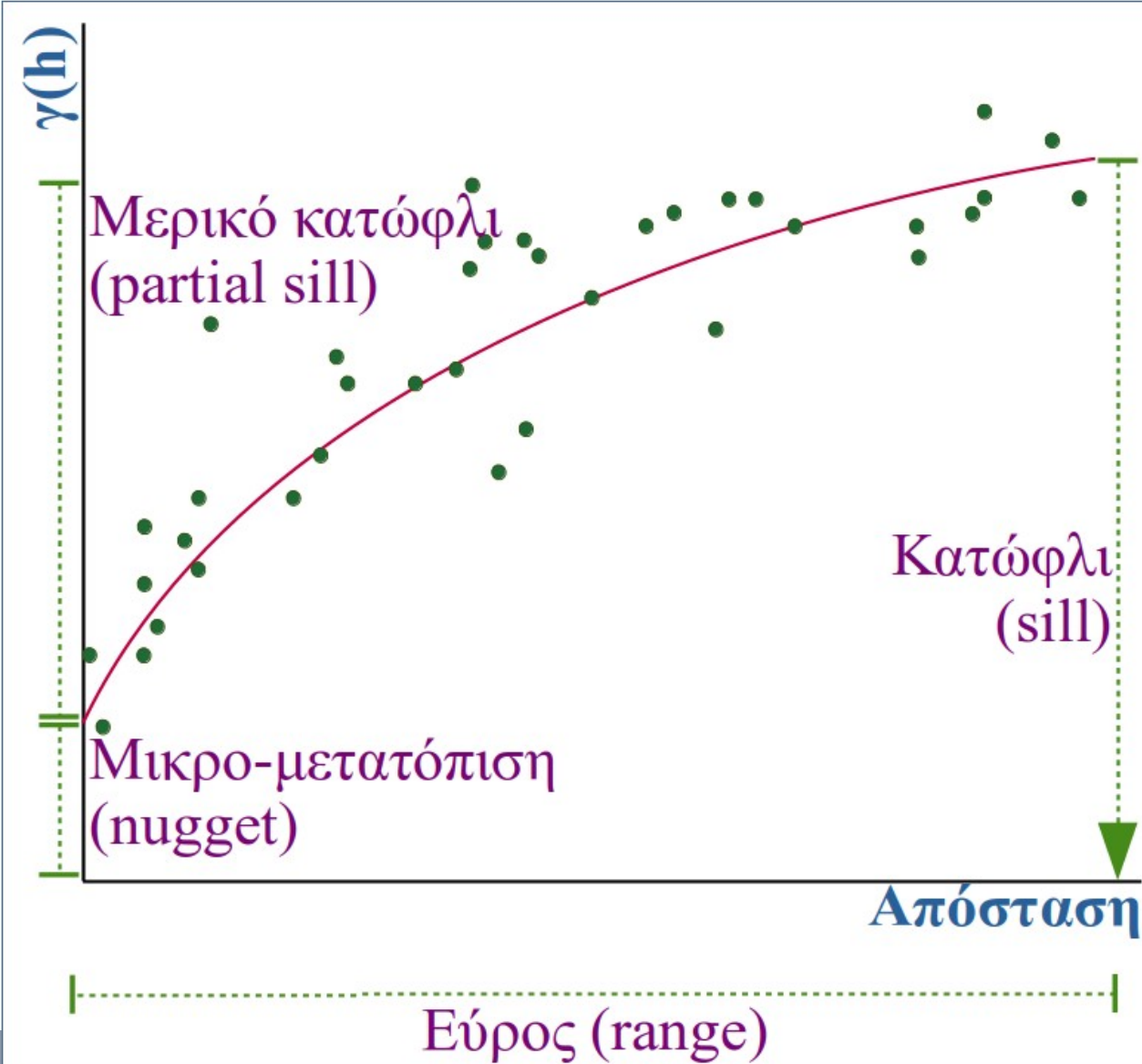


(β) Θεωρητικό βαριόγραμμα



(γ) Εμπειρικό βαριόγραμμα μαζί με θεωρητικό μοντέλο

Εικόνα 10.1: (α) Εμπειρικό βαριόγραμμα, (β) Θεωρητικό βαριόγραμμα, (γ) Εμπειρικό βαριόγραμμα μαζί με θεωρητικό μοντέλο



Εικόνα 10.2: Χαρακτηριστικά του θεωρητικού μοντέλου βαριογράμματος

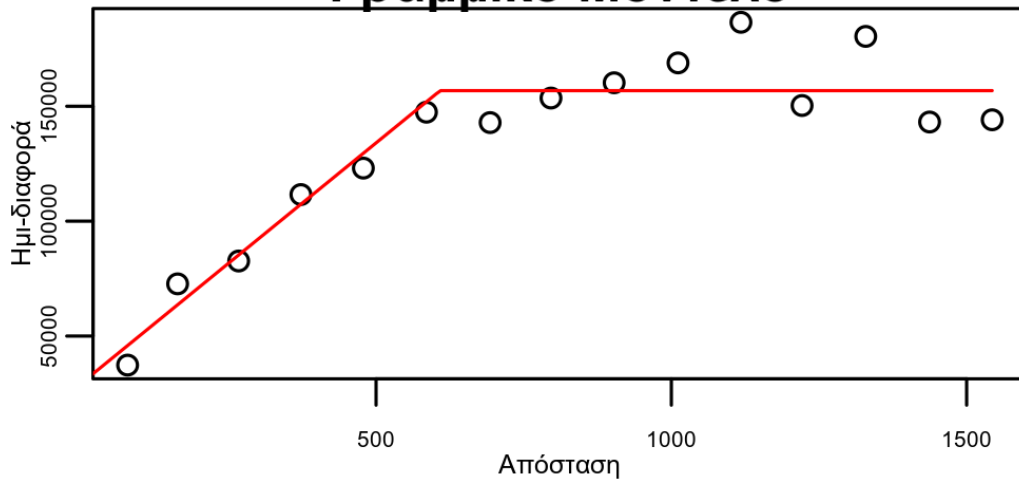
Σχήμα θεωρητικού μοντέλου βαριογράμματος

- καθώς οι τιμές της απόστασης h αυξάνουν
 - η τιμή της $\gamma(h)$ αυξάνεται ασυμπτωτικά προς ένα ανώτερο όριο που ονομάζεται κατώφλι (sill)
- η καμπύλη της $\gamma(h)$ αυξάνεται μέχρι να φτάσει στο κατώφλι
 - οπότε λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της σε μια απόσταση που ορίζει το εύρος (range)
 - η οποία με τη σειρά της καθορίζει το χώρο εντός του οποίου οι μεταξύ των σημείων διαφοροποιήσεις είναι χωρικά εξαρτημένες
- Φαίνεται πως η εκτιμώμενη καμπύλη $\gamma(h)$ δεν περνά από την αρχή των αξόνων αλλά τέμνει τον κάθετο άξονα σε ένα σημείο με θετική τιμή.
- Επομένως, η θετική τιμή $\hat{\gamma}(h)h \rightarrow 0$ είναι μια εκτίμηση του ε
 - δηλαδή του μη χωρικού θορύβου ή υπόλοιπου, γνωστό ως μικρο-μετατόπιση
- σε περιπτώσεις που οι τιμές των διασπορών είναι ευρέως διασκορπισμένες
 - αυτό δηλώνει ότι η εκτίμηση της $\gamma(h)$ έγινε με τη χρήση σχετικά μικρού δείγματος

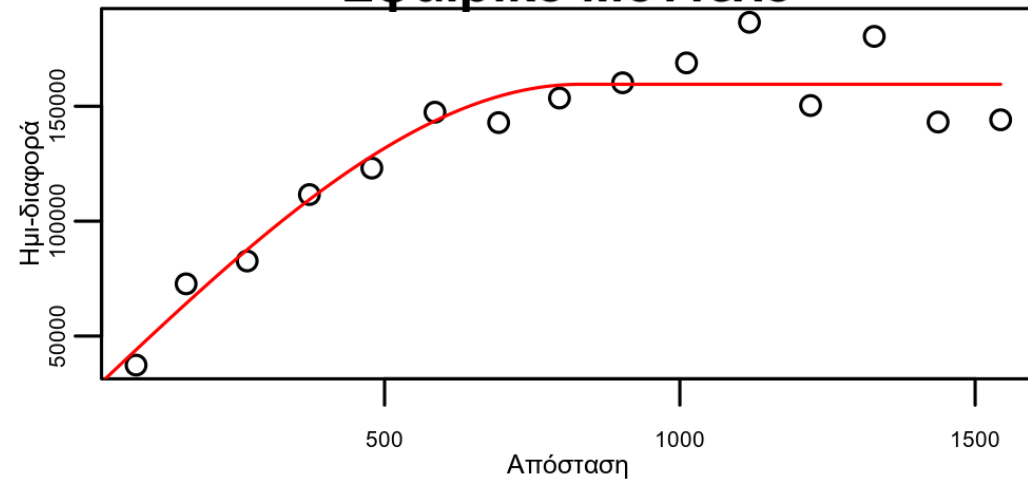
- **Κατώφλι (sill):** η τιμή στον οριζόντιο άξονα στην οποία το μοντέλο φτάνει στο εύρος.
 - Θεωρητικά ισούται με τη διακύμανση του πληθυσμού των δειγμάτων σε μεγάλες αποστάσεις διαχωρισμού, εάν απουσιάζουν τοπικές τάσεις.
- **Εύρος (range):** η απόσταση στην οποία επιτυγχάνεται η μεγαλύτερη τιμή της διακύμανσης.
 - Είναι δηλαδή το τμήμα που δείχνει συνεχή μεταβολή της ημι-μεταβλητότητας, αυξανόμενης της απόστασης μεταξύ δυο θέσεων. Εντός του εύρους, κοντινές μεταξύ τους θέσεις, είναι πιο όμοιες (χωρικά εξαρτημένες). Σημεία που τα χωρίζουν μεγαλύτερες απόστασης του εύρους, είναι χωρικά ανεξάρτητα. Το εύρος εξαρτάτε από τη κλίμακα παρατήρησης και τις χωρικές αλληλεπιδράσεις συνθηκών που μπορεί να επηρεάζουν το φαινόμενο μελέτης. Η σπουδαιότητα του έγκειται στο ότι σημεία που απέχουν μεταξύ τους απόσταση μεγαλύτερη του εύρους, δεν παρουσιάζουν καμία χωρική συσχέτιση, κάτι που μπορεί να έχει μεγάλη σημασία στον σχεδιασμό δειγματοληπτικών μεθόδων.
- **Μικρο-μετατόπιση (nugget):** η χωρική διακύμανση που οφείλεται στο συστηματικό λάθος μέτρησης και δειγματοληψίας, ή σε άλλες άγνωστες πηγές. Σε μικρομεταβολές που δεν μπορούν να ανιχνευθούν στην κλίμακα δειγματοληψίας.
- **Μερικό κατώφλι (partial sill):** η διαφορά της μικρο-μετατοπισης από το κατώφλι και είναι το ανώτερο όριο που μπορεί να φτάσει η τιμή όσο αυξάνεται η τιμή .

- Μετά τη δημιουργία του εμπειρικού ημιβαριογράμματος απαιτείται προσαρμογή κατάλληλων μαθηματικών μοντέλων (θεωρητικό βαριόγραμμα) που να περιγράφουν με σαφήνεια τη χωρική διακύμανση της ιδιότητας της μεταβλητής που εξετάζεται.
- μορφή του βαριογράμματος
 - είναι ιδιαίτερα κατατοπιστική σχετικά με το είδος της χωρικής διαφοροποίησης που υπάρχει στην περιοχή μελέτης
 - συμμετέχει σημαντικά στη διαδικασία της γεωστατιστικής χωρικής παρεμβολής.
- Τα πιο συνηθισμένα θεωρητικά μοντέλα βαριογράμματος είναι τα ακόλουθα
 - εφαρμοσμένα στα ίδια δεδομένα (Εικόνα 10.3)
 - το Γραμμικό (linear)
 - το Σφαιρικό (spherical)
 - το Εκθετικό (exponential)
 - το μοντέλο Gauss (Gaussian)

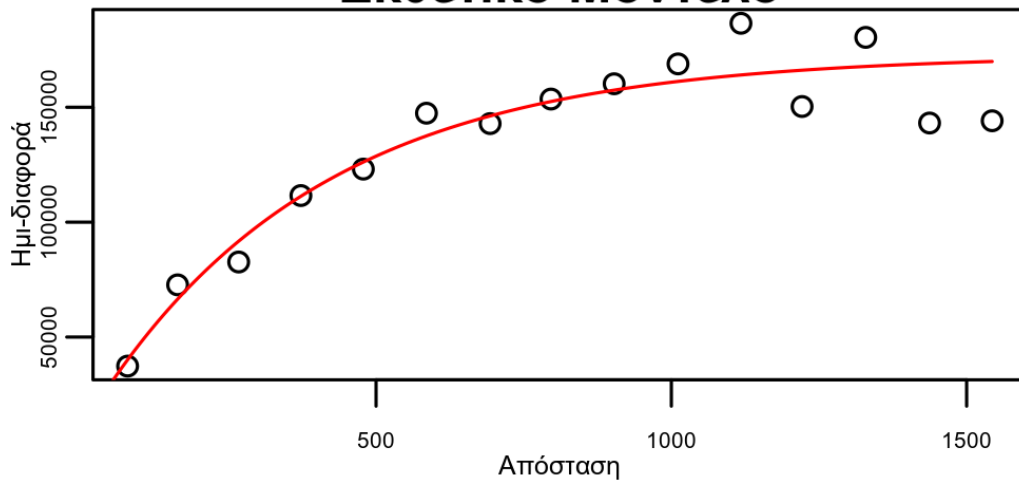
Γραμμικό Μοντέλο



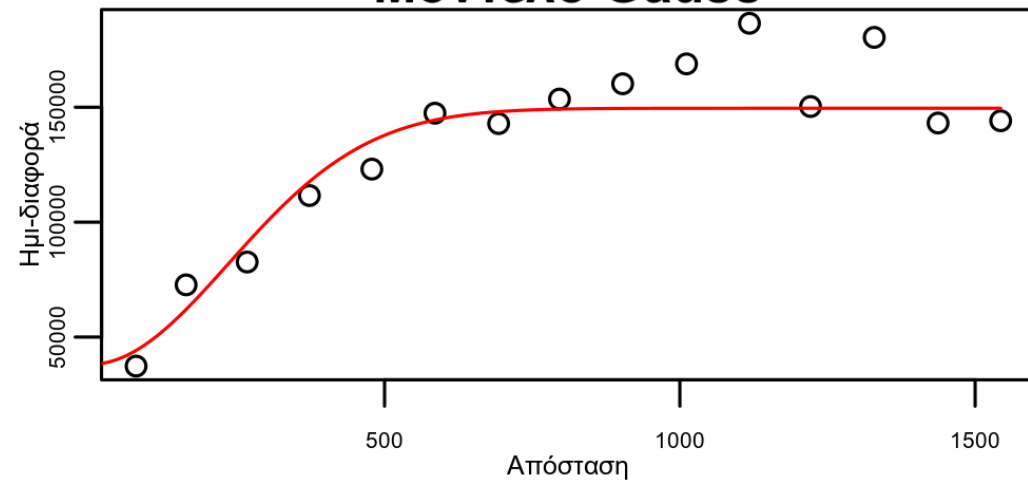
Σφαιρικό Μοντέλο



Εκθετικό Μοντέλο



Μοντέλο Gauss



Εικόνα 10.3: Τα πιο συνηθισμένα θεωρητικά μοντέλα βαριογράμματος, εφαρμοσμένα στα ίδια δεδομένα

- Γραμμικό μοντέλο (Εξίσωση 10.8)
 - β : η κλίση της γραμμής του βαριογράμματος.
- Σφαιρικό μοντέλο (Εξίσωση 10.9)
 - r : η ζώνη επιρροής (range), σ^2 η διασπορά, h η απόσταση μεταξύ των δυο θέσεων παρατήρησης, α το τμήμα της διασποράς που αναφέρεται στη μικρο-μετατόπιση (nugget)

$\gamma(h) = \sigma^2 + \beta h$ Εξίσωση 10.8: Υπολογισμός ημι-διαφοράς για το Γραμμικό Μοντέλο

$$\gamma(h) = \begin{cases} \alpha + (\sigma^2 - \alpha) \left(\frac{3h}{2r} - \frac{h^3}{2r^2} \right) & \text{για } 0 < h < r \\ 0 & \text{για } h = 0 \\ \sigma^2 & \text{για } h \geq r \end{cases}$$

Εξίσωση 10.9: Υπολογισμός ημι-διαφοράς για το Σφαιρικό Μοντέλο

$$\gamma(h) = \begin{cases} \alpha + (\sigma^2 - \alpha) \left(1 - e^{-3\frac{h}{r}} \right) & \text{για } h > 0 \\ 0 & \text{για } h = 0 \end{cases}$$

Εξίσωση 10.10: Υπολογισμός της ημι-διαφοράς για το Εκθετικό Μοντέλο

$$\gamma(h) = \begin{cases} \alpha + (\sigma^2 - \alpha) \left(1 - e^{-3\frac{h^2}{r^2}} \right) & \text{για } h > 0 \\ 0 & \text{για } h = 0 \end{cases}$$

Εξίσωση 10.11: Υπολογισμός ημι-διαφοράς για το Μοντέλο Gauss

- Η πιο διαδεδομένη γεωστατιστική μέθοδος χωρικής παρεμβολής
- Μια τεχνική παρεμβολής στην οποία οι γειτονικές αρχικές τιμές σταθμίζονται
 - ώστε να βρεθεί μια προβλεπόμενη τιμή σε μια περιοχή όπου δεν υπάρχουν μετρήσεις
- Σταθμίσεις με βάση:
 - (α) την απόσταση μεταξύ των μετρούμενων σημείων
 - (β) τις θέσεις εκτίμησης
 - (γ) τη συνολική χωρική διάταξη μεταξύ των αρχικών σημείων
- Διαφέρει από όλες τις προηγούμενες μεθόδους χωρικής παρεμβολής (Κεφ. 7):
 - παρέχει σχετική ευκολία στον χαρακτηρισμό της διακύμανσης ή της ακρίβειας των εκτιμήσεων.
- βασίζεται στη θεωρία της περιφερειακής διακύμανσης
 - η οποία υποθέτει ότι η χωρική μεταβολή των δεδομένων όταν μοντελοποιείται είναι ομοιογενής σε όλη την επιφάνεια
 - Δηλαδή, το ίδιο μοτίβο μεταβολής μπορεί να παρατηρηθεί σε όλες τις θέσεις επί της επιφανείας

- Είναι μια μέθοδος χωρικής παρεμβολής με τη χρήση βαρών (σχετικά με την απόσταση),
 - η οποία βασίζεται στα χαρακτηριστικά της χωρικής κατανομής χρησιμοποιώντας ένα βαριόγραμμα
- Το μαθηματικό μοντέλο της μεθόδου Kriging αποδίδει βάρη στις τιμές των γνωστών σημείων για την εκτίμηση τιμών στα άγνωστα σημεία.
 - τα βάρη του Kriging βασίζονται όχι μόνο στην απόσταση μεταξύ γνωστού σημείου και σημείου εκτίμησης
 - αλλά και στην αρχική χωρική διάταξη μεταξύ των γνωστών σημείων
- Ιδιότητες του Kriging:
 - (α) Αποφεύγει τη μεροληπτική εκτίμηση σε περιοχές με αυξημένη συγκέντρωση σημείων με μετρήσεις
 - (β) Υπολογίζει το σφάλμα (ή αλλιώς την “αβεβαιότητα”) σε κάθε σημείο εκτίμησης καθώς και ένα διάστημα εμπιστοσύνης για κάθε ένα από τα σημεία εκτίμησης.
- Δηλαδή χρησιμοποιεί, την πυκνότητα κατανομής των γνωστών σημείων
 - παρέχει μια εκτίμηση σφάλματος
 - καθώς και τον βαθμό χωρικής αυτοσυσχέτισης (spatial autocorrelation), μοντελοποιώντας έτσι τοπικές χωρικές τάσεις.

- 1) αρχική ανάλυση των τιμών μέσα από ένα βαριόγραμμα
 - 2) εκτίμηση των τιμών σε άγνωστα σημεία ως σταθμισμένες μέσες τιμές
- αποτέλεσμα → τιμές σε όλα τα σημεία της περιοχής μελέτης
 - η επιφάνεια παρεμβολής επαναλαμβάνει τις στατιστικές ιδιότητες του βαριογράμματος
 - όταν χρησιμοποιήσουμε r (ζώνη επιρροής : range) με μικρή τιμή
 - τότε οι αρχικές γνωστές πληροφορίες για κάθε θέση, δεν επεκτείνονται σε μεγάλη απόσταση κατά τη διάρκεια της εκτίμησης
 - θα συμβάλουν στη διαδικασία της εκτίμησης, σε περιορισμένη ακτίνα γύρω από την κάθε θέση χωρίς να επεκταθεί η επίδραση τους σε όλη την περιοχή μελέτης
 - Αντίθετα αν $r=0$ τότε υποθέτουμε έλλειψη συσχέτισης μεταξύ των θέσεων

- Το αποτέλεσμα της αβεβαιότητας
 - εξαρτάται σημαντικά από τις θέσεις των αρχικών δεδομένων
 - Όσο απομακρυνόμαστε από τις αρχικές θέσεις τόσο η αβεβαιότητα και το πιθανό σφάλμα αυξάνονται
 - Αντιθέτως, στα σημεία παρατήρησης, η αβεβαιότητα και το πιθανό σφάλμα πρέπει να είναι μηδενικά
 - Δηλαδή η αβεβαιότητα είναι συνάρτηση της απόστασης από τα σημεία παρατήρησης

10.9 Simple Kriging & Ordinary Kriging

- Και οι δυο προσεγγίσεις υποθέτουν πως
 - οι τιμές της μεταβλητής ακολουθάει την κανονική κατανομή,
 - η εκτίμηση είναι αμερόληπτη
- διαφορές
 - Simple Kriging: ο τοπικός μέσος όρος είναι γνωστός,
 - Ordinary Kriging: ο τοπικός μέσος όρος των τιμών είναι άγνωστος
- Αυτό βελτιώνει κάπως τις εκτιμήσεις της προσέγγισης Simple Kriging
 - καθώς η εκτίμηση της αυτοσυσχέτισης είναι βελτιωμένη

- η μέση τιμή είναι γνωστή
- και είναι σταθερή σε όλη την περιοχή μελέτης
- Είναι ουσιαστικά η μέση τιμή των αρχικών γνωστών τιμών της μεταβλητής στην περιοχή μελέτης
- Αυτή η μέση τιμή χρησιμοποιείται στον υπολογισμό των εκτιμώμενων τιμών
- Το αποτέλεσμα της μεθόδου θα είναι δυο αντικείμενα
 - (α) Μια εκτίμηση της μεταβλητής για όλη την περιοχή μελέτης
 - (β) μια εκτίμηση της αβεβαιότητας (απόκλιση) για κάθε θέση εκτίμησης.

- τα βάρη των διαφόρων τιμών συνοψίζονται σε μια ενότητα
- χρησιμοποιεί ένα μέσο όρο ενός υποσυνόλου των γειτονικών σημείων προκειμένου να παράγει μια τιμή για ένα συγκεκριμένο σημείο παρεμβολής
- υποθέτει μια σταθερή άγνωστη μέση τιμή μόνο στην εκάστοτε “γειτονιά” κάθε σημείου αναζήτησης
- Η βασική θεώρηση της μεθόδου Ordinary Kriging είναι ότι η συνολικός μέσος όρος είναι σταθερός αλλά άγνωστος
 - και δε χρειάζεται να εκτιμηθεί από τις αρχικές παρατηρούμενες τιμές

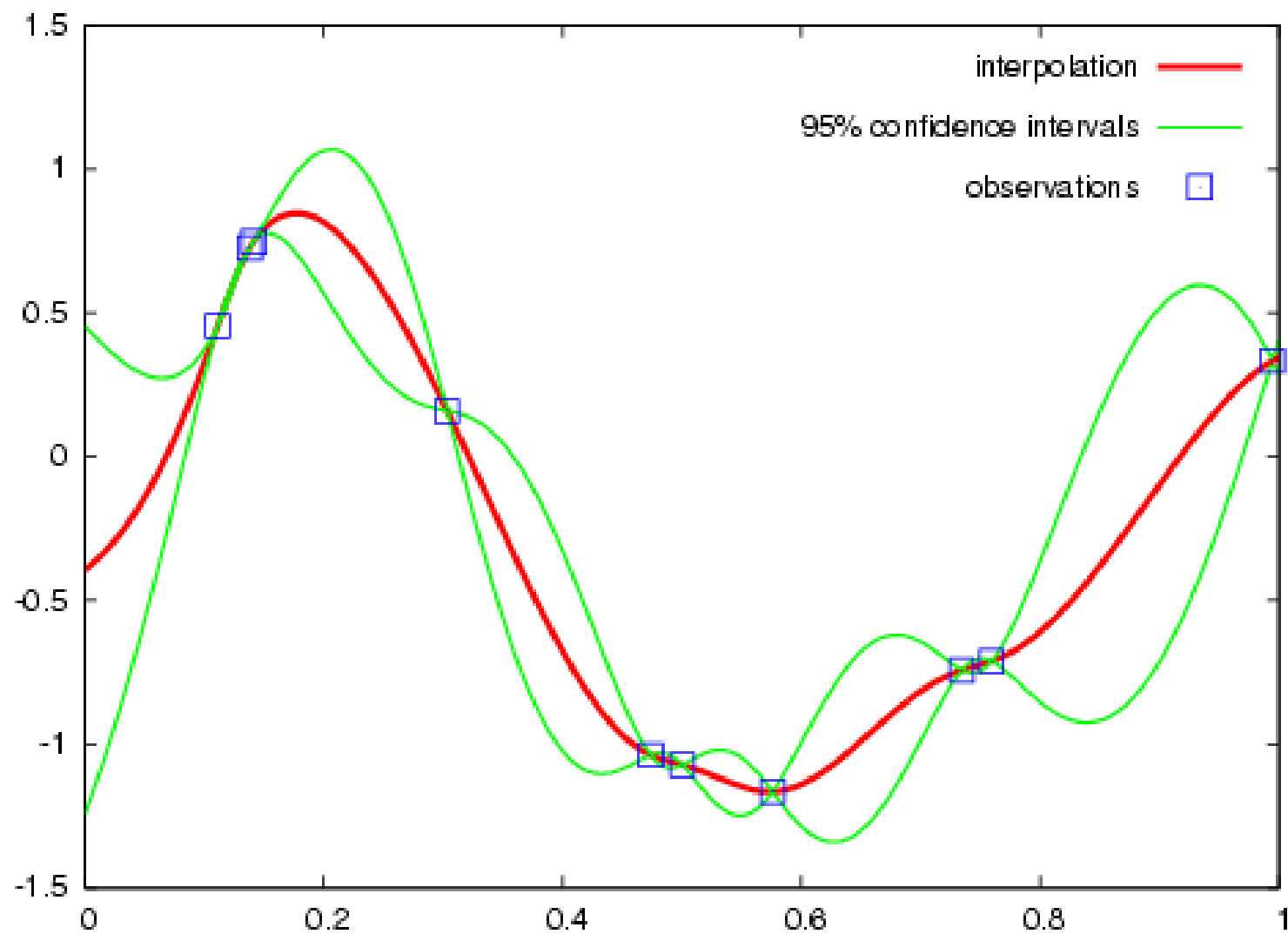


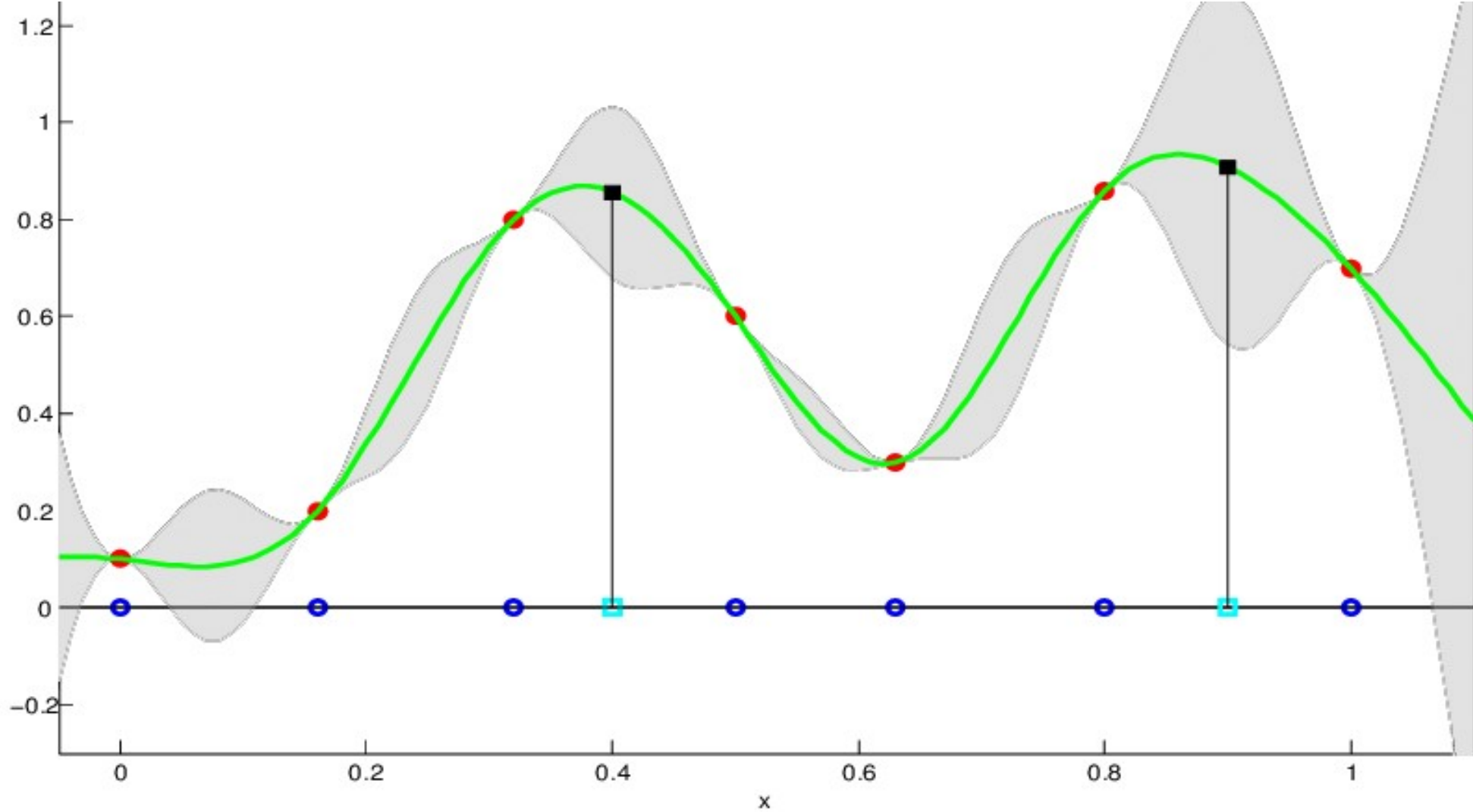
- Neighbourhood Kriging
 - Στην εκτίμηση της άγνωστης τιμής συμμετέχουν τα κοντινότερα σημεία ή αυτά που περιλαμβάνονται στη γύρω περιοχή.
- Block Kriging
 - Η διαφορά της προσέγγισης αυτής από τις προηγούμενες είναι ότι η εκτίμηση της παρεμβολής δεν αναφέρεται σε ένα σημείο αλλά στο μέσο όρο των τιμών που μετρώνται σε μια συγκεκριμένη υποπεριοχή.
- Μη Γραμμικό Kriging (Non-Linear Kriging)
 - Η διαδικασία θεωρείται ότι είναι λογαριθμο-κανονική που σημαίνει πως υποθέτουμε πως ο λογάριθμος της κατανομής των τιμών παρουσιάζει κανονική κατανομή

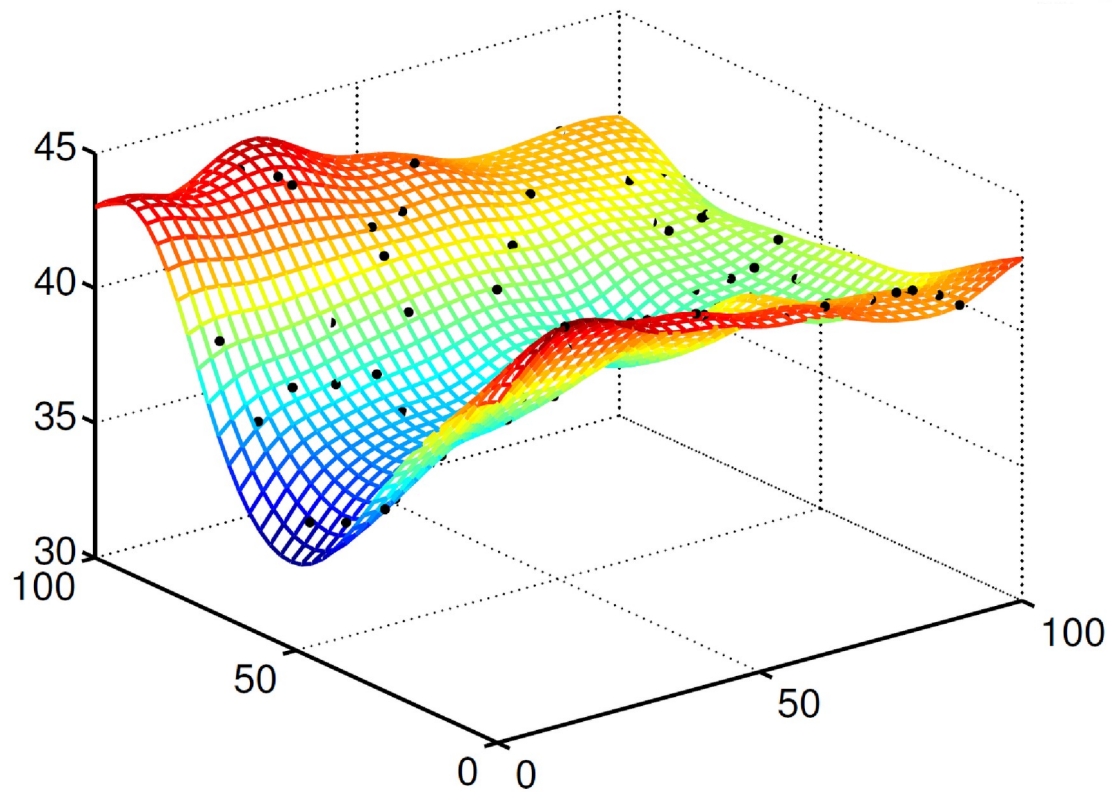


- Καθολικό Kriging (Universal Kriging)
 - η εκτίμηση της παρεμβολής υποθέτει πως η μέση τιμή δεν είναι σταθερή, όπως στο Simple/Ordinary Kriging, αλλά μεταβάλλεται ως συνάρτηση της θέσης
- Συνδυασμένο Kriging (CoKriging)
 - πολυδιάστατη εκδοχή της Ordinary Kriging και αφορά την περίπτωση όπου στο ίδιο σημείο μετρώνται περισσότερες από μια μεταβλητές
- Space time Kriging
 - χρησιμοποιεί και τη χρονική διάσταση των αρχικών δεδομένων

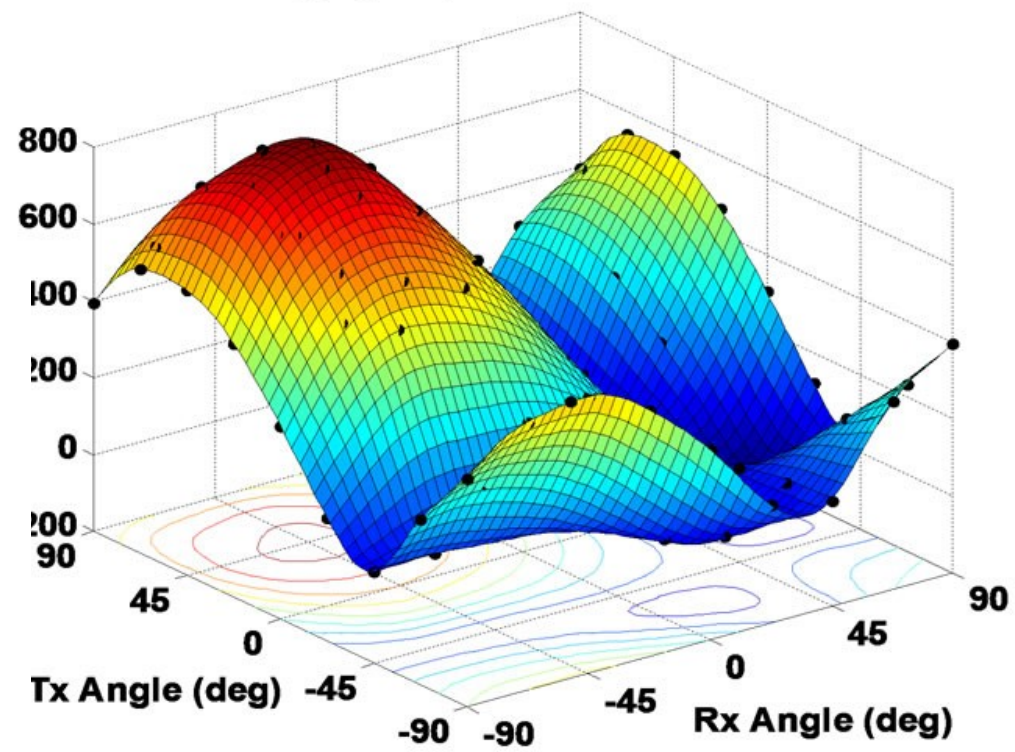
- Ύστερα από την παραγωγή αποτελεσμάτων με τη μέθοδο Kriging
 - είναι απαραίτητη η χρήση κάποιας προσέγγισης για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων
- είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος Cross Validation
 - Μπορεί δηλαδή να αφαιρεθεί ένα υποσύνολο δεδομένων και να μη χρησιμοποιηθεί στη γεωστατιστική χωρική παρεμβολή, με σκοπό να χρησιμοποιηθεί αργότερα για αξιολόγηση
 - Αυτή η διαδικασία μπορεί να είναι επαναληπτική, αποκρύπτοντας διαφορετικό υποσύνολο δεδομένων, μέχρι να υλοποιηθούν όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί υποσυνόλων
 - Εναλλακτικά μπορούμε να αυξομειώσουμε και το πλήθος των αρχικών τιμών που θα αφαιρεθούν ώστε να αξιολογήσουμε την ευαισθησία των αποτελεσμάτων
- Όπως και για κάθε μέθοδο χωρικής παρεμβολής, μπορούμε να ακολουθήσουμε τις μεθοδολογικές προσεγγίσεις που αναφέρθηκαν στο υποκεφάλαιο 7.7 σχετικά με την ποιότητα της χωρικής παρεμβολής

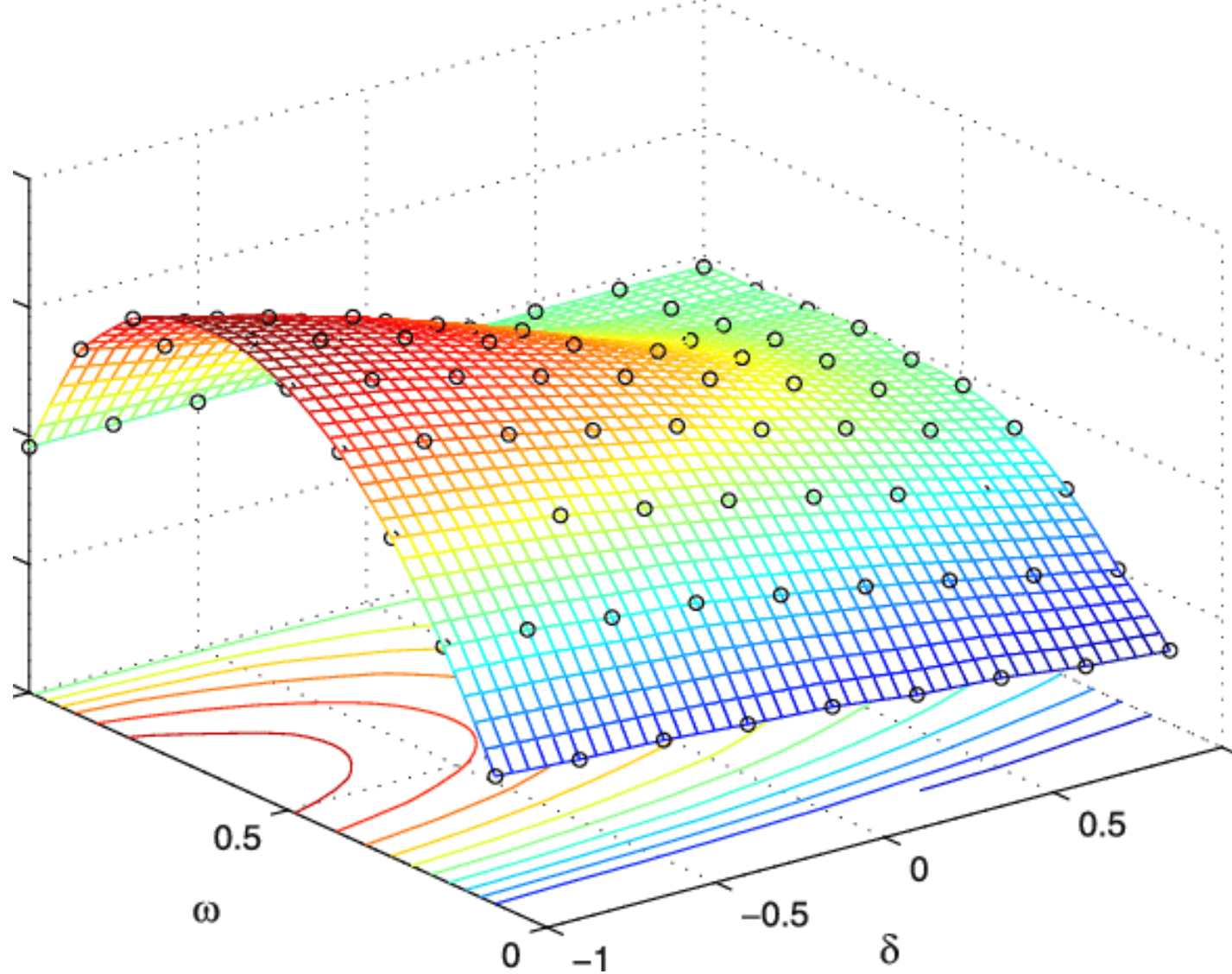


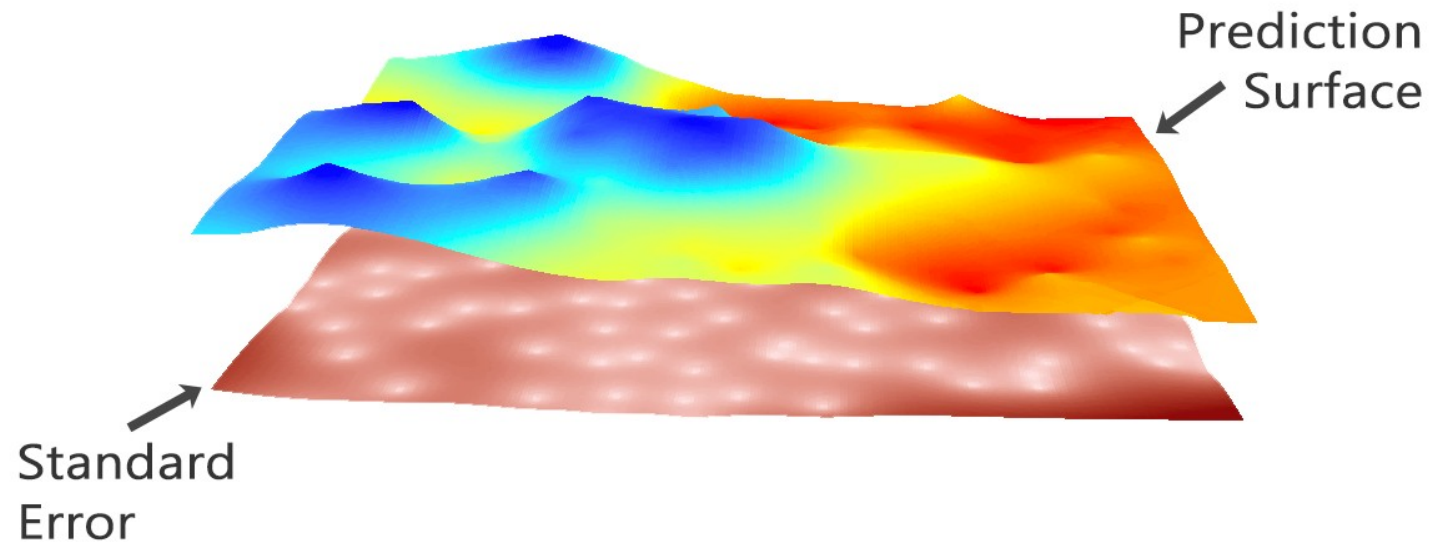


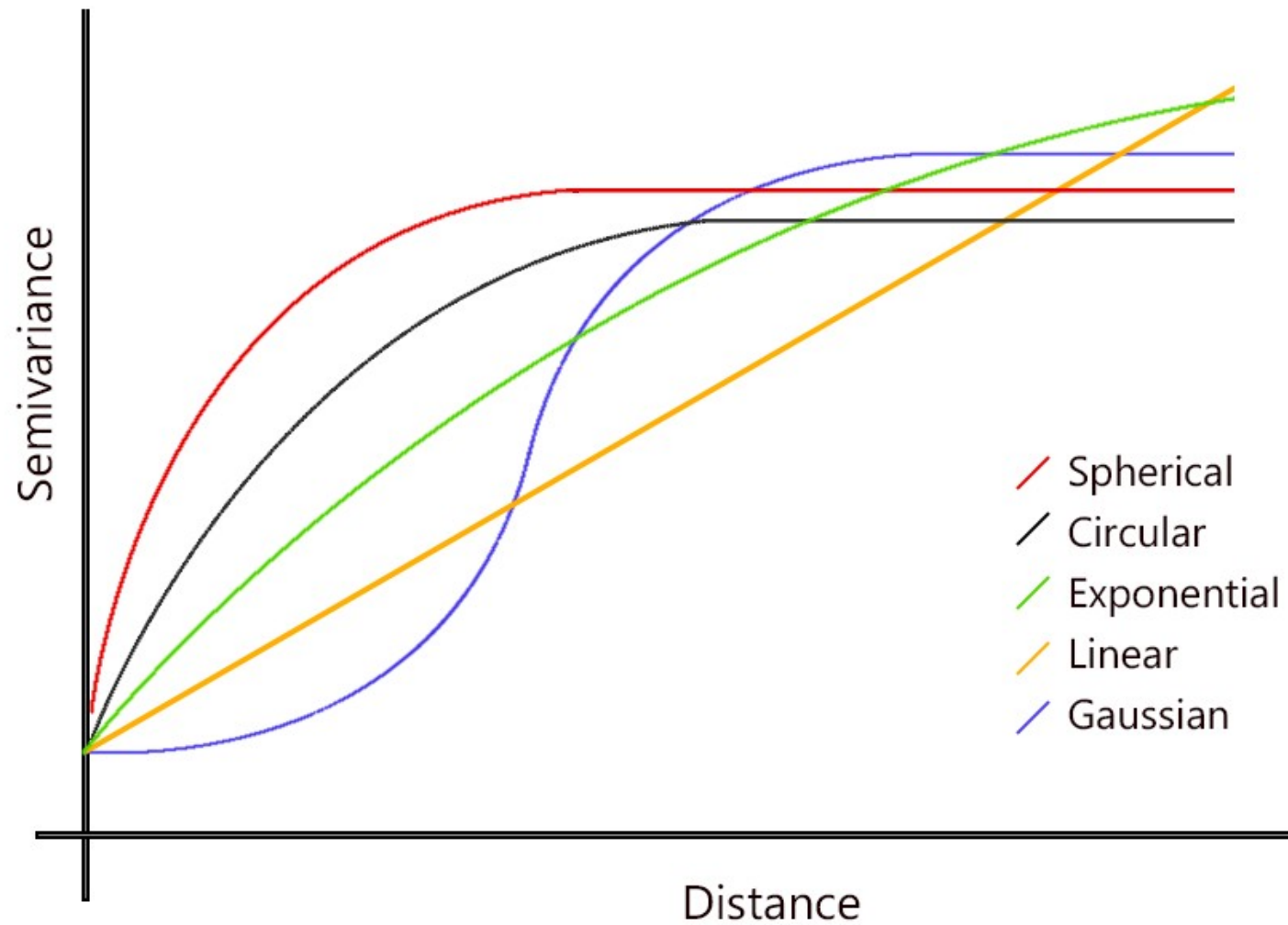


Kriging response surface of DV









Δρ. Δημήτρης Καβρουδάκης
Μον. Επίκουρος Καθηγητής Γεωγραφικής Ανάλυσης
dimitrisk@aegean.gr
www.dimitrisk.gr

Εργαστήριο Χωρικής Ανάλυσης, GIS και Τηλεπισκόπησης

